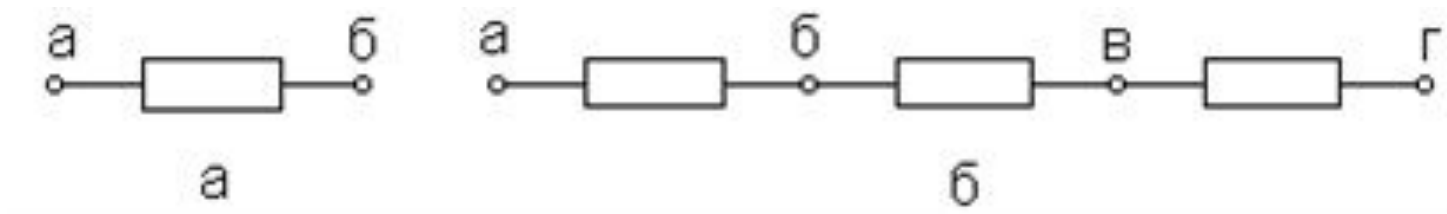


Лекція 1.2.

- **Поняття про топологію електричного кола та його граф.**
- **Гілка, вузол, контур-топологічні елементи електричних кіл.**
- **Топологічні рівняння. Закони Кірхгофа.**

Топологічні рівняння електронних кіл.

- Спосіб з'єднання компонентів кола визначає так звані **топологічні** (структурні) властивості кола. Для опису топологічних властивостей кіл використовують поняття гілки (вітки), вузла та контура.
- **Гілка (вітка)** – це ділянка електронного кола, вздовж якої протікає один і той самий струм. Вона може складатись із одного компонента з двома виводами (двополюсника) або із декількох послідовно з'єднаних двополюсних компонентів:

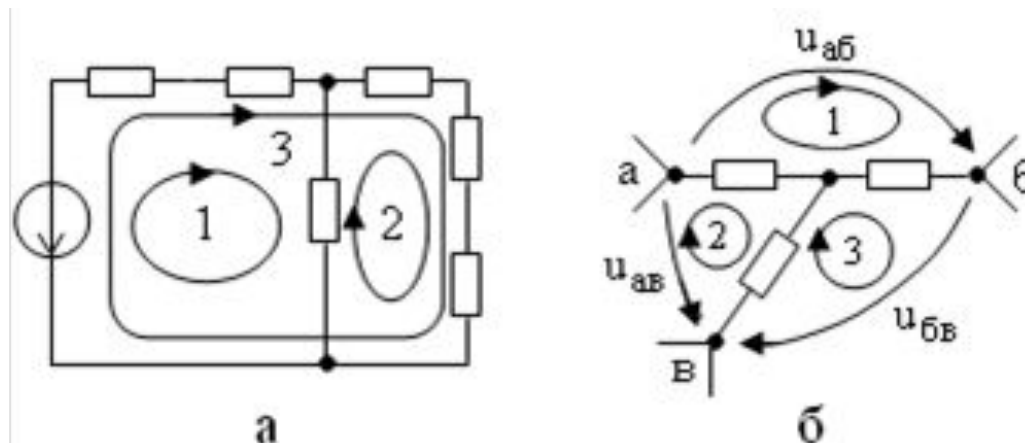


Приклади гілок електронної схеми:

з одним двополюсним компонентом (а); з декількома послідовно з'єднаними двополюсними компонентами (б)

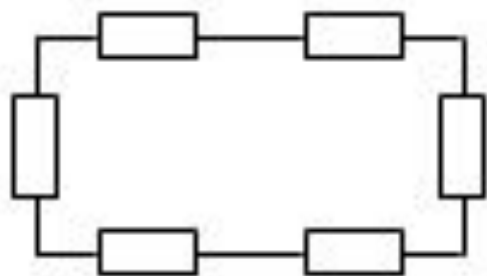
- **Вузол** – це місце з'єднання гілок. Зауважимо, що місце з'єднання лише двох гілок називають усувним вузлом, бо при послідовному з'єднанні двох гілок струми, що течуть через них, є однаковими і дві такі гілки можна замінити однією. На попередньому рисунку вузли “б” і “в” є усувними. Далі будемо вважати вузлом місце з'єднання трьох і більше гілок.
- **Контур** – це довільний замкнутий шлях, що проходить через декілька гілок кола і характеризується напрямом обходу (порядком проходження гілок), причому кожену гілку і кожний вузол, що входить у контур, проходять тільки один раз.

