



# Трёхфазные электрические цепи

# Основные понятия и определения

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных систем, представляющих собой совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, различающиеся по фазе одна от другой и создаваемые общим источником энергии.

Каждую из частей многофазной системы, характеризующуюся одинаковым током, принято называть фазой. Таким образом, понятие "фаза" имеет в электротехнике два значения: первое – аргумент синусоидально изменяющейся величины, второе – часть многофазной системы электрических цепей. Цепи в зависимости от количества фаз называют двухфазными, трехфазными, шестифазными и т.п.

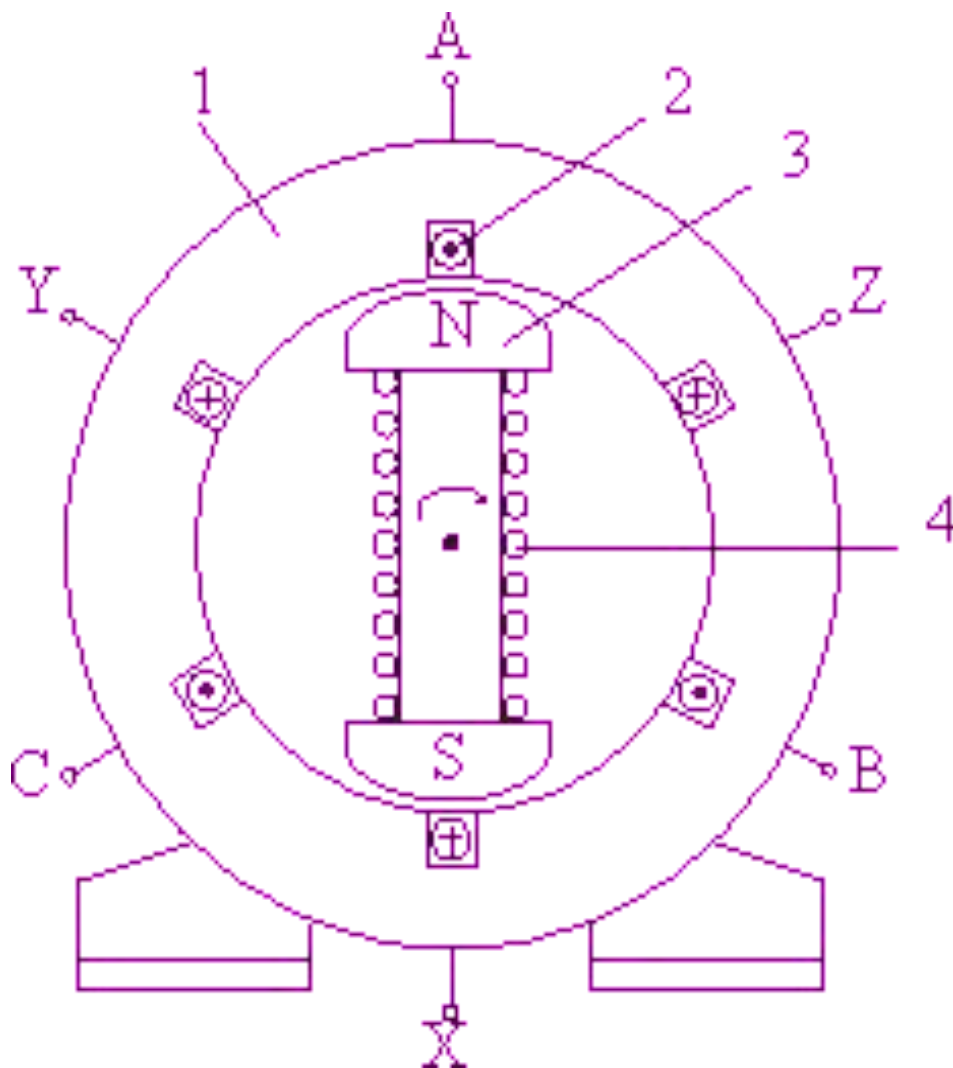
# Преимущества трехфазных цепей

- экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями;
- возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для трехфазного двигателя;
- возможность получения в одной установке двух эксплуатационных напряжений – фазного и линейного.

# История развития трехфазных цепей

- Начало 70-х гг. XIX века – создание экономичного генератора постоянного тока, однако невозможность централизованного производства и распределения энергии (постоянный ток нельзя было трансформировать).
- 1888 г. – открытие явления вращающегося магнитного поля (Г. Феррарис и Н. Тесла).
- 1891 г. – демонстрация преимуществ трехфазных цепей (электропередача на расстояние в 170 км, напряжение  $U = 15\text{кВ}$ , КПД=75%) при участии М.О. Доливо-Добровольского.

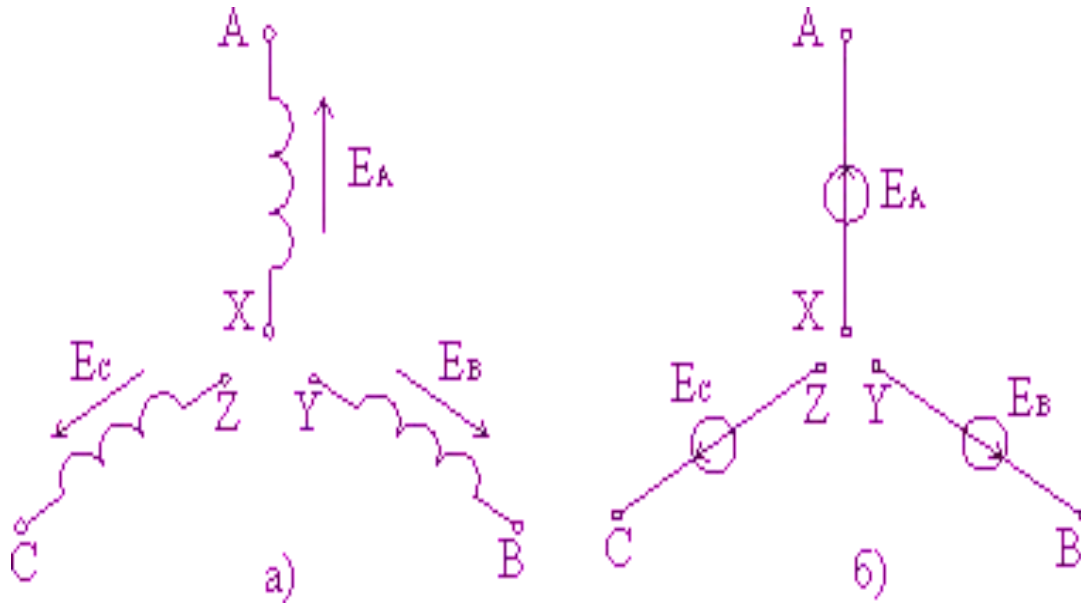
# Модель трехфазного генератора



На статоре 1 генератора размещается обмотка 2, состоящая из трех частей или, как их принято называть, фаз. Обмотки фаз располагаются на статоре таким образом, чтобы их магнитные оси были сдвинуты в пространстве относительно друг друга на угол  $2\pi/3$ , т. е. на  $120^\circ$ . На рисунке каждая фаза обмотки статора условно показана состоящей из одного витка.

Начала фаз обозначены буквами А, В и С, а концы – X, Y, Z. Ротор 3 представляет собой электромагнит, возбуждаемый постоянным током обмотки возбуждения 4, расположенной на роторе.

# Изображение на схемах обмотки (или фазы) источника питания



За условное положительное направление ЭДС в каждой фазе принимают направление от конца к началу.

Обычно индуктированные в обмотках статора ЭДС имеют одинаковые амплитуды и сдвинуты по фазе относительно друг друга на один и тот же угол  $120^\circ$ .

Такая система ЭДС называется **симметричной**.

Трёхфазная симметричная система ЭДС может изображаться графиками, тригонометрическими функциями, векторами и функциями комплексного переменного.

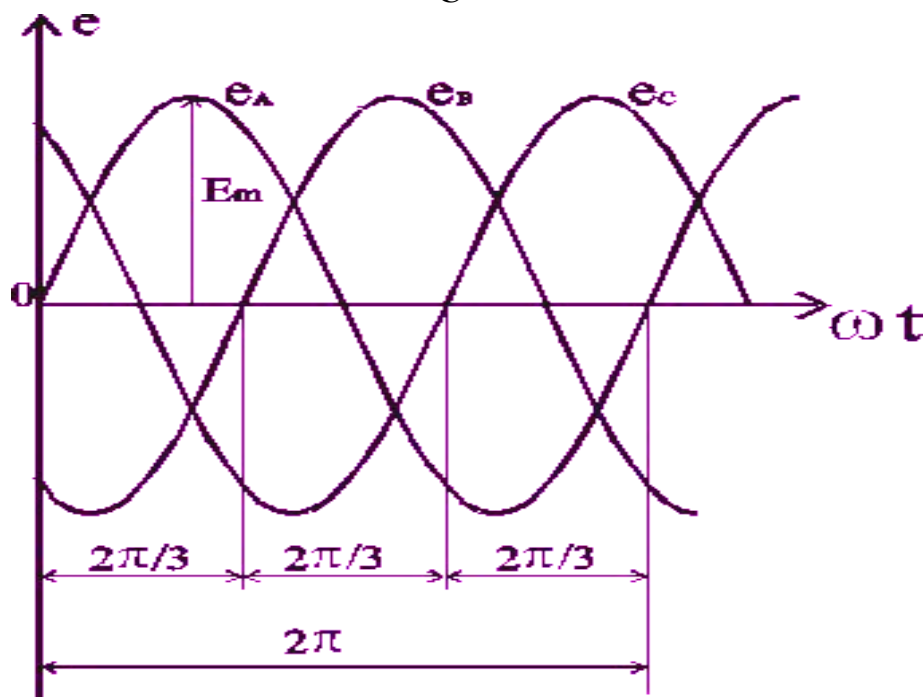
# Расчет ЭДС

Если ЭДС одной фазы (например, фазы А) принять за исходную и считать её начальную фазу равной нулю, то выражения мгновенных значений ЭДС можно записать в виде:

