

Решение показательных уравнений и неравенств



Цель урока

- Повторить виды показательных уравнений и методы их решения.
- Повторить и закрепить навыки решения показательных неравенств.
- Закрепить навыки решения систем показательных уравнений.



Устный счет

- Решить уравнения

$$3^x = 81 \quad 4$$

$$2^x = 16 \quad 4$$

$$3^x = 1 \quad 0$$

$$5^x = 25 \quad 2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{9} \quad 2$$

$$2^{x+4} = 16 \quad 0$$

$$5^{x-1} = 125 \quad 4$$

$$7^{x+2} = 1 \quad -2$$

- Решить неравенства

$$3^x \geq 1 \quad x \geq 0$$

$$5^x \leq 125 \quad x \leq 3$$

$$2^x \leq 32 \quad x \leq 5$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{9} \quad x \geq 2$$

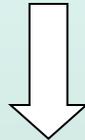
Решение простейших показательных неравенств

$$a > 0, a \neq 1$$

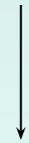
$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$



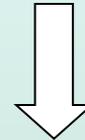
$$a > 1$$



$$f(x) > g(x)$$



$$0 < a < 1$$



$$f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется

У доски	Ответ		I вариант	Ответ	II вариант	Ответ
$2^x = 16$		4	$5^x = 25$	2	$3^x = 27$	3
$3^{x-1} = 1$		1	$7^{2x+4} = 1$	-2	$7^{x+2} = 1$	-2
$2^{3x+1} = 2^{x-3}$		-2	$3^{3x+2} = 81^{x+4}$	-14	$2^{3x} = 64^{x+1}$	-2
$\left(\frac{1}{3}\right)^{5x+2} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$		-1	$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{8-x}$	6	$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}$	0
$6 \cdot 3^{3x+1} = 18$		0	$5 \cdot 2^{2x-1} = 10$	1	$4 \cdot 6^{x-1} = 24$	2
$3^{3x} \cdot 3^x = 81$		1	$5^{x-3} \cdot 5^{2x} = 125$	2	$4^x \cdot 4^{x+3} = 4$	-1
$5^{x+2} \geq 1$		$x \geq -2$	$7^{x+2} \leq 7$	$x \leq -1$	$0,1^{x+2} \geq 10$	$x \leq -3$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \leq \frac{1}{4}$		$x \geq 0$	$0,5^{x+2} \geq 0,25$	$x \leq 0$	$10^{x+2} \geq 100$	$x \geq 0$
$3^x \geq 3^{2x-1}$		$x \leq 1$	$5^{2x-1} \leq 125$	$x \leq 2$	$2^{2x} \leq 2^{x+1}$	$x \leq 1$

Повторение

- **Методы решения ПУ**



Решение показательных уравнений



1 1) $3^{x+2} - 3^x = 72$ 2) $2^x - 2^{x-4} = 15$ 3) $3^{12x-1} - 9^{6x-1} - 27^{4x-1} + 81^{3x+1} = 2192$

$3^x(3^2 - 1) = 72;$ $2^{x-4}(2^4 - 1) = 15;$ $3^{12x-1} - 3^{12x-2} - 3^{12x-3} + 3^{12x+4} = 2192$

$$3^x = \frac{72}{8};$$

$$3^x = 9;$$

$$3^x = 3^2;$$

$$x = 2$$

Ответ: 2

$$2^{x-4} = \frac{15}{15};$$

$$2^{x-4} = 1;$$

$$2^{x-4} = 2^0;$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

Дом. задание

$$1) 2 \cdot 3^{x-1} - 3^{x-2} = 5^{x-2} + 4 \cdot 5^{x-3}$$

2

$$3^{x-2}(2 \cdot 3 - 1) = 5^{x-3}(5 + 4);$$

$$5 \cdot 3^{x-2} = 5^{x-3} \cdot 3^2;$$

$$3^{x-4} = 5^{x-4};$$

$$\begin{cases} 3^{x-4} \\ 5^{x-4} \end{cases} = 1;$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^0$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

$$2) 5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}$$

$$5^{2x-1}(1 - 5) = 2^{2x}(-2^2 - 1);$$

$$-5^{2x-1} \cdot 4 = -2^{2x} \cdot 5;$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x-1} = \frac{5}{2};$$

$$2x - 1 = 1;$$

$$x = 1$$

Ответ: 1

$$3) 2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$$

Дом.задание

3

$$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$(3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

Çàìáíà : $3^x = t, t > 0$.

$$t^2 - 4 \cdot t + 3 = 0$$

$$t = 1, t = 3$$

Ïäñòâêè - t, ïêó÷è

$$3^0 = 1, 3^0 = 3$$

$$\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 1$$

Îòââò : $\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 1$.

$$8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0 (\text{ñàìñòìÿòà èüí }) \left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 6 = 0$$

Îòââò : $\tilde{d} = -1, \tilde{d} = -2$.

$$4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$$

$$4 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 2^x \cdot 3^x + 9 \cdot 2^{2x} = 0 \Big| 2^{2x}$$

$$4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0$$

Çàìáíà : $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t, t > 0$.

$$t = 1, t = \frac{9}{4}$$

$$4t^2 - 13t + 9 = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$$

Îòââò : $\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 2$.

Дом. задание

Решение показательных неравенств



4

Решите неравенства

$$25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$$

$$(5^2)^{-x+3} \geq (5^{-1})^{3x-1}$$

$$5^{-2x+6} \geq 5^{-3x+1}$$

$$-2x + 6 \geq -3x + 1$$

$$-2x + 3x \geq 1 - 6$$

$$x \geq -5$$



$$6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \left(6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1-x+2} - 1\right) \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} (2-1) \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$a = \frac{1}{3}, \text{ çíàê } \leq \text{ íáíÿàòñÿ } \geq$$

$$\delta - 2 \geq 0$$

$$\delta \geq 2$$



$$\text{òààò} : [2; +\infty).$$

$$4^x - 2^x \leq 12$$

$$\text{òààò} : (-\infty; 2].$$

Системы показательных уравнений

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4^x \cdot 2^y = 32, \\ 3^{8x+1} = 3^{3y}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 2^x - 2^y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 5^2; \end{cases}$$

Решение: $(1; 3)$.

Дом. задание

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + x = 1, \\ y = 2 - x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

Решение: $(1; 1)$.

5 Проверочная работа

Домашнее задание

Решить уравнения

$$1 \quad 2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$$

$$2 \quad \left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 6 = 0$$

$$3 \quad 3^{12x-1} - 9^{6x-1} - 27^{4x-1} + 81^{3x+1} = 2192$$

Решить неравенства

$$4 \quad 5^{x-2} + 4 \cdot 5^{x-3} \leq 45$$

$$5 \quad \left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$$

6 Решить систему ПУ

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 2^x - 2^y = 2. \end{cases}$$

СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ

