

2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

Свободные заряды - могут перемещаться внутри вещества на расстояния, превышающие межатомные,

Связанные заряды - входят в состав атомов или молекул и не могут смещаться на расстояния, превышающие межатомные.

Диэлектрики - вещества, которые не проводят электрический ток. (В них нет свободных зарядов, которые могли бы под действием электрического поля упорядоченно двигаться и образовать ток проводимости.)

В электрически нейтральных диэлектриках присутствуют только связанные заряды.

1. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков

Диэлектрик, как и всякое вещество, состоит из атомов и молекул. (+) заряд сосредоточен в ядрах, (-) – в электронных оболочках атомов, но в целом молекула электрически нейтральна.

Электрической моделью молекулы является **диполь** .

Электрический диполь – система двух разноименных равных по модулю точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми много меньше расстояния r от центра диполя до точки наблюдения A (рис. 2.1). Линия, проведенная через заряды, называется осью диполя.

Основная характеристика диполя –

электрический (дипольный) момент

$$\vec{p} = |q|\vec{l} \quad (2.1)$$

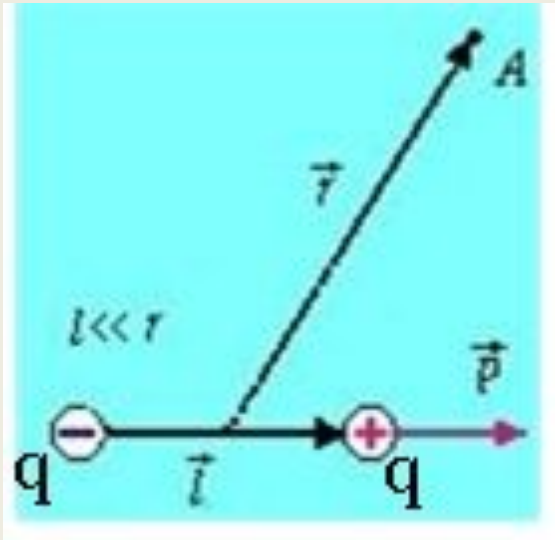


рис.

, где \vec{l} – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному.

При помещении диполя в электрическое поле (рис.2.2) на диполь действует пара сил

$$\vec{F}_+ = -\vec{F}_- = q\vec{E}$$

, стремящаяся развернуть его вдоль поля так, чтобы векторы

\vec{p} и \vec{E} стали параллельными.

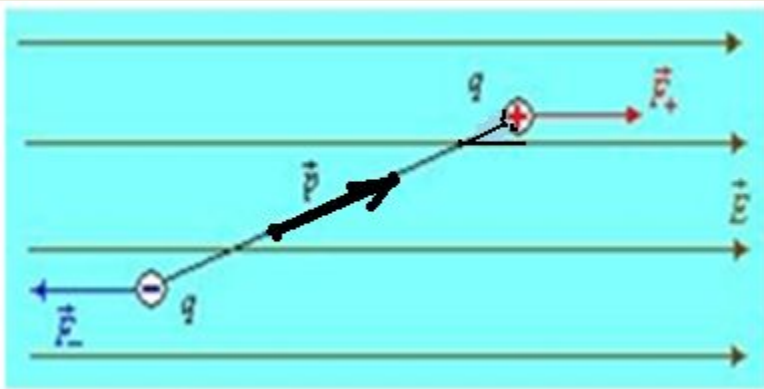


Рис.2.2

Диполь является электрической моделью молекулы. В ней $+q$ – суммарный заряд ядер молекулы, $-q$ – суммарный заряд всех/ее электронов, \vec{l} – вектор, проведенный из центра тяжести суммарного заряда электронов в центр тяжести суммарного заряда ядер.

Поляризацией диэлектрика называется появление на его поверхности или
или
в объеме наведенного разделения связанных зарядов.

Выделяют **три вида поляризации** диэлектрика, которые определяются строением его молекул.