$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin (\omega t - 120^\circ),$$

$$e_C = E_m \sin (\omega t - 240^\circ) = E_m \sin (\omega t + 120^\circ).$$



Из графика мгновенных значений следует

$$e_A + e_B + e_C = 0$$

Комплексные действующие ЭДС будут иметь выражения:

$$\dot{E}_A = E_m e^{j0^\circ} = E_m (1 + j0),$$

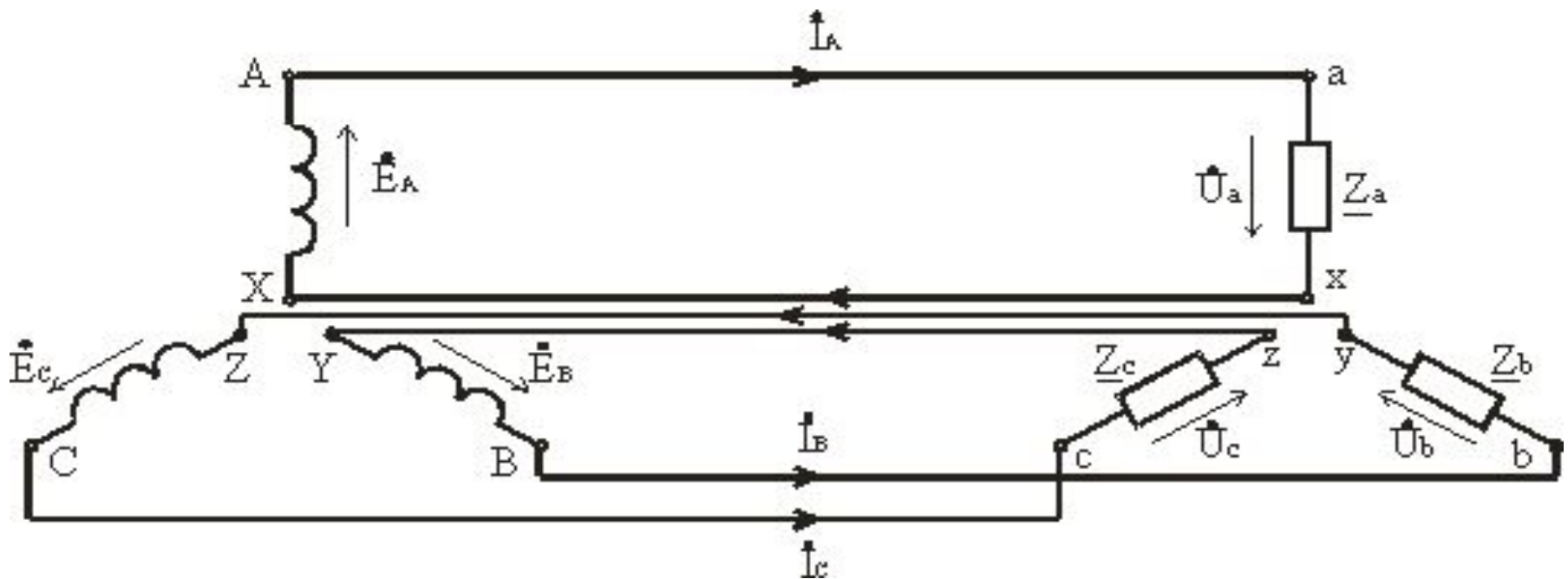
$$\dot{E}_B = E_m e^{-j120^\circ} = E_m (-1/2 - j/2),$$

$$\dot{E}_C = E_m e^{+j120^\circ} = E_m (-1/2 + j/2).$$

В период зарождения трехфазных систем имелись попытки использовать несвязанную систему, в которой фазы обмотки генератора не были электрически соединены между собой и каждая фаза соединялась со своим приемником двумя проводами. Такие системы не получили применения вследствие их неэкономичности: для соединения генератора с приемником требовалось шесть проводов.

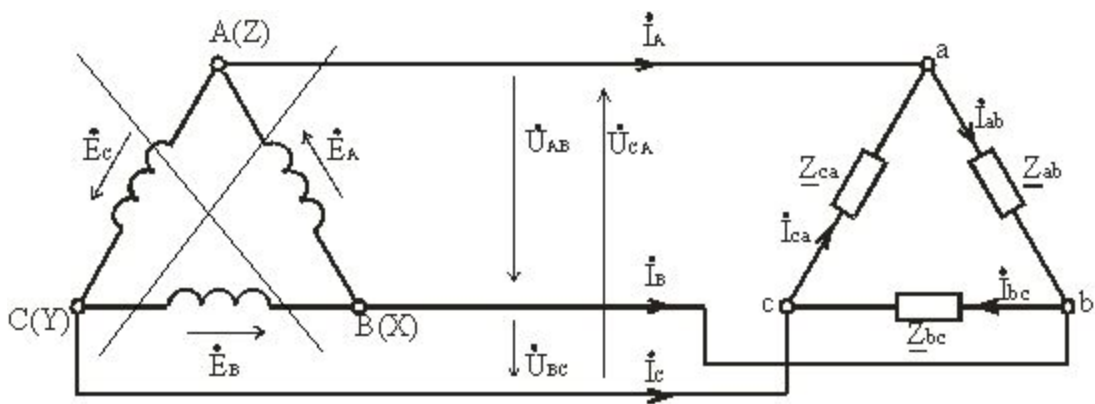
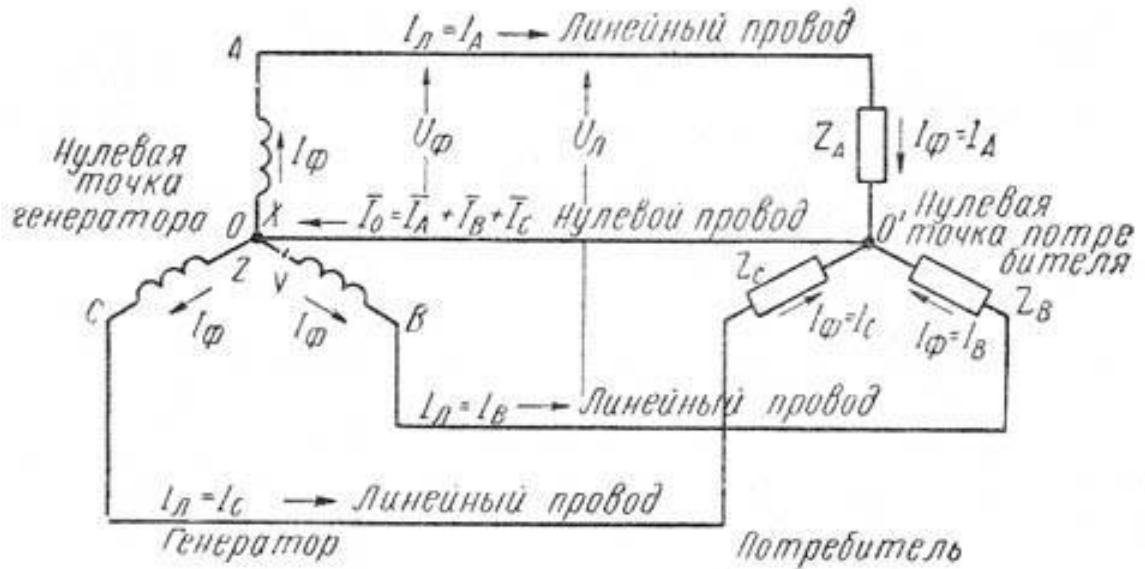
Более совершенными и экономичными являются связанные цепи, в которых фазы обмотки электрически соединены между собой.


Существуют различные способы соединения фаз трехфазных источников питания и трехфазных потребителей электроэнергии. Наиболее распространенными являются соединения "звезда" и "треугольник".





# Соединение фаз потребителей



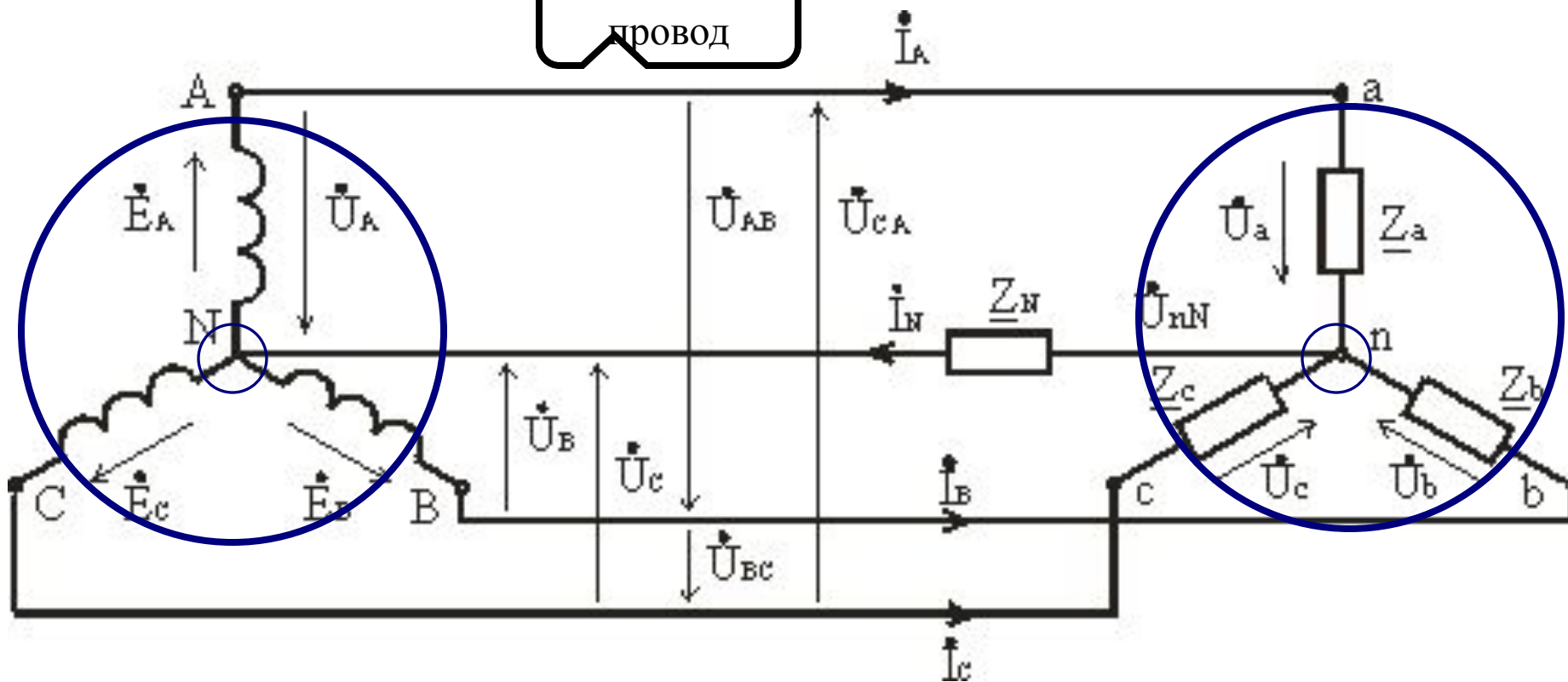


# Соединение фаз генератора и потребителя «звездой»

Генератор

Линейный  
провод

Потребитель, соединенный  
«звездой»



Нейтральная точка  
(или нейтраль)

Нейтральный  
провод

В трехфазных цепях различают **фазные** и **линейные напряжения**.

**Фазное напряжение  $U_{\phi}$**  – напряжение между началом и концом фазы или между линейным проводом и нейтралью ( $U_A, U_B, U_C$  у источника;  $U_a, U_b, U_c$  у приемника). Если сопротивлением проводов можно пренебречь, то фазное напряжение в приемнике считают таким же, как и в источнике. ( $U_A = U_a, U_B = U_b, U_C = U_c$ ). За условно положительные направления фазных напряжений принимают направления от начала к концу фаз.

**Линейное напряжение ( $U_L$ )** – напряжение между линейными проводами или между одноименными выводами разных фаз ( $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ ). Условно положительные направления линейных напряжений приняты от точек, соответствующих первому индексу, к точкам соответствующим второму индексу.

По аналогии с фазными и линейными напряжениями различают также **фазные** и **линейные токи**:

**Фазные ( $I_{\phi}$ )** – это токи в фазах генератора и приемников.

**Линейные ( $I_L$ )** – токи в линейных проводах.

Ток, протекающий в нейтральном проводе, обозначают  $I_N$ .

По первому закону Кирхгофа для нейтральной точки n(N) имеем в комплексной форме

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

В соответствии с выбранными условными положительными направлениями фазных и линейных напряжений можно записать уравнения по второму закону Кирхгофа.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Согласно этим выражениям может быть построена векторная диаграмма, из которой видно, что при симметричной системе фазных напряжений система линейных напряжений тоже симметрична:  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  равны по величине и сдвинуты по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$  (общее обозначение  $U_L$ ), и опережают, соответственно, векторы фазных напряжений  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ , ( $U_\Phi$ ) на угол  $30^\circ$ .