Примітка: контуром вважають також замкнутий шлях, що проходить не тільки через певні гілки кола, але і поза ними по лінії, яка позначає міжвузлову напругу

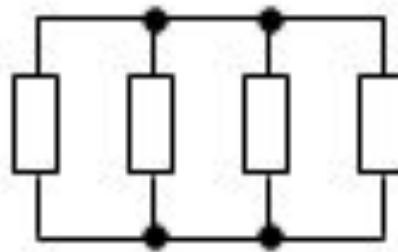


Приклади можливого вибору контурів кола: лише через гілки кола (а); частково через гілки кола і поза ними (б)

- Гілки, вузли та контури називають **топологічними елементами кола**. Графічне зображення топології кола у вигляді сукупності вузлів та гілок називають **графом кола**. На графі вузли (вершини) зображають точками (кружечками), а гілки (ребра) – лініями, що з'єднують між собою відповідні вузли.
- На рисунках *а*, *б* зображені схеми найпростіших кіл – одноконтурного і двовузлового та їх графи. Часто на графі позначають стрілками умовні додатні напрями струмів і напруг гілок. Тоді граф називають орієнтованим.



а

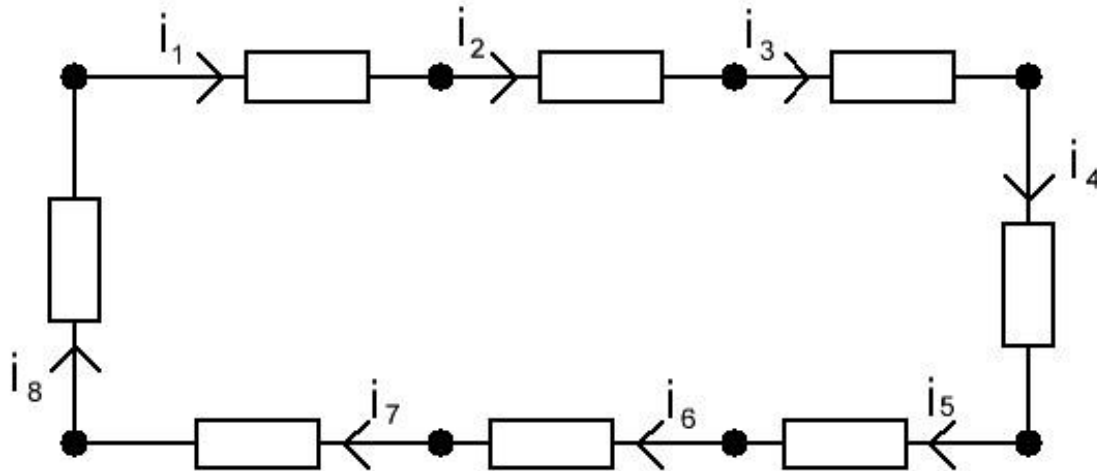


б



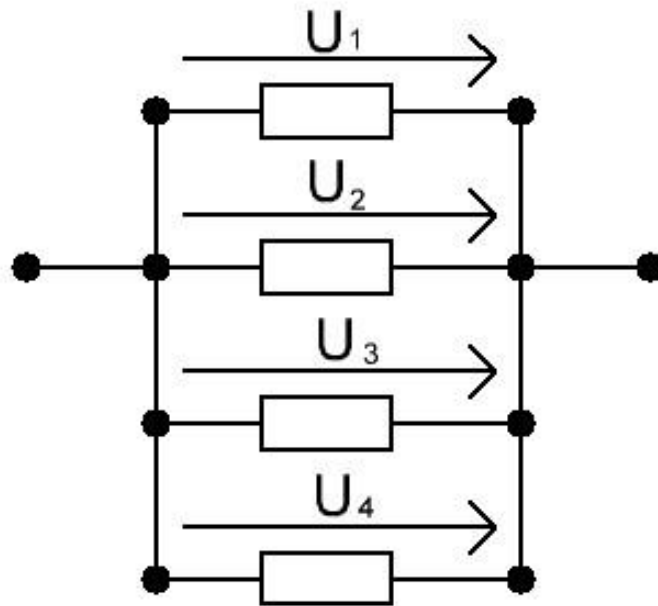
*Найпростіші кола та їх графи: одноконтурне (а);
двовузлове (б)*

Особливість одноконтурного кола полягає у тому, що через усі компоненти кола протікає один і той самий струм, i , крім того, алгебраїчна сума напруг усіх компонентів кола дорівнює нулеві.