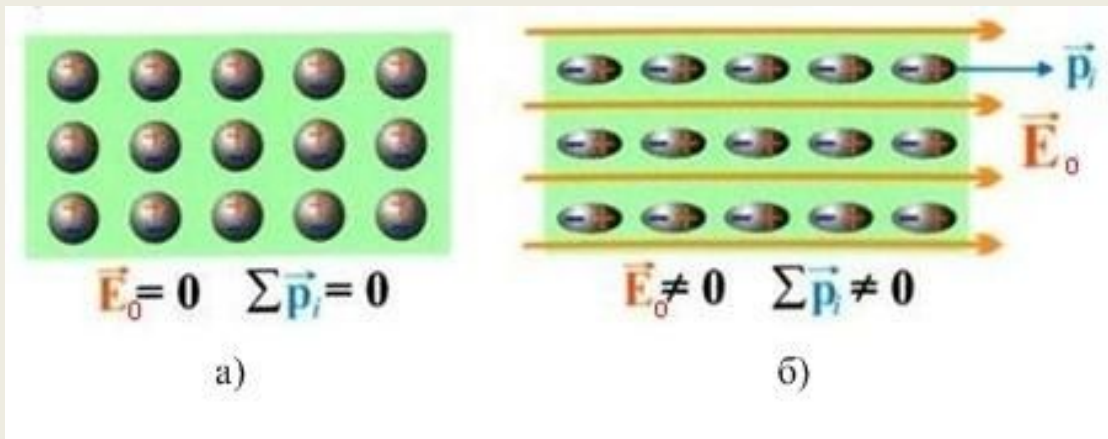


рис. 2.3

1. У диэлектриков с **неполярными** молекулами (H_2 , O_2 , N_2 , CO_2) в отсутствии внешнего поля ($\vec{E}_0 = 0$) центры тяжести $+q$ и $-q$ совпадают и дипольный момент молекулы равен нулю (рис. 2.3а)).

Во внешнем электрическом поле молекулы деформируются: центры тяжести $+q$ и $-q$ смещаются относительно друг друга и молекулы приобретают электрический момент, направленный строго вдоль поля (рис. 2.3б)).

Происходит **электронная поляризация** диэлектрика.

Этот вид поляризации универсален и присущ всем веществам без исключения.

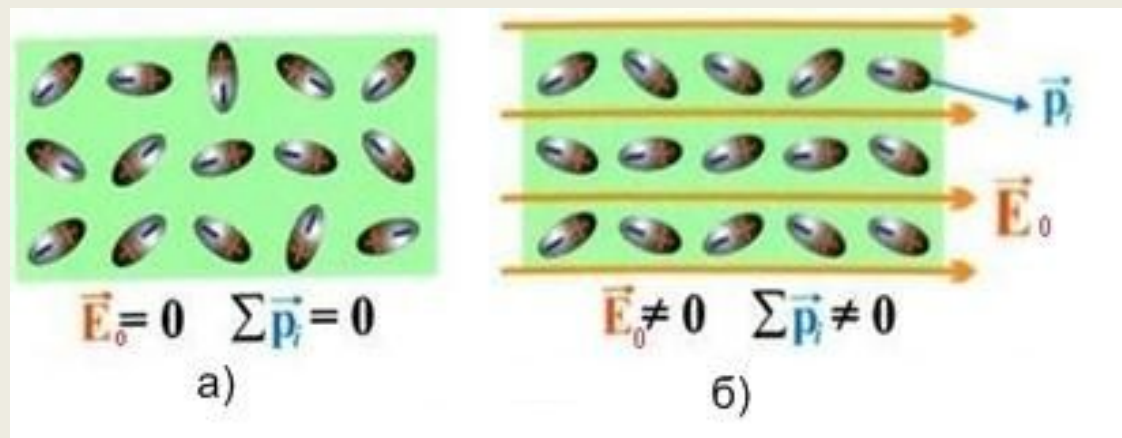


рис.

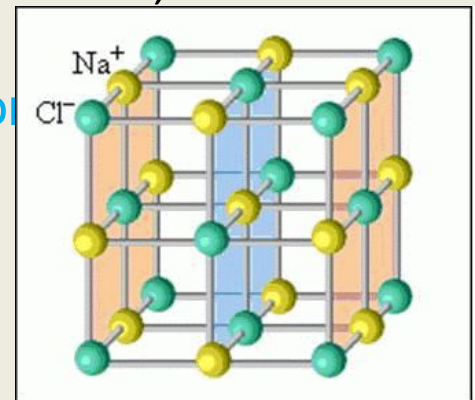
2. У диэлектриков с **полярными** молекулами (H_2O , NO_2 , HCl) **из-за** **асимметричного строения этих молекул** они и в отсутствии внешнего поля **обладают отличным от нуля дипольным моментом**, но из-за теплового движения молекулярные диполи ориентированы хаотически, и их ориентация меняется непрерывно. Поэтому суммарный дипольный момент любого объема вещества равен нулю (рис. 2.4а)).