Действующие значения линейных напряжений можно определить графически по векторной диаграмме или по формуле, которая следует из треугольника, образованного векторами двух фазных и одного линейного напряжений:

$$U_L = 2 U_\Phi \cos 30^\circ \text{ или } U_L = \sqrt{3} U_\Phi.$$

Предусмотренные ГОСТом линейные и фазные напряжения для цепей низкого напряжения связаны между собой соотношениями:

$$U_L = 660 \text{ В}; U_\Phi = 380 \text{ В};$$

$$U_L = 380 \text{ В}; U_\Phi = 220 \text{ В};$$

$$U_L = 220 \text{ В}; U_\Phi = 127 \text{ В}.$$

# Классификация приемников в трехфазной цепи

- Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными.

К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т.д.

К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи.

- Приемники могут быть либо симметричными, либо несимметричными.

К симметричным относятся приемники с равными между собой комплексными сопротивлениями фаз:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Z e^{j\varphi}$ . Если это условие не выполняется, то приемники называют несимметричными.

- В случае, если  $Z_a = Z_b = Z_c$ , то трехфазный приемник называют равномерным, если  $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$ , то однородным.

# Расчет трехфазной цепи с генератором и потребителем, соединенном «звездой».

Для расчета трехфазной цепи применимы все методы, используемые для расчета линейных цепей.

Обычно сопротивления проводов и внутреннее сопротивление генератора меньше сопротивлений приемников, поэтому для упрощения расчетов таких цепей (если не требуется большая точность) сопротивления проводов можно не учитывать ( $Z_{\text{л}} = 0$ ,  $Z_{\text{н}} = 0$ ). Тогда фазные напряжения приемника  $U_a$ ,  $U_b$  и  $U_c$  будут равны соответственно фазным напряжениям источника электрической энергии (генератора или вторичной обмотки трансформатора),

$$\text{т.е. } U_a = U_A; U_b = U_B; U_c = U_C.$$

Если полные комплексные сопротивления фаз приемника равны  $Z_a = Z_b = Z_c$ , то токи в каждой фазе можно определить по формулам, составленным согласно закона Ома для цепей переменного тока:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

# Симметричная нагрузка приемника

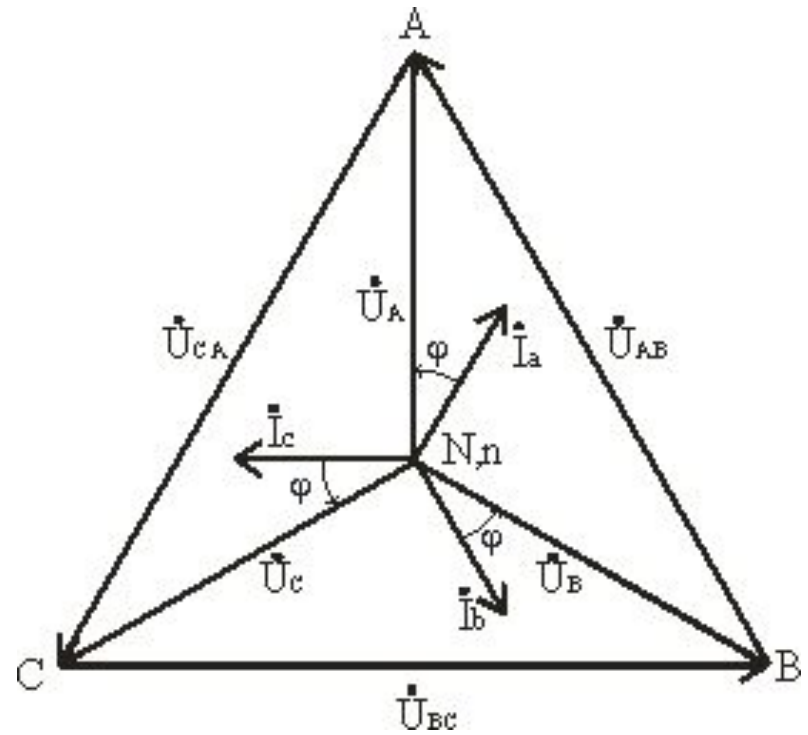
При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке, когда  $Z_a = Z_b = Z_c$ , т. е. когда  $R_a = R_b = R_c = R_\phi$  и  $X_a = X_b = X_c = X_\phi$ , фазные токи равны по значению и углы сдвига фаз одинаковы

$$I_a = I_b = I_c = I_\phi = U_\phi / Z_\phi,$$
$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arctg (X_\phi / R_\phi).$$

Построив векторную диаграмму токов для симметричного приемника, легко установить, что геометрическая сумма трех векторов тока равна нулю:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0.$$

Следовательно, в случае симметричной нагрузки ток в нейтральном проводе  $I_N = 0$ , поэтому необходимость в нейтральном проводе отпадает.





# Несимметричная нагрузка приемника

При симметричной системе напряжений и несимметричной нагрузке, когда  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$  и  $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c$  токи в фазах потребителя различны и определяются по закону Ома

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

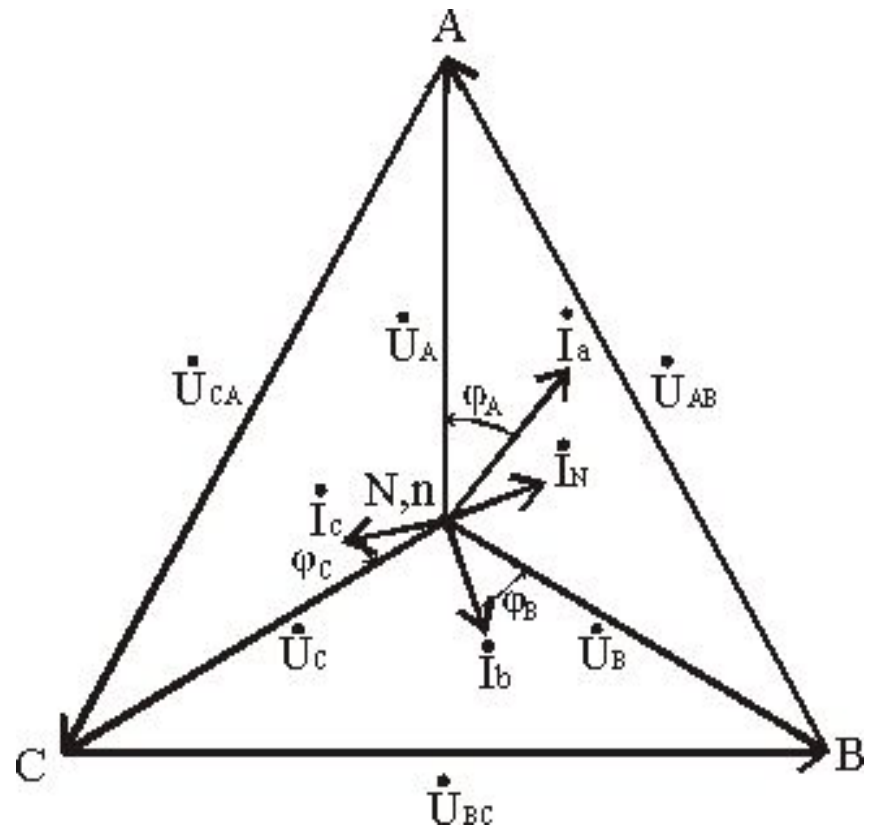
Ток в нейтральном проводе  $\dot{I}_N$  равен геометрической сумме фазных токов

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c.$$

Напряжения будут  $U_a = U_A$ ;  $U_b = U_B$ ;  $U_c = U_C$ ,  $U_\Phi = U_\Delta / \sqrt{3}$ , благодаря нейтральному проводу при  $Z_N = 0$ .

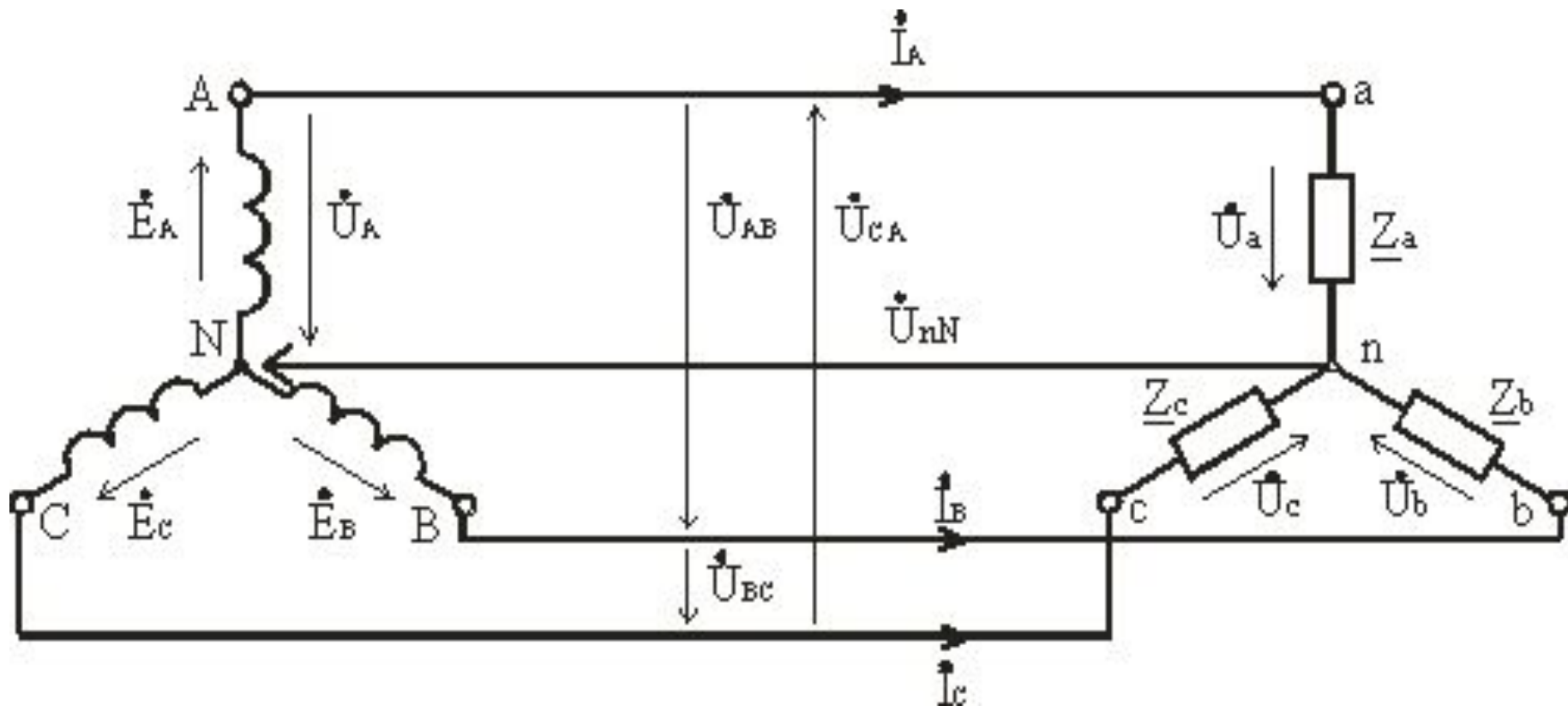
Следовательно, нейтральный провод обеспечивает симметрию фазных напряжений приемника при несимметричной нагрузке.