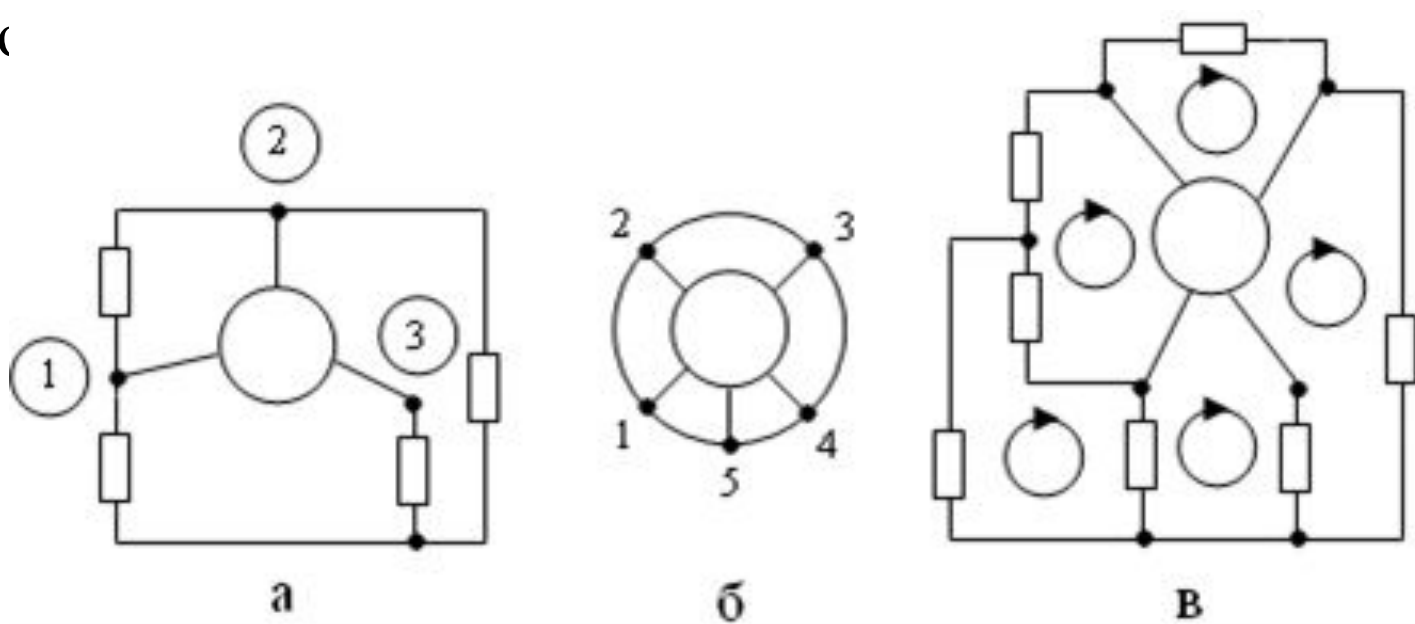
$$i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = i_6 = i_7 = i_8$$

Особливість двовузлового кола полягає у тому, що напруги усіх гілок кола є однаковими, і, крім того, алгебраїчна сума усіх струмів кожного вузла дорівнює нулеві.



$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4$$

- Особливість кіл з багатополюсними компонентами полягає у тому, що під вузлом кола розуміють не тільки прийняте раніше означення, але і кожен з виводів (полюсів) багатополюсника, як показано на рисунку **а**, де вузли пронумеровані цифрами в кружечках. Крім того, уведено поняття “**контур багатополюсника**”, під яким розуміють замкнуту лінію, проведену через усі його полюси, як на **б**



Означення топологічних елементів електронних кіл з багатополюсними компонентами: вузлів (а); контура багатополюсника (б); контурів кола (в)

- Відрізок контура багатополюсника, обмежений двома сусідніми полюсами, називають **стороною (портом) багатополюсника**. Так, наприклад, сторонами багатополюсника, поданого на рисунку **б**, є відрізки контура між полюсами 1-2; 2-3; 3-4; 4-5; 5-1. Отже, у колі з багатополюсниками контури можуть проходити через сторони багатополюсника та окремі гілки, як показано на рисунку **в**.
- Властивості кола, що визначаються лише його топологією і не залежать від того, які конкретно компоненти входять до його складу, описують **топологічні рівняння**. До топологічних рівнянь належать рівняння, складені на підставі першого та другого законів Кірхгофа.