Если такой диэлектрик поместить во внешнее электрическое поле, происходит преимущественная ориентация молекулярных диполей по полю, чему препятствует тепловое движение (рис. 2.4б)).

Такая **поляризация** называется **ориентационной**.

3. Диэлектрики с **ионным строением** (например, NaCl) представляют собой пространственную решетку с правильным чередованием положительных и отрицательных ионов. Здесь нельзя выделить отдельные молекулы, а нужно рассматривать кристалл как систему двух вдвинутых друг в друга пространственных подрешеток, одна из которых создана положительными, а другая отрицательными ионами. Во внешнем электрическом поле происходит относительное смещение подрешеток, вследствие чего на противоположных гранях кристалла будут преобладать ионы одного знака, так что кристалл в целом поляризуется.

Такая **поляризация** называется **ионной**



Резюме: при отсутствии внешнего поля для всех типов диэлектриков сумма электрических моментов всех молекул по объему диэлектрика $(\vec{E}_0 \neq 0 \quad \sum_V \vec{p}_i \neq 0)$. При $\vec{E}_0 \neq 0$ происходит **поляризация** диэлектрика. т.е.

Количественной мерой поляризации диэлектрика является **вектор поляризации (поляризованность)**, равный векторной сумме дипольных моментов молекул внутри **малого объема** вещества, отнесенной к этому объему

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} \quad (2.2)$$

Для **однородного диэлектрика в однородном поле** вектор поляризации равен дипольному моменту единицы объема: $\vec{P} = n \langle \vec{p} \rangle$

, где $\langle \vec{p} \rangle$ – средний дипольный момент одной молекулы,
 n – концентрация молекул.

Опыт показывает, что в не слишком сильных полях поляризованность диэлектрика линейно зависит от напряженности поля в самом диэлектрике

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.3) \quad , \text{ где}$$

χ – безразмерная величина, называемая **диэлектрической восприимчивостью** вещества, \vec{E} – напряженность поля в диэлектрике .

3.2 Напряженность поля в диэлектрике.