Поэтому в четырехпроводную сеть включают однофазные несимметричные нагрузки, например, электрические лампы накаливания. Режим работы каждой фазы нагрузки, находящейся под неизменным фазным напряжением генератора, не будет зависеть от режима работы других фаз.



# Трехпроводная электрическая цепь

Схема соединения источника и приемника «звездой» без нейтрального провода



При симметричной нагрузке, когда  $Z_a = Z_b = Z_c = Z_\phi$ , напряжение между нейтральной точкой источника N и нейтральной точкой приемника n равно нулю,  $U_{nN} = 0$ .

Соотношение между фазными и линейными напряжениями приемника также равно  $\sqrt{3}$ , т.е.  $U_\phi = U_L/\sqrt{3}$ , а токи в фазах определяются по тем же формулам, что и для четырехпроводной цепи. В случае симметричного приемника достаточно определить ток только в одной из фаз. Сдвиг фаз между током и соответствующим напряжением  $\varphi = \text{arctg}(X/R)$ .

При несимметричной нагрузке  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$  между нейтральными точками приемника и источника электроэнергии возникает напряжение смещения нейтрали  $U_{nN}$ .

Для определения напряжения смещения нейтрали можно воспользоваться формулой межзвонного напряжения

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_a \dot{U}_A + \underline{Y}_b \dot{U}_B + \underline{Y}_c \dot{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

где:  $\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a$ ;  $\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b$ ;  $\underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c$  – комплексы проводимостей фаз нагрузки.

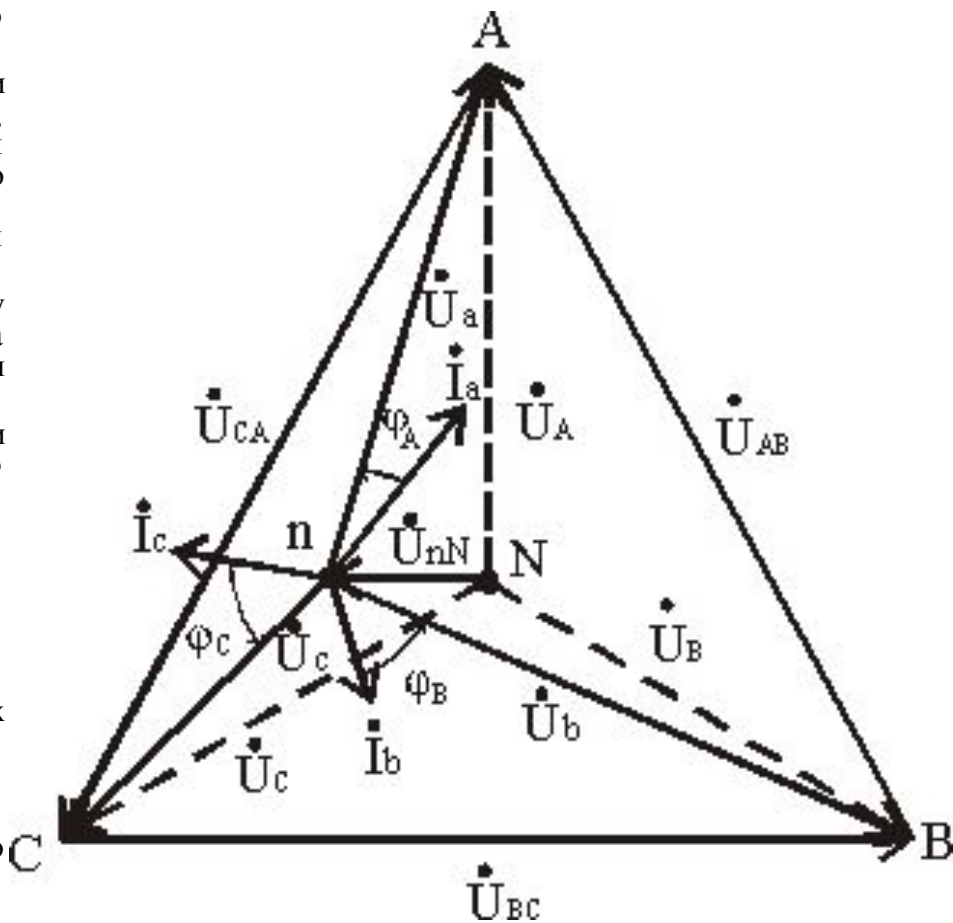
Очевидно, что теперь напряжения на фазах приемника будут отличаться друг от друга. Из второго закона Кирхгофа следует, что

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

Зная фазные напряжения приемника, можно определить фазные токи:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

Векторы фазных напряжений можно определить графически, построив векторную (топографическую) диаграмму фазных напряжений источника питания и  $U_{nN}$ .



При изменении величины (или характера) фазных сопротивлений напряжение смещений нейтрали  $U_{nN}$  может изменяться в широких пределах. При этом нейтральная точка приемника  $n$  на диаграмме может занимать разные положения, а фазные напряжения приемника  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  могут отличаться друг от друга весьма существенно.

Таким образом, при симметричной нагрузке нейтральный провод можно удалить и это не повлияет на фазные напряжения приемника. При несимметричной нагрузке и отсутствии нейтрального провода фазные напряжения нагрузки уже не связаны жестко с фазными напряжениями генератора, так как на нагрузку воздействуют только линейные напряжения генератора. Несимметричная нагрузка в таких условиях вызывает несимметрию ее фазных напряжений  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ ,  $\dot{U}_c$  и смещение ее нейтральной точки  $n$  из центра треугольника напряжений (смещение нейтрали).

Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки.

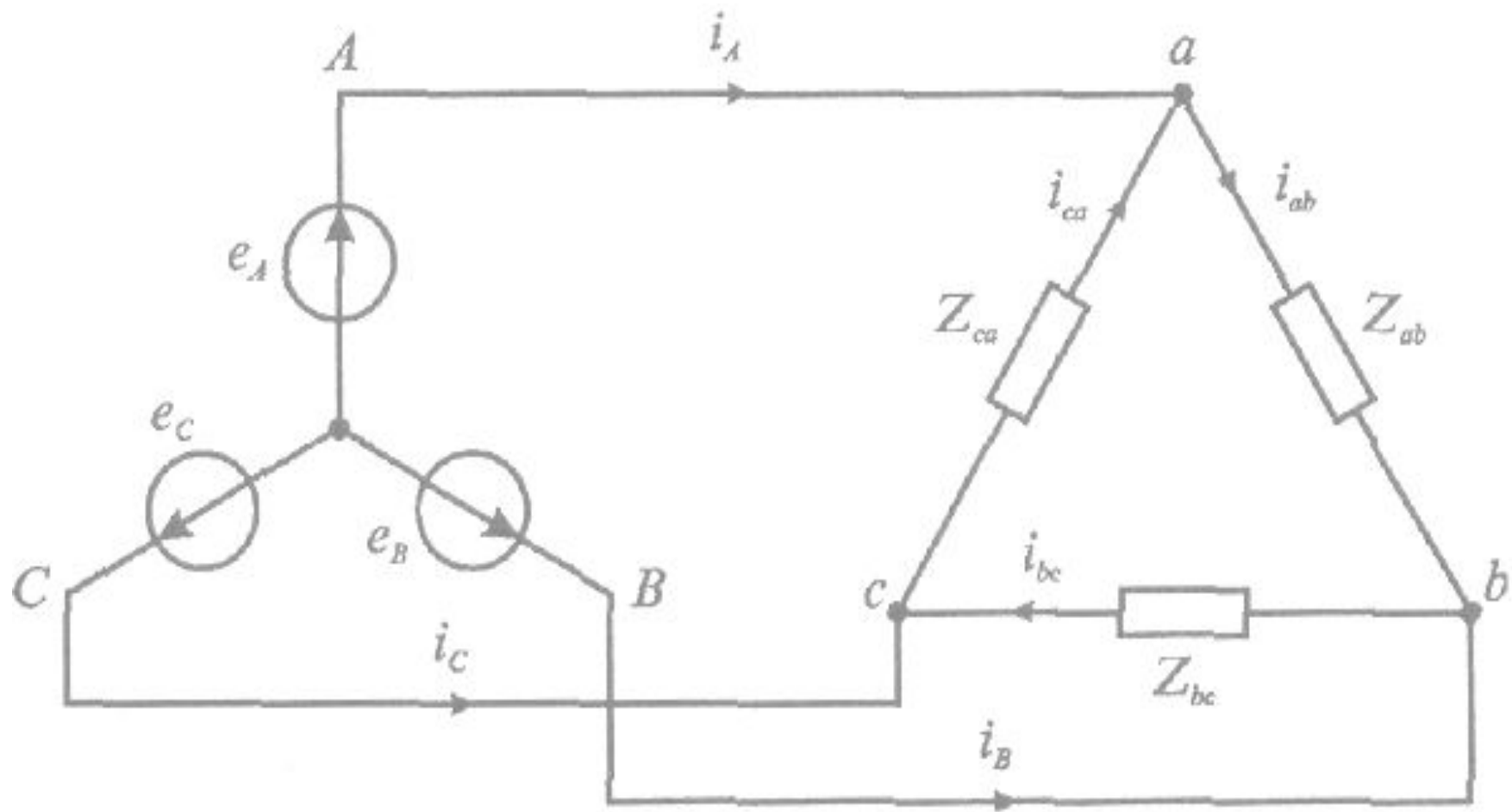
Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

1. выравнивать фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;
2. подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным напряжением в раз меньше номинального линейного напряжения сети.

Следует иметь в виду, что в цепь нейтрального провода нельзя ставить предохранитель, так как перегорание предохранителя приведет к разрыву нейтрального провода и появлению значительных перенапряжений на фазах нагрузки.



# Соединение фаз приемника «треугольником»



Напряжение между концом и началом фазы при соединении треугольником – это напряжение между линейными проводами. Поэтому при соединении треугольником линейное напряжение источника равно фазному напряжению потребителя.

$$U_L = U_\Phi.$$

Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, линейные напряжения потребителя можно приравнять линейным напряжениям источника питания:  $U_{ab} = U_{AB}$ ,  $U_{bc} = U_{BC}$ ,  $U_{ca} = U_{CA}$ . По фазам  $Z_{ab}$ ,  $Z_{bc}$ ,  $Z_{ca}$  приемника протекают фазные токи  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$  и  $\dot{I}_{ca}$ . Условное положительное направление фазных напряжений  $\dot{U}_{ab}$ ,  $\dot{U}_{bc}$  и  $\dot{U}_{ca}$  совпадает с положительным направлением фазных токов. Условное положительное направление линейных токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$  принято от источников питания к приемнику.

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Токи в фазах приемника определяются по формулам

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}.$$

Линейные токи можно определить по фазным, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов a, b и c

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Сложив левые и правые части системы уравнений, получим

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0,$$

т.е. сумма комплексов линейных токов равна нулю как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке.

# Расчет трехфазной цепи с потребителем, соединенном «треугольником».

При симметричной нагрузке

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}e^{j\varphi},$$

т.е.  $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z$ ,  $\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi$ .

Так как линейные (они же фазные) напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  симметричны, то и фазные токи образуют симметричную систему

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}.$$

Абсолютные значения их равны, а сдвиги по фазе относительно друг друга составляют  $120^\circ$ .

Линейные токи

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc};$$

образуют также симметричную систему токов.