Закони Кірхгофа

- **Перший закон Кірхгофа** встановлює зв'язок між струмами гілок у кожному вузлі кола: **алгебраїчна сума миттєвих значень струмів усіх гілок, під'єднаних до кожного вузла кола, дорівнює нулеві у будь-який момент часу.**

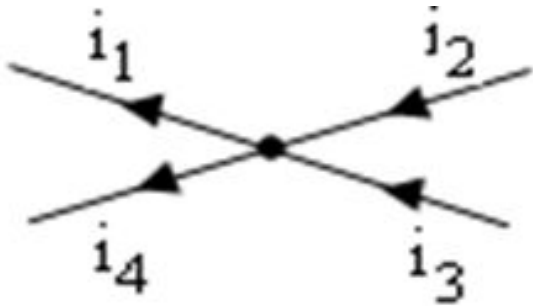
Примітка: якщо до деякого вузла під'єднаний зовнішній вивід (полюс) багатополюсника, то струм цього виводу слід ураховувати як струм окремої гілки, під'єднаної до даного вузла.

- На підставі першого закону Кірхгофа можна записати рівняння балансу струмів для кожного вузла:

$$\sum_K i_K = 0$$

де k – номери гілок, під'єднаних до вузла, що розглядається.

- Зауважимо, що додавання струмів здійснюється з урахуванням вибраних умовних додатних напрямів: усім струмам, спрямованим однакою відносно вузла, приписують однаковий знак. Прийmemo, що струми, спрямовані до вузла, враховуватимемо із знаком "плюс", а струми, спрямовані від вузла, – зі знаком "мінус". Наприклад, для вузла, зображеного на рисунку, записуємо:



$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$$

Це рівняння можна записати у дещо іншому вигляді, якщо згрупувати струми, спрямовані від вузла, і перенести їх у праву частину:

$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4$$

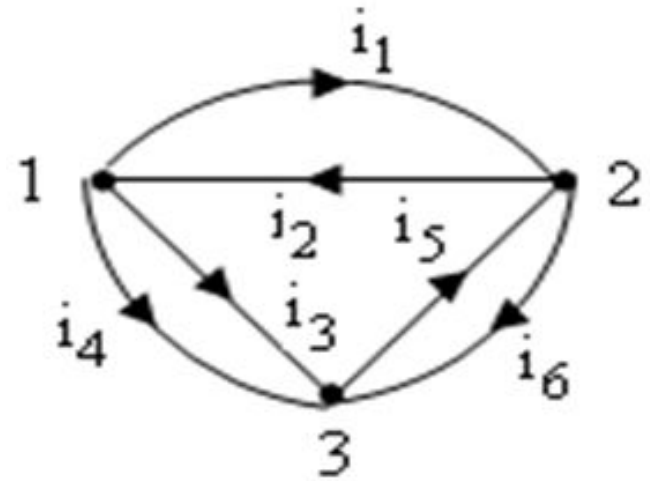
- Звідси випливає, що перший закон Кірхгофа можна сформулювати так: **сума миттєвих значень струмів, спрямованих до вузла, у будь-який момент часу дорівнює сумі струмів, що витікають із цього вузла.**
- Перший закон Кірхгофа є наслідком закону збереження заряду і відображає той факт, що у вузлах ідеалізованого електричного кола заряди не нагромаджуються і не витрачаються.
- Дослідження показують, що під час аналізу схеми не треба записувати рівняння балансу струмів для усіх вузлів схеми, бо лінійно незалежними є рівняння, кількість яких на одиницю менша від кількості вузлів. Отже, **якщо число вузлів схеми становить N_B , то число незалежних рівнянь балансу струмів дорівнює $N_B - 1$.**

Наприклад, для деякої тривузлової схеми, орієнтований граф якої має вигляд, зображений на рисунку, рівняння балансу струмів для усіх трьох вузлів запишемо так:

вузол 1:
$$-i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0,$$

вузол 2:
$$i_1 - i_2 + i_5 - i_6 = 0,$$

вузол 3:
$$i_3 + i_4 - i_5 + i_6 = 0.$$



Можна переконатись, що третє рівняння можемо отримати додаванням перших двох рівнянь або перше рівняння - додаванням другого і третього рівняння. Отже, для розглянутої схеми незалежними є будь-які два рівняння.

- **Другий закон Кірхгофа** встановлює зв'язок між напругами гілок, що входять у довільний контур: **алгебраїчна сума миттєвих значень напруг усіх гілок, що входять у довільний контур кола, дорівнює нулеві у будь-який момент часу.**
- На підставі другого закону Кірхгофа можна записати рівняння балансу напруг гілок для кожного контура:

$$\sum_K u_K = 0,$$

де K – номери гілок, які входять у контур, що розглядається.