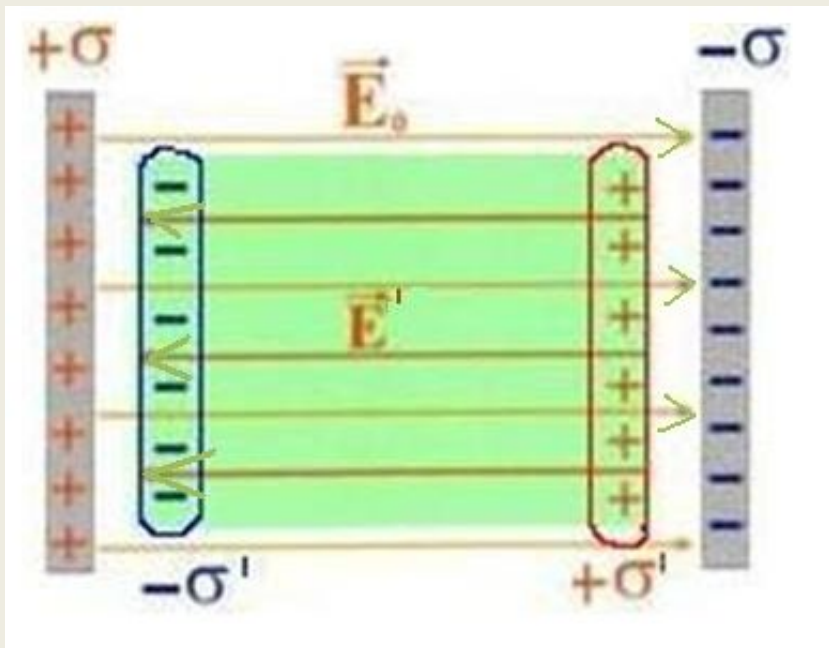


рис. 2.5

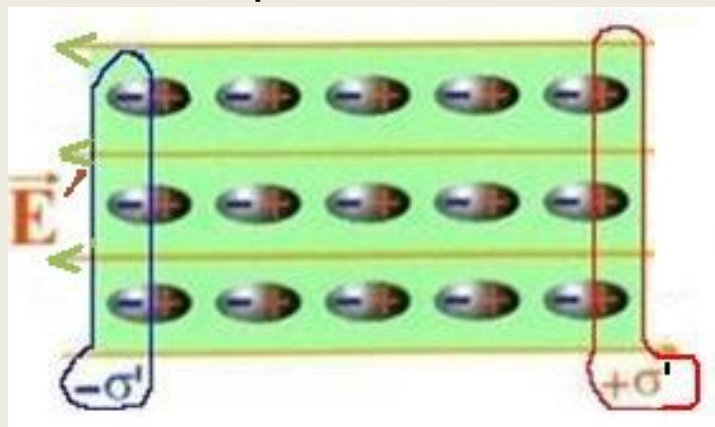


рис. 2.5

б

Рассмотрим плоский воздушный конденсатор, который заряжен и отключен от источника тока. Поверхностная плотность заряда на пластинах

$$|+\sigma| = |-\sigma| = \frac{q}{S}.$$

напряженность поля в конденсаторе

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Внесем в конденсатор пластину **однородного диэлектрика**, заполняющего весь объем (рис. 2.5а). Диэлектрик поляризуется. Заряды, находящиеся в объеме однородного диэлектрика, будут скомпенсированы, так что суммарный дипольный момент по объему будет равен нулю (рис. 2.5б).

Нескомпенсированные связанные заряды на левой и правой гранях пластины (их плотность σ') создают дополнительное поле внутри диэлектрика противоположной направленности с напряженностью



$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}.$$

Напряженность результирующего поля в диэлектрике:

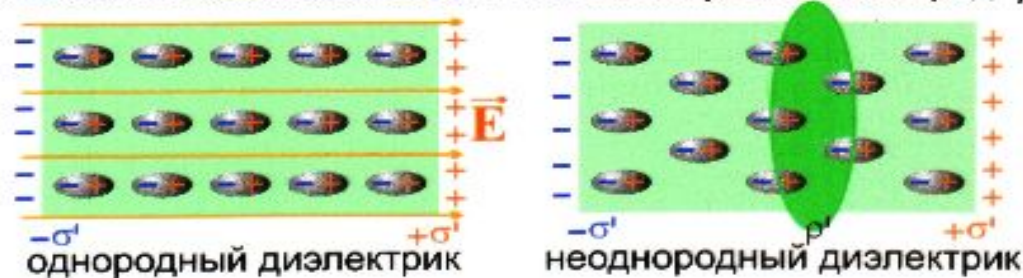
$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}. \quad (2.3)$$

Рассмотрим природу связанных зарядов более подробно.

3.3 Связь плотности связанных зарядов с вектором поляризации

Поляризация диэлектрика сопровождается появлением нескомпенсированных связанных зарядов σ' на его поверхности. Если диэлектрик неоднородный, то появляется и объемный нескомпенсированный заряд ρ'

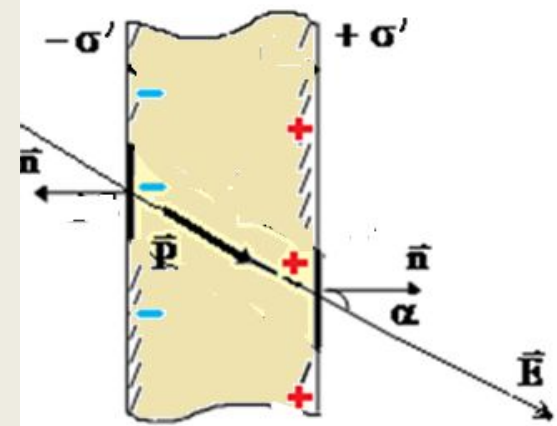
С
плотностью



1) В однородном диэлектрике, помещенном в однородное электростатическое поле, возникают только поверхностные связанные заряды.

Их связь с вектором поляризации

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n$$



где P_n - проекция вектора \vec{P} на направление \vec{n} -- внешней нормали к поверхности диэлектрика.

Поверхностная плотность связанных зарядов равна по величине количеству электричества, смещаемого при поляризации через единичную площадку в направлении нормали к ней.

2) Пусть диэлектрик неоднородный либо поле

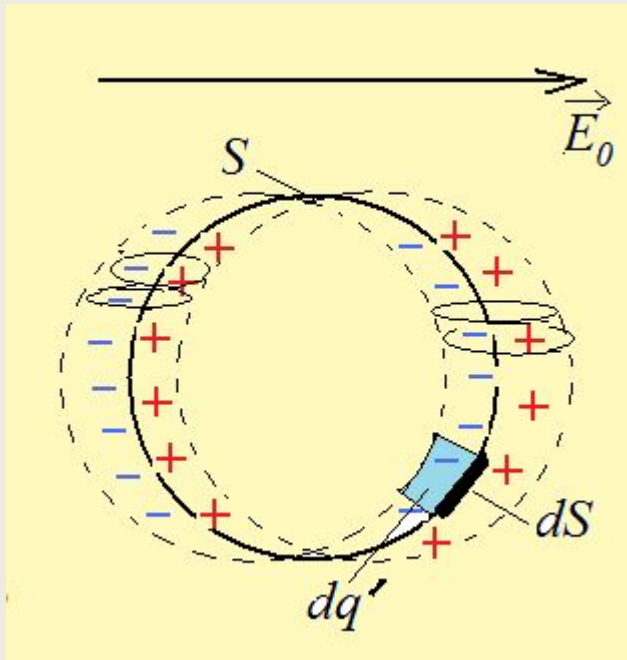


рис.
2.7

Связанный заряд внутри
S :

Рассмотрим в диэлектрике произвольный объем, ограниченный выделенной поверхностью S (рис. 2.7).

После включения поля определим связан q' -ый заряд внутри S.

Молекулы – диполи электронейтральны, поэтому вклад q' дают только те диполи, которые пересекают S. Рассмотрим малый участок поверхности dS , в пределах

$$|\vec{E} = const$$

. Заряд, возникающий внутри

$$dq' = \sigma' dS = -P_n dS.$$

$$q' = \oint_S dq' = - \oint_S P_n dS.$$

$$q' = - \oint_S P_n dS$$

(2.5) :

Выражение (2.5) называется теоремой Гаусса в интегральной форме для поляризованности диэлектрика

Поток вектора поляризации через замкнутую поверхность, выбранную внутри диэлектрика, равен алгебраической сумме связанных зарядов, заключенных внутри этой поверхности, взятой с обратным знаком.

2.4 Вектор электрической индукции и его связь с вектором напряженности.

Теорема Гаусса для вектора \vec{E} в диэлектрике:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^N q + \sum_{i=1}^N q' \right). \quad (2.8)$$

Практически ею пользоваться трудно, т.к. связанные заряды измерить тяжело.

Для удобства расчетов полей нужно характеристику \vec{E} заменить другой, зависящей только от свободных зарядов.

Используем связь связанного заряда с вектором поляризации:

$$-q' = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \Rightarrow (2.8): \quad \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^N q_i$$

Введем новый вектор, описывающий поле в диэлектриках:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^N q_i$$

Вектор \vec{D} называется **вектором электрического смещения**. Поле этого вектора определяется только наличием свободных зарядов.

Получим связь между векторами \vec{D} и \vec{E} .

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$ - **диэлектрическая проницаемость среды**, const в слабых полях.

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.11)$$

Выясним физический смысл ε .

Пусть в вакууме некоторая система зарядов создает поле, напряженность которого в некоторой точке пространства E_0 .

Величина электрического смещения в этой точке $D_0 = \varepsilon_0 E_0$.

Если пространство заполнить диэлектриком с проницаемостью ε , то связь D и E в этой точке будет иметь вид $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$. Т.к. D от свойств среды не зависит, приравняем правые части этих равенств.

Получим:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} \quad (2.12)$$

ε показывает, во сколько раз напряженность поля в диэлектрике слабее по сравнению с вакуумом.

Для однородных изотропных диэлектриков $\varepsilon = const.$

Для неоднородных изотропных

$$\varepsilon = f(x, y, z).$$

диэлектриков
Для анизотропных диэлектриков, свойства которых существенным образом зависят от выбора направления в среде

$$\|\varepsilon\| = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$

В математике величины, подобные $\|\varepsilon\|$ называются тензорами.

2.5 Основные уравнения электростатического поля.

1) Теорема Гаусса для

вектора D :

$$\oint_S D \, dS = \sum_{i=1}^N q_i$$

-- показывает, что электростатическое поле создается неподвижными зарядами.

2) Теорема о циркуляции

вектора

$$\oint_L E_l \, dl \equiv 0,$$

-- показывает, что электростатическое поле потенциально.

2.6 Граничные условия для векторов \mathbf{D} и \mathbf{E} на границе раздела двух диэлектриков.

Векторы \mathbf{D} и \mathbf{E} преломляются на границе раздела двух сред (рис. 2.9) .

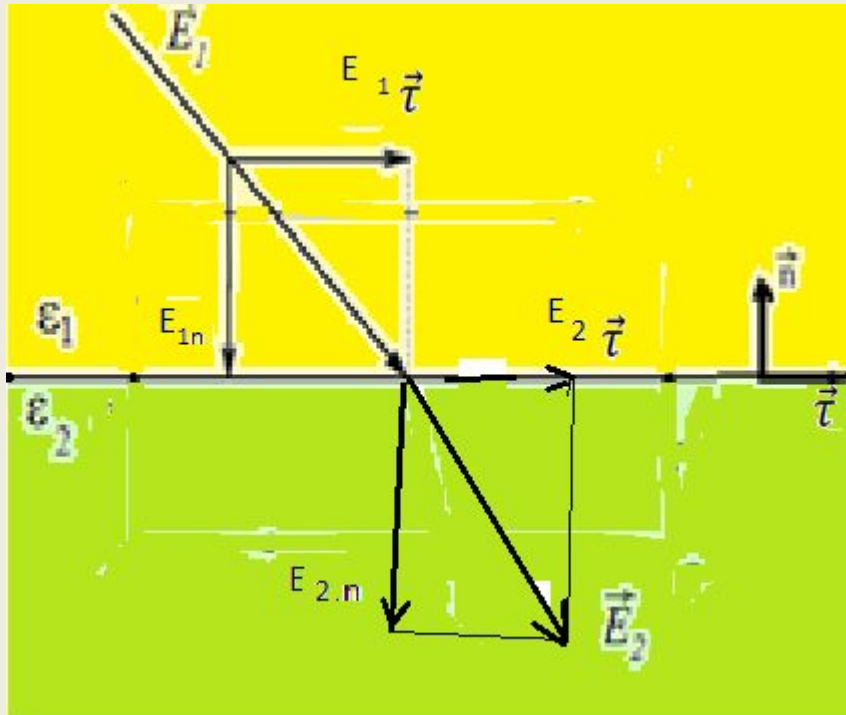


рис.
2.9

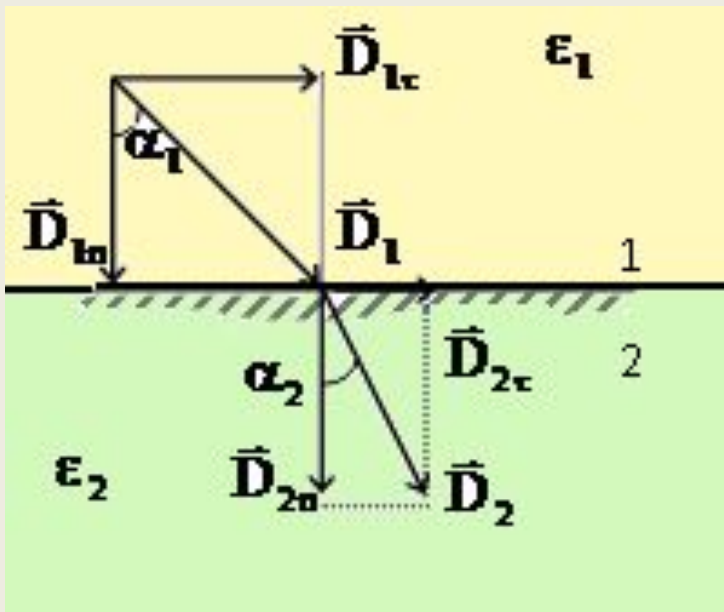
Выберем орт нормали к поверхности \vec{n} и орт касательной к поверхности $\vec{\tau}$.

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

-- тангенциальная составляющая вектора \mathbf{E} на границе двух сред меняется непрерывно.

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

-- нормальная составляющая вектора \mathbf{E} на границе двух сред претерпевает скачок .



$$D_{1n} = D_{2n}$$

-- нормальная составляющая вектора электрического смещения на границе двух сред меняется непрерывно.

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

-- тангенциальная составляющая вектора электрического смещения претерпевает скачок на границе двух сред.