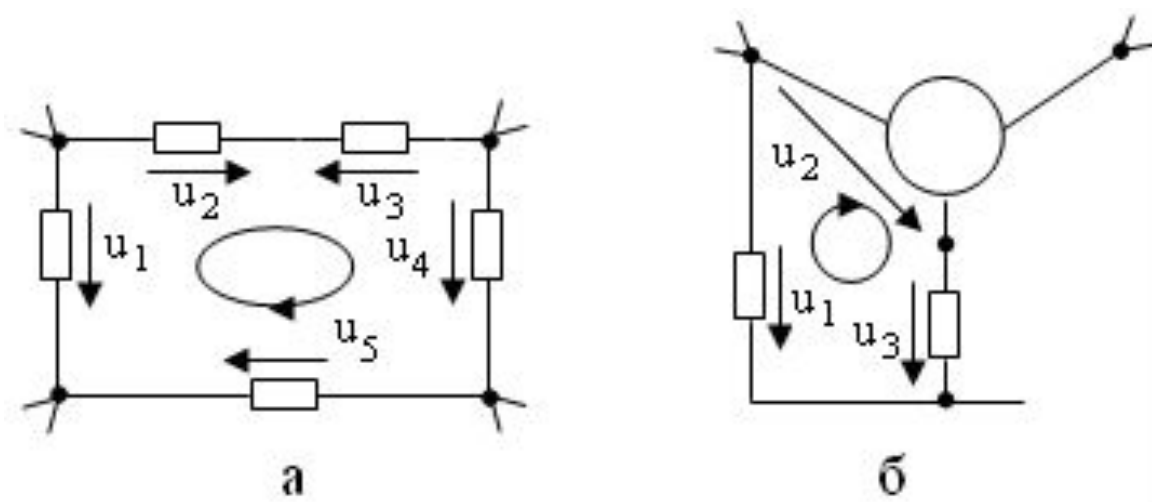
Примітка: якщо контур проходить через сторони багатополюсника, то напруги цих сторін слід ураховувати як напруги окремих гілок.

- Додавання напруг гілок здійснюється з урахуванням їх умовних додатних напрямів та вибраного напрямку обходу контура: якщо додатний напрям напруги гілки збігається з напрямом обходу контура, то її записують у рівняння зі знаком плюс, у протилежному випадку – зі знаком мінус. Наприклад, для контура, зображеного на рисунку *а*, записуємо:

$$-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 + u_5 = 0$$

а для контура, зображеного на рисунку *б*:

$$-u_1 + u_2 + u_3 = 0$$



Складання рівнянь балансу напруг у контурі: для кола з двополюсними (а) та з багатополюсними (б) компонентами

- Другий закон Кірхгофа є наслідком закону збереження енергії і відображає той факт, що енергія, витрачена джерелами енергії, які входять у контур, дорівнює енергії, що розсіюється компонентами контура у вигляді тепла або нагромаджується в окремих компонентах контура у вигляді енергії електричного чи магнітного полів.
- Дослідження показують, що **кількість незалежних рівнянь балансу напруг для конкретної схеми дорівнює $N_G - N_B + 1$** , де N_G – кількість гілок схеми, N_B – кількість вузлів схеми.
- Неважко переконатись, що **сумарна кількість незалежних рівнянь балансу струмів та балансу напруг для конкретної схеми, побудованої із двополюсників, дорівнює кількості гілок даної схеми:**

$$(N_B - 1) + (N_G - N_B + 1) = N_G \quad (1.12)$$

- Отже, бачимо, що вид рівнянь, складених на підставі законів Кірхгофа, не залежить від того, які компоненти входять до складу кола, а визначається лише топологічними особливостями кола. **Рівняння балансу струмів та балансу напруг справедливі для усіх типів електронних кіл для довільних зовнішніх дій.**
- Зауважимо, що для одного і того ж кола можна скласти на підставі законів Кірхгофа декілька різних систем лінійно незалежних рівнянь відповідно до способу вибору вузлів та контурів, для яких записують незалежні рівняння балансу струмів та балансу напруг.
- У теорії кіл називають **системою незалежних вузлів та системою незалежних контурів** будь-які сукупності вузлів та контурів кола, для яких можна скласти систему незалежних рівнянь на підставі законів Кірхгофа.