При соединении треугольником действующее значение линейного тока при симметричной нагрузке в  $\sqrt{3}$  раз больше действующего значения фазного тока и  $U_{Л} = U_{\Phi}$ ;  $I_{Л} = \sqrt{3} I_{\Phi}$ .

При равномерной нагрузке фаз расчет трехфазной цепи соединенной треугольником, можно свести к расчету одной фазы.

При несимметричной нагрузке симметрия фазных токов  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$ ,  $\dot{I}_{ca}$  нарушается, поэтому линейные токи  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$  можно определить только расчетом по вышеприведенным уравнениям.

Важной особенностью соединения фаз приемника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются постоянными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединенных с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

При расчете для несимметричной нагрузки сначала определяют значения фазных токов  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$ ,  $\dot{I}_{ca}$  и соответствующие им сдвиги фаз  $\varphi_{ab}$ ,  $\varphi_{bc}$ ,  $\varphi_{ca}$ . Затем определяют линейные токи с помощью уравнений в комплексной форме или с помощью векторных диаграмм.





# Мощность в трехфазной цепи

### Мощность трехфазной цепи. Активная мощность

Так как трехфазная цепь представляет собой совокупность трех однофазных цепей, то мгновенная мощность источника в трехфазной цепи равна сумме мгновенных мощностей.

$$P = P_A + P_B + P_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C$$

Тогда среднее за период значение мощности (активная мощность) генератора будет равно сумме активных мощностей отдельных фаз

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = P_A + P_B + P_C = \\ = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

где  $U$ ,  $I$  – действующие напряжения и ток в фазах,  $\varphi$  – угол между напряжением и током в фазах.

Активная мощность приемников трехфазной цепи равна сумме активных мощностей отдельных фаз (при соединении звездой):

$$P = P_a + P_b + P_c$$

при соединении потребителей треугольником:

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}$$

$$P = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c$$

При симметричной нагрузке, т.е. когда

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c \quad \text{или} \quad \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$$

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi$$

т.к. при соединении нагрузки звездой напряжение:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_\phi, \text{ а ток } I_L = I_\phi, \text{ то мощность можно записать через}$$

линейные напряжения и токи

$$P = 3P_\phi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi_L, \text{ такое же выражение получится для}$$

соединения нагрузки по схеме треугольник, т.е. когда

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$$

## Мощность трехфазной цепи. Реактивная мощность

Реактивная мощность трехфазной цепи равна сумме реактивных мощностей фаз (при соединении потребителей в звезду):

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = \\ = U_a I_a \sin \varphi_a + U_b I_b \sin \varphi_b + U_c I_c \sin \varphi_c$$

где  $U$ ,  $I$  – действующие напряжения и ток в фазах,  $\varphi$  – угол между напряжением и током в фазах.

При симметричной нагрузке, т.е. когда

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$$

$$Q = 3Q_\Phi = 3U_\Phi I_\Phi \sin \varphi_\Phi$$

## Мощность трехфазной цепи. Реактивная мощность

т.к. при соединении нагрузки звездой напряжение:

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Ф}} \text{ , а ток} \quad I_{\text{Л}} = I_{\text{Ф}}$$

то мощность можно записать через линейные напряжения и т

$$Q = 3Q_{\text{Ф}} = \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}}\text{Sin}\varphi_{\text{Л}}$$

такое же выражение получится для соединения нагрузки по схеме треугольник.

## Мощность трехфазной цепи. Полная мощность

Полная мощность трехфазной цепи определяется выражением:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

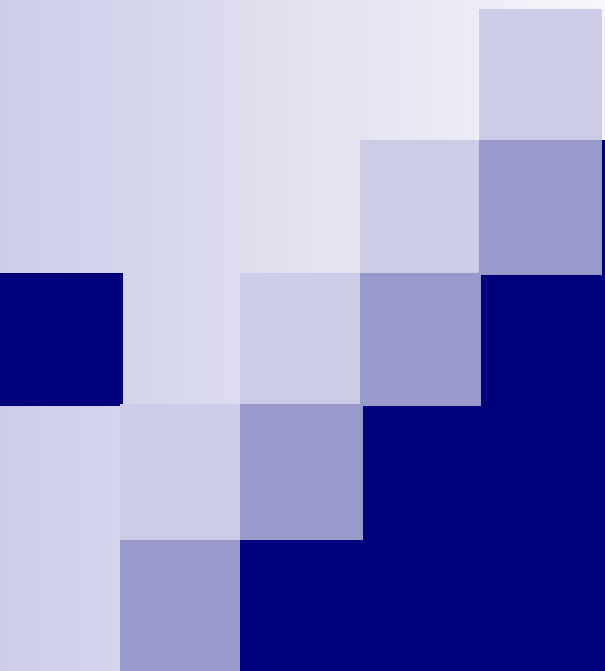
Поэтому полную мощность трехфазной цепи можно определить в комплексном виде как (для соединения нагрузки звездой):

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \underline{I}_a^* + \underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_c \underline{I}_c^*$$

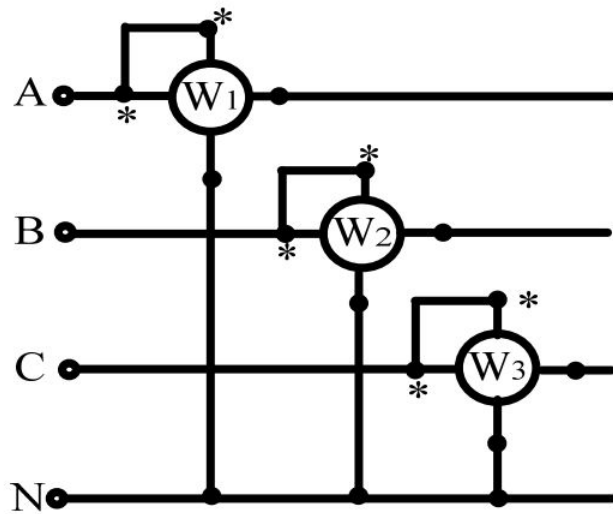
$$\underline{S} = P + jQ = P_a + P_b + P_c + j(Q_a + Q_b + Q_c)$$

При симметричной нагрузке полная мощность определяется

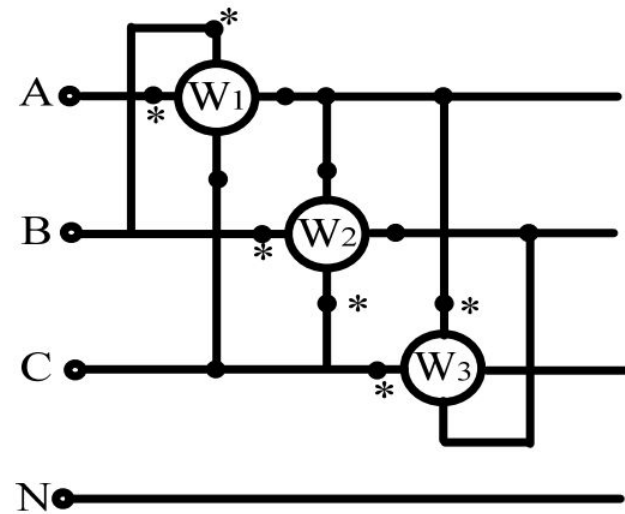
$$S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_L I_L$$



# Измерение МОЩНОСТИ В трехфазной цепи

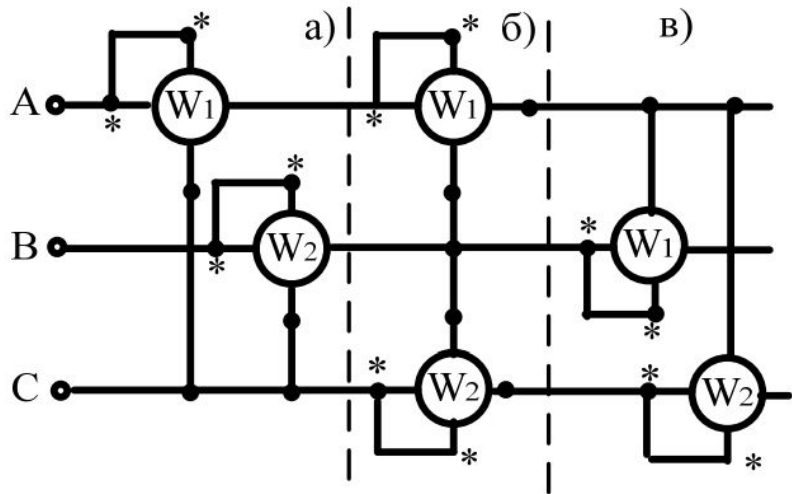


$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

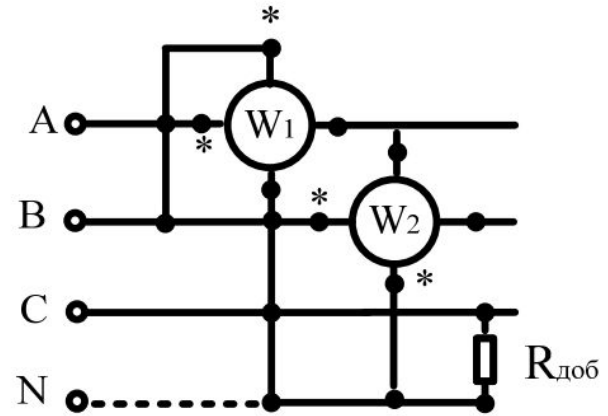


$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$$





$$P = P_1 + P_2$$



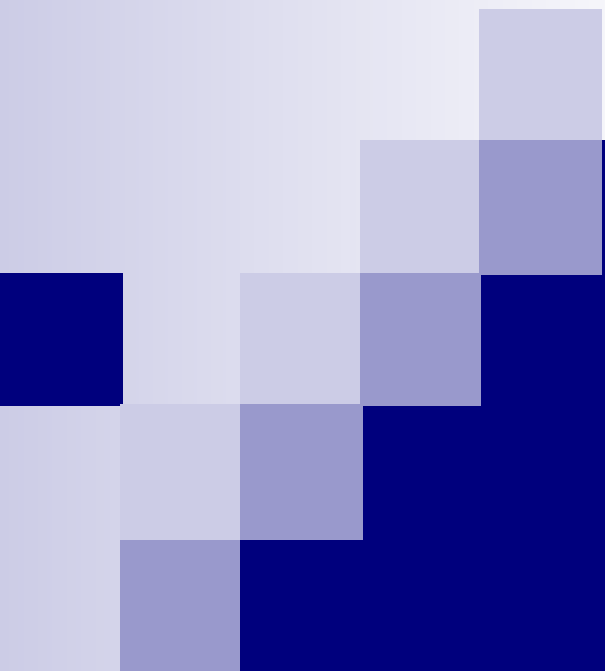
$$Q = \sqrt{3} (P_1 + P_2)$$

$$p(t) = u_{ab}i_a + u_{cb}i_c = (u_a + u_b)i_a + (u_c - u_b)i_c = u_a i_a + u_c i_c - u_b(i_a + i_c) =$$

$$= u_a i_a + u_c i_c + u_b i_b, \quad \text{т.к. } -(i_a + i_c) = i_b$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = U_{ab} I_a \cos(\hat{U}_{ab} \hat{I}_a) + U_{cb} I_c \cos(\hat{U}_{cb} \hat{I}_c) = P_1 + P_2$$

где  $P_1, P_2$  – показания двух ваттметров.



# Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей

## Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей

При эксплуатации трехфазных цепей должны быть обеспечены соответствующие меры безопасности, исключающие возможность поражения человека электрическим током. Для этого токоведущие части электротехнических установок должны быть надежно изолированы и снабжены специальными защитными устройствами, а персонал, обслуживающий такие установки, должен быть обучен безопасным методам работы и хорошо знать правила техники безопасности.

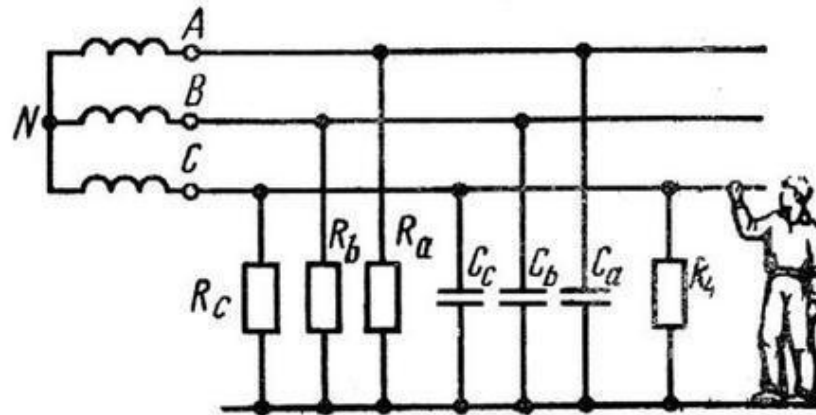
Электрический ток, проходя через тело человека, производит термическое, электрическое и биологическое воздействия. Опасность поражения током зависит от его значения, продолжительности действия и ряда других факторов. Токи промышленной частоты порядка 0,01-0,015 А опасны для жизни, а токи, превышающие 0,1 А - смертельны

## Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей

Человек может оказаться под напряжением при одновременном прикосновении к двум зажимам (полюсам) цепи постоянного тока или однофазной цепи переменного тока, либо к двум фазам трехфазной цепи; прикосновении к одному зажиму или одной фазе; прикосновении к заземленным токоведущим частям, оказавшимся под напряжением, нахождении вблизи заземлителя (шаговое напряжение).

В трехфазных сетях низкого напряжения (до 1000 В) значение тока, поражающего человека, зависит от «режима нейтрали» (т. е. заземлена или изолирована нейтральная точка источника электрической энергии), а также от активной и реактивной проводимостей, существующих между проводами и землей.

## Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей



На рис. в качестве примера показана схема замещения трехпроводной сети с изолированной нейтралью, к одному из проводов которой прикасается человек. Здесь  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  — сопротивления изоляции ( $R_{и}$ );  $C_a$ ,  $C_b$ ,  $C_c$  — емкости проводов относительно земли, а  $R_{ч}$  — сопротивление тела человека.

Если пренебречь емкостной проводимостью, то в случае прикосновения человека к одной из фаз сети с изолированной нейтралью ток, проходящий через его тело, определяется из формулы:

$$I_{ч} = \frac{U_{\phi}}{R_{ч} + \frac{1}{3}R_{и}}$$

Из формулы следует, что чем хуже качество изоляции, тем больше ток, проходящий через тело человека. А в аварийном режиме (например, при коротком замыкании на землю одной из фаз) человек, прикоснувшийся к исправной фазе, попадает под линейное напряжение, что опасно для жизни.

$$I_{ч} = \frac{\sqrt{3}U_{\phi}}{R_{ч}}$$

Для снижения напряжения, прикосновения к металлическим частям электрооборудования, оказавшимся под напряжением (например, при пробое изоляции на корпус электродвигателя), применяют защитное заземление корпусов электроустановок. Сопротивление растеканию электрического тока не должно быть больше 4 Ом, а контурные заземления промышленных зданий должны выполняться из условия безопасности по допустимому напряжению прикосновения и шаговому напряжению или быть не более 0,5 Ом.

В четырехпроводных сетях с заземленной нейтралью напряжением до 1000 В используют защитное зануление, в результате чего металлические части электроустановок всегда соединены с заземленным нейтральным проводом. При повреждении изоляции обмоток электродвигателей или аппаратов фазный и нейтральный провода оказываются замкнутыми накоротко, что вызывает срабатывание защитного реле и отключение поврежденного электротехнического устройства.



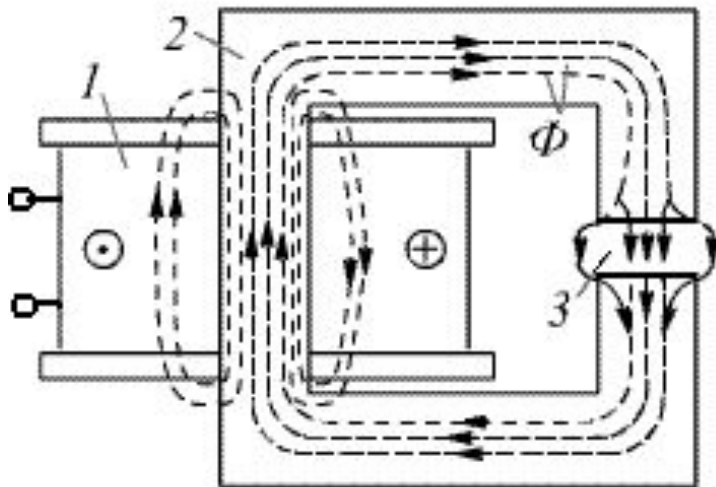
# Назначение и типы магнитных цепей



**Магнитная цепь** - это совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов.

Различают:

- магнитные цепи с постоянными магнитами;
- магнитные цепи, в которых магнитный поток создается постоянным или переменным током, протекающим в одной или нескольких обмотках, размещённых на ферромагнитных сердечниках.



а) Пример магнитной цепи:

1 – намагничивающая обмотка;

2 – ферромагнитный материал;

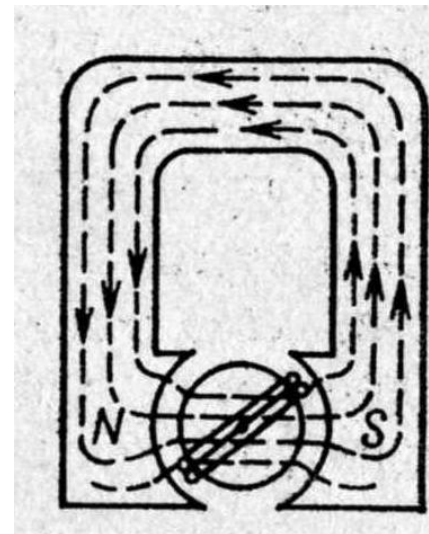
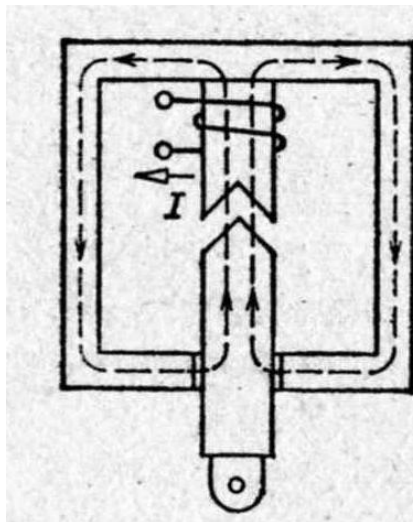
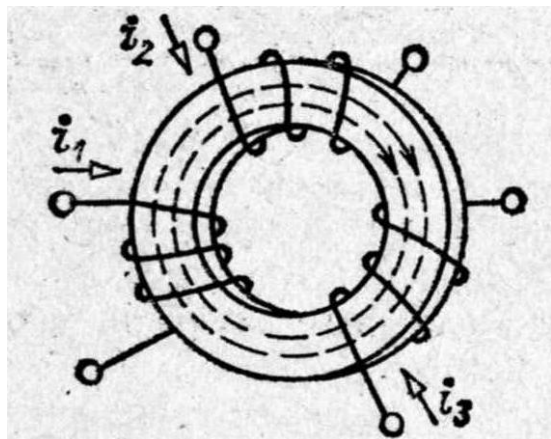
3 – воздушный (регулируемый) зазор.

Если вся магнитная цепь выполнена из одного ферромагнитного материала и имеет одинаковое сечение, то она называется **однородной**.

Магнитная цепь, содержащая материалы с различными магнитными свойствами или имеющая воздушные зазоры, называется **неоднородной**.

Магнитная цепь, во всех сечениях которой магнитный поток  $\Phi$  одинаков, называется **неразветвлённой**.

В **разветвлённой** магнитной цепи потоки на различных участках неодинаковы.



# Закон полного тока

Закон полного тока устанавливает связь между магнитодвижущей силой обмоток контура и напряженностью магнитного поля вдоль этого контура: **линейный интеграл вектора напряжённости магнитного поля вдоль замкнутого контура равен полному току, заключенному в этом контуре:**

$$\int_l \vec{H} d\vec{l} = F = \sum_{(w)} I_k$$

где  $F = \sum_{(w)} I_k$  - магнитодвижущая сила (МДС) в амперах [А];  $\sum_{(w)} I_k$  - полный ток (алгебраическая сумма токов) в контуре (ток  $I_k$  берут со знаком "плюс", если его направление и направление обхода контура при интегрировании связаны правилом правоходового винта, и наоборот);  $w$  - число токов, пересекающих контур.

# Первый закон Кирхгофа

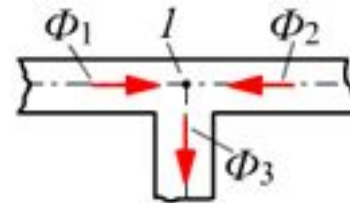
В разветвленных магнитных цепях имеется несколько замкнутых контуров и соответственно магнитных потоков. Для составления системы уравнений по законам Кирхгофа нужно знать направления токов в катушках, а также выбрать условные положительные направления магнитных потоков.

Запишем **первый закон Кирхгофа** для условного узла  $l$  магнитной цепи

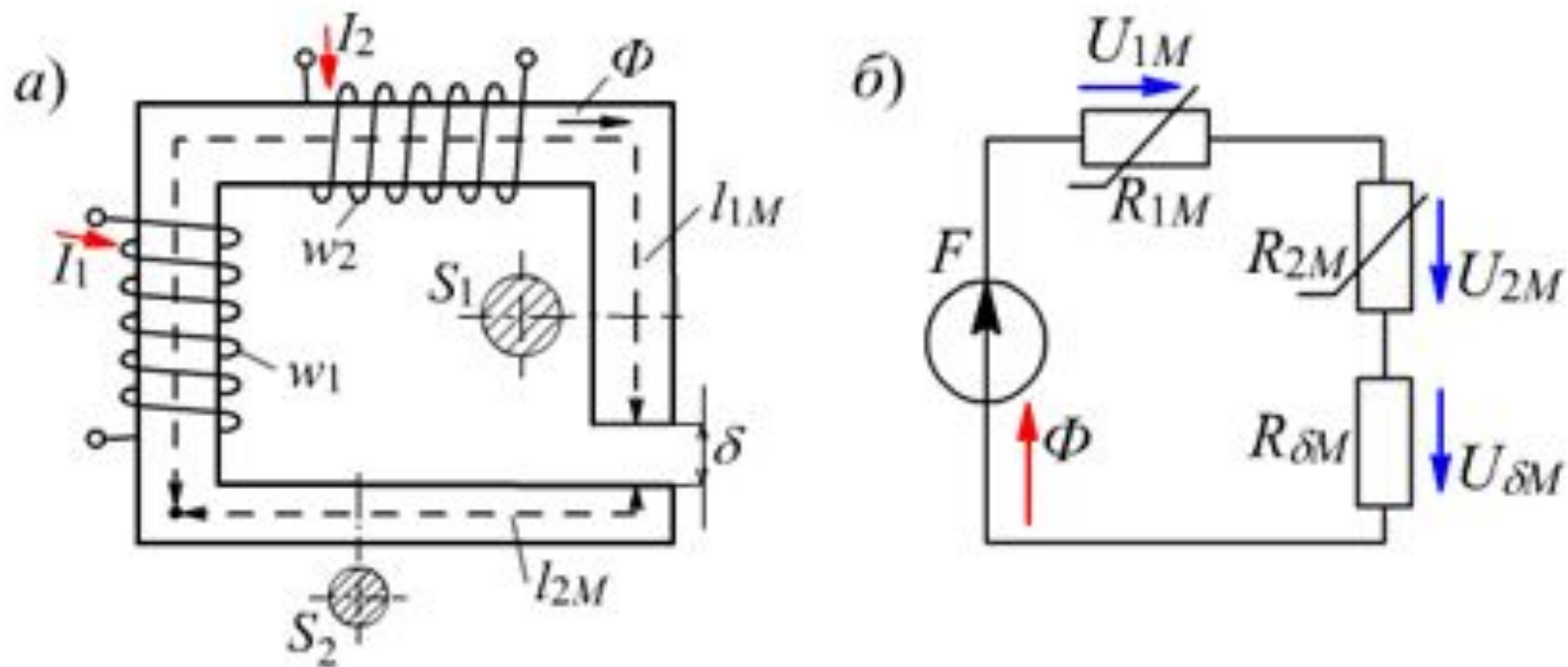
$$\sum \Phi_x = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0$$

т. е. **алгебраическая сумма магнитных потоков в узле разветвления равна нулю.**

Под условным **узлом** разветвления магнитной цепи подразумевается точка, в которой сходятся три или большее число средних линий магнитного потока.



# Второй закон Кирхгофа для неоднородной магнитной цепи



Неоднородная магнитная цепь с несколькими обмотками и с участками с различными магнитными свойствами и площадями сечений магнитных потоков

Закон полного тока для представленной цепи имеет вид

$$H_1 l_{1M} + H_2 l_{2M} + H_\delta \delta = w_1 I_1 - w_2 I_2.$$

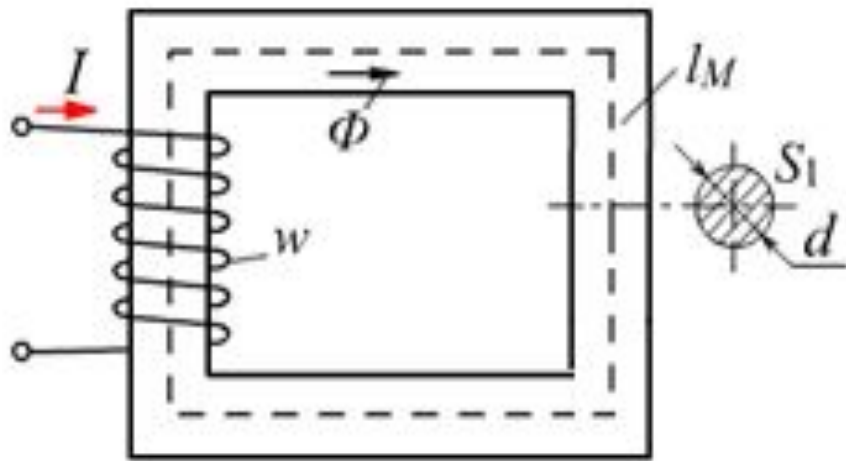
После несложных преобразований получим уравнение, называемое **вторым законом Кирхгофа** для магнитной цепи:

$$U_{1M} + U_{2M} + U_{\delta M} = F_1 - F_2,$$

где  $U_{kM}$  - магнитные напряжения в амперах (А) на отдельных участках магнитной цепи;  $F_1$  и  $F_2$  - МДС обмоток.

Сформулируем второй закон Кирхгофа: **алгебраическая сумма МДС катушек в замкнутой магнитной цепи (контуре) равна алгебраической сумме магнитных напряжений вдоль этой цепи.**

# Закон Ома для однородной магнитной цепи



Запишем закон полного тока для однородной магнитной цепи с параметрами:  $l_M$  - средняя длина магнитной силовой линии (м. с. л.), м;  $S_1$  - площадь сечения ферромагнитного сердечника,  $\text{м}^2$ ;  $I$  - постоянный ток в катушке с числом витков  $w$  и найдем магнитный поток  $\Phi$  в сердечнике (потокami рассеяния пренебрегаем):

$$\int_l H dl \approx H_{cp} l_M = \sum I = wI$$

где  $H_{cp} = B_{cp}/\mu_a$  и  $B_{cp} = \Phi/S_1$  - средние напряжённость и индукция магнитного поля в сердечнике.



Произведем следующие преобразования. Подставим выражения для напряженности и индукции в Закон полного тока для однородной магнитной цепи и получим:

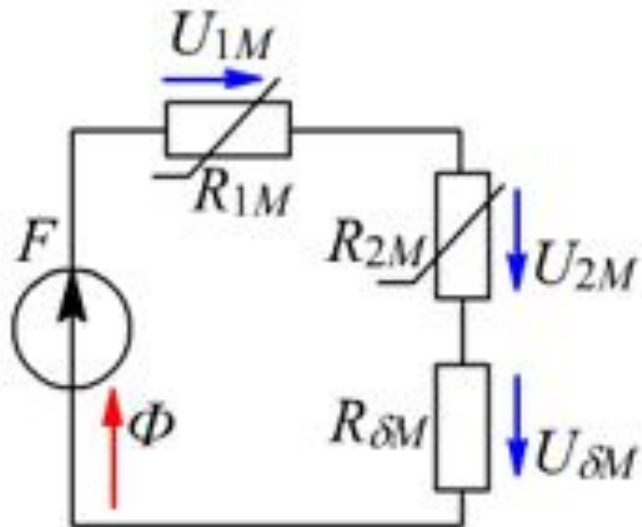
$$\frac{B_{\text{ср}} l_M}{\mu_a} = \frac{\Phi l_M}{\mu_a S} = wI = F$$

$$\Phi = F/R_M$$

названное законом Ома для однородной магнитной цепи,  
где  $F = wI$  [А] - МДС катушки;

$$R_M = \frac{l_M}{\mu_0 \mu S} - \text{магнитное сопротивление цепи, } 1/\text{Гн.}$$

# Закон Ома для неоднородной магнитной цепи



Поделив левую и правую части уравнения второго закона Кирхгофа на магнитный поток  $\Phi$ , получим **закон Ома для неоднородной магнитной цепи:**

$$\frac{U_{1M}}{\Phi} + \frac{U_{2M}}{\Phi} + \frac{U_{\delta M}}{\Phi} = \frac{F_1}{\Phi} - \frac{F_2}{\Phi} = \frac{F}{\Phi} = R_{MЭ}$$

$$\Phi = F/R_{MЭ}$$

где  $R_{MЭ} = R_{1M} + R_{2M} + R_{\delta M}$  - эквивалентное магнитное сопротивление цепи.

## Сравнительная таблица

Электрическое поле постоянного тока в проводящей среде	Магнитное поле
$I = \int \bar{\delta} \, \bar{ds}$	$\Phi = \int \bar{B} \, \bar{ds}$
$\oint \bar{\delta} \, \bar{ds} = 0$	$\oint \bar{B} \, \bar{ds} = 0$
$\oint \bar{E} \, \bar{dl} = e$	$\oint \bar{H} \, \bar{dl} = F$
$\bar{\delta} = \gamma \, \bar{E}$	$\bar{B} = \mu \, \bar{H}$

# Допущения, принимаемые при приближенном расчете магнитных цепей

1. В практических расчётах неразветвлённой магнитной цепи часто пренебрегают магнитными потоками рассеяния и учитывают только магнитный поток вдоль основной магнитной цепи, принимая его неизменным во всех её сечениях.
2. Всю МДС вдоль замкнутой магнитной цепи представляют в виде алгебраической суммы МДС на отдельных разнородных участках магнитной цепи.
3. В силу малости воздушных промежутков в простых магнитных цепях часто пренебрегают «выпучиванием» в них магнитного поля, считая поперечное сечение магнитного потока в зазоре таким же, как в магнитопроводе.

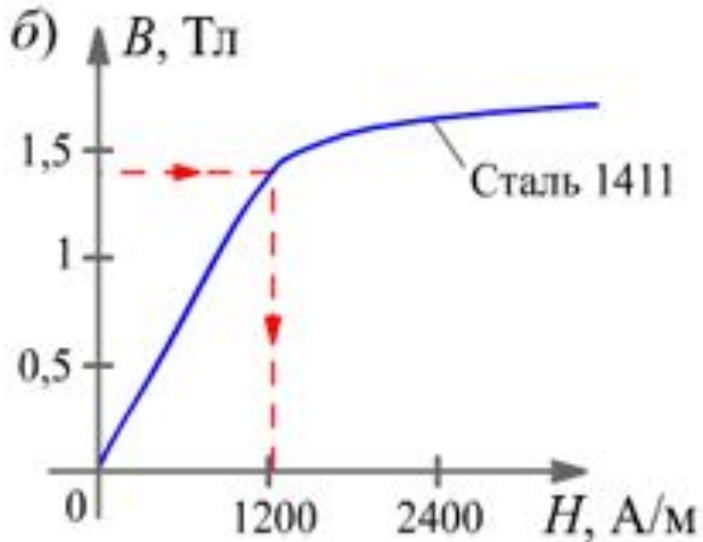
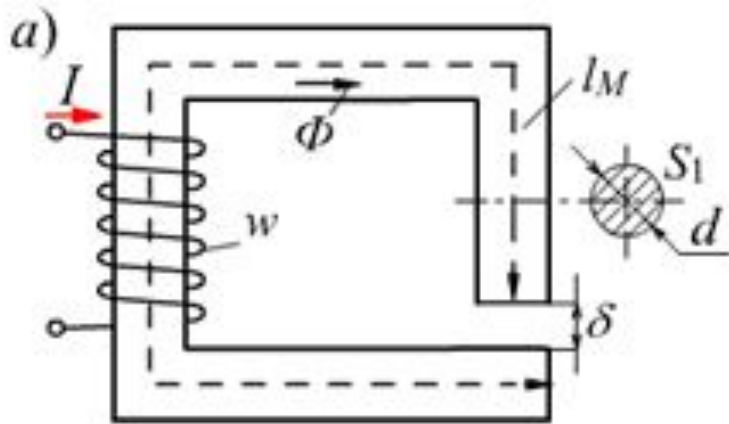
В сложных магнитных цепях нельзя пренебрегать потоками рассеяния и магнитным состоянием ферромагнетиков при неоднородном намагничивании: магнитную цепь приходится рассматривать как цепь с распределёнными параметрами, используя методы расчёта электромагнитных полей, в т. ч. метод последовательных приближений, метод конечных элементов и др.

# Расчет неразветвленной магнитной цепи

При расчёте неразветвлённой магнитной цепи различают:

- прямую задачу (**задачу синтеза**);
- обратную задачу (**задачу анализа** магнитной цепи).

# Прямая задача



## Задано:

геометрические размеры магнитной цепи ( $l_M$ ,  $\delta$ ,  $S_1$ ); магнитные свойства отдельных её участков - кривые намагничивания  $B(H)$  (например, все они изготовлены из электротехнической стали 1411).

## Определить:

магнитодвижущую силу (МДС)  $F$  обмотки, необходимую для создания магнитного потока  $\Phi$  в зазоре.

1. Примем  $S_1 \approx S_\delta$  и определим магнитную индукцию на участках цепи:

$$B_1 = \Phi / S_1; B_\delta = \Phi / S_d; B_1 = B_\delta.$$

2. Напряжённость магнитного поля на участке  $l_M$  найдем по кривой намагничивания:

например, для стали 1411 при  $B_1 = 1,4$  Тл,  $H_1 \approx 1200$  А/м (см. рис.);  
для воздушного зазора напряжённость  $H_\delta = B_\delta / \mu_0 \approx 8 \cdot 10^5 \cdot B_\delta$ .

3. Согласно закону полного тока МДС обмотки с числом витков  $w$ :

$$F = H_1 l_M + H_\delta \delta = wI.$$

4. Выбрав значение тока  $I$ , определяют число витков  $w$  катушки, или, наоборот, выбрав число витков  $w$  катушки, находят значение тока  $I$ .

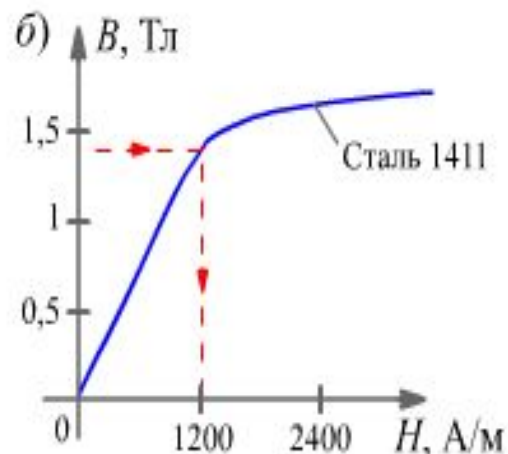
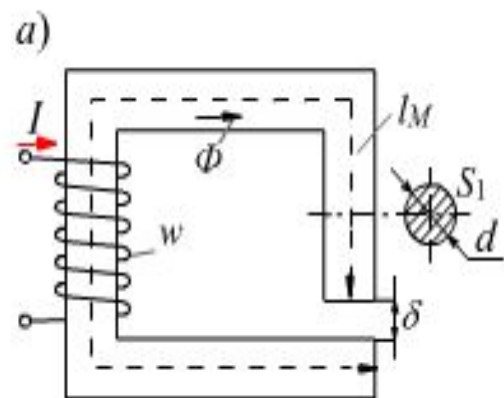
Для приближенных расчётов принимают

магнитную индукцию  $B \gg 1,2 \dots 1,3$  Тл

диаметр стержня  $d \gg 0,05$  м, где  $S$  - мощность устройства в кВт\*А.

## УПРАЖНЕНИЕ

В магнитной цепи (рис. а) с размерами:  $l_M = 0,4$  м;  $\delta = 1$  мм; и числе витков катушки  $w = 1000$  определить ток  $I$  в катушке, при котором в воздушном зазоре индукция  $B = 1,4$  Тл.



**Решение.** 1. По закону полного тока

$F = H_1 l_M + H_\delta \delta = 1200 \cdot 0,4 + 8 \cdot 10^5 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} = 1600$  А (ампер-витков), где напряжённость  $H_1 \approx 1200$  А/м при  $B = 1,4$  Тл (см. рис. б).

2. Ток в катушке

$$I = F / w = 1600 / 1000 = 1,6 \text{ А.}$$





# МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОТОКАМИ

## Общие сведения

**Особенность** цепей переменного тока с ферромагнитными элементами заключается в том, что переменные токи в обмотках и магнитные потоки в сердечниках взаимосвязаны.

**С одной стороны**, магнитные потоки зависят от токов в обмотках, и при анализе цепей приходится в значительной мере пользоваться методами, разработанными для магнитных цепей с постоянными магнитными потоками.

**С другой стороны**, токи в обмотках зависят от характера изменения магнитных потоков, и это весьма усложняет исследования.

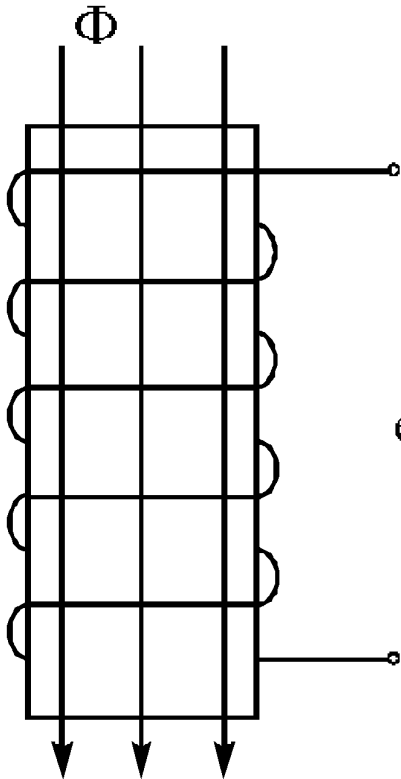
## Общие сведения

В основе индукционного действия магнитного поля лежит закон Фарадея-Максвелла (закон электромагнитной индукции).

В контуре, движущемся в неизменном поле так, что его стороны пересекают магнитные линии, или в контуре, помещенном в изменяющееся во времени магнитное поле, индуцируется ЭДС, численно равная скорости изменения во времени магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

## Общие сведения



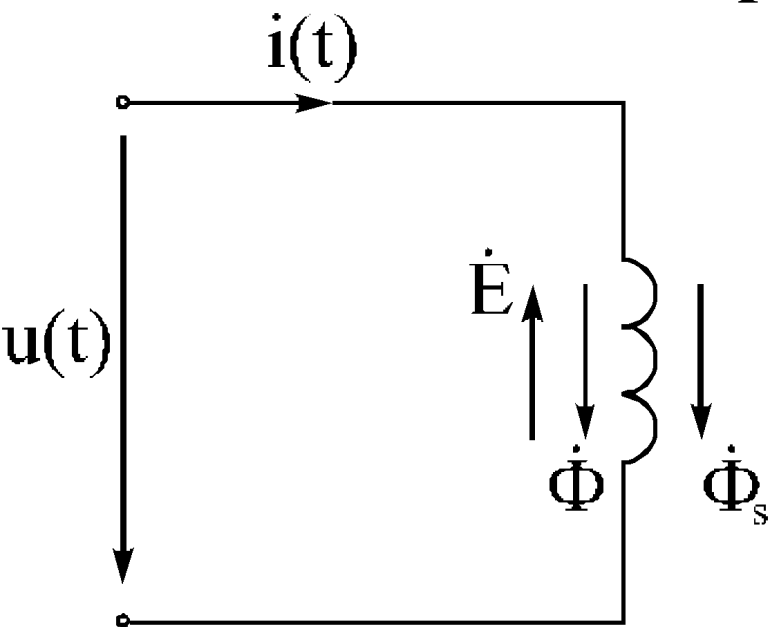
Когда контур состоит из  $W$  витков, пронизываемых одним и тем же потоком, индуцированная в нем ЭДС равна:

$$e(t) = -W \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

$e(t)$  Часто различные группы витков одной и той же катушки пронизываются различными потоками  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$ ; в этом случае полная ЭДС катушки равна сумме ЭДС отдельных групп витков.

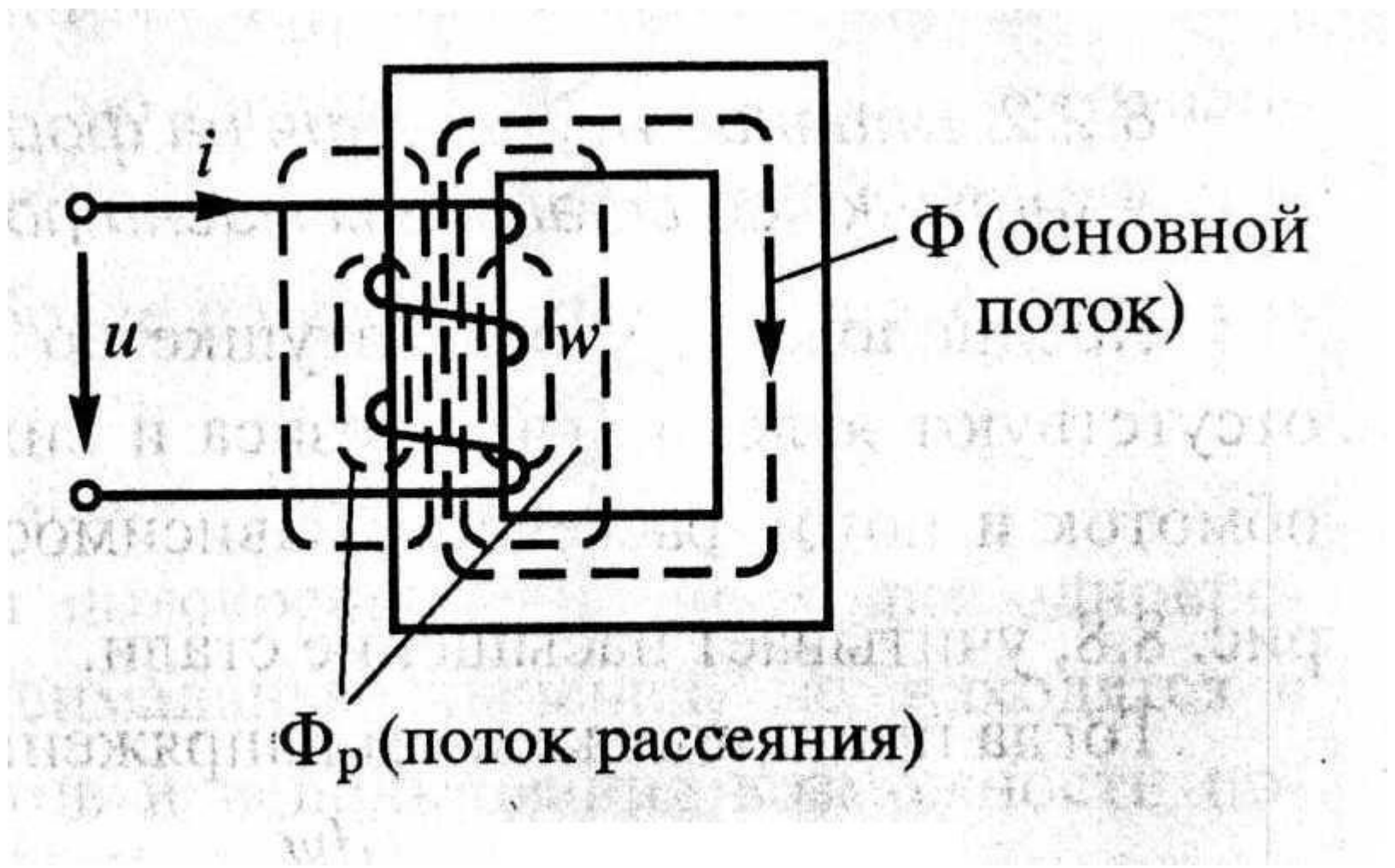
Сумму магнитных потоков, сцепленных с каждым из витков, называют магнитным потокосцеплением  $\Psi$ . Произведения  $W \cdot \Phi$  являются потокосцеплениями соответствующих групп витков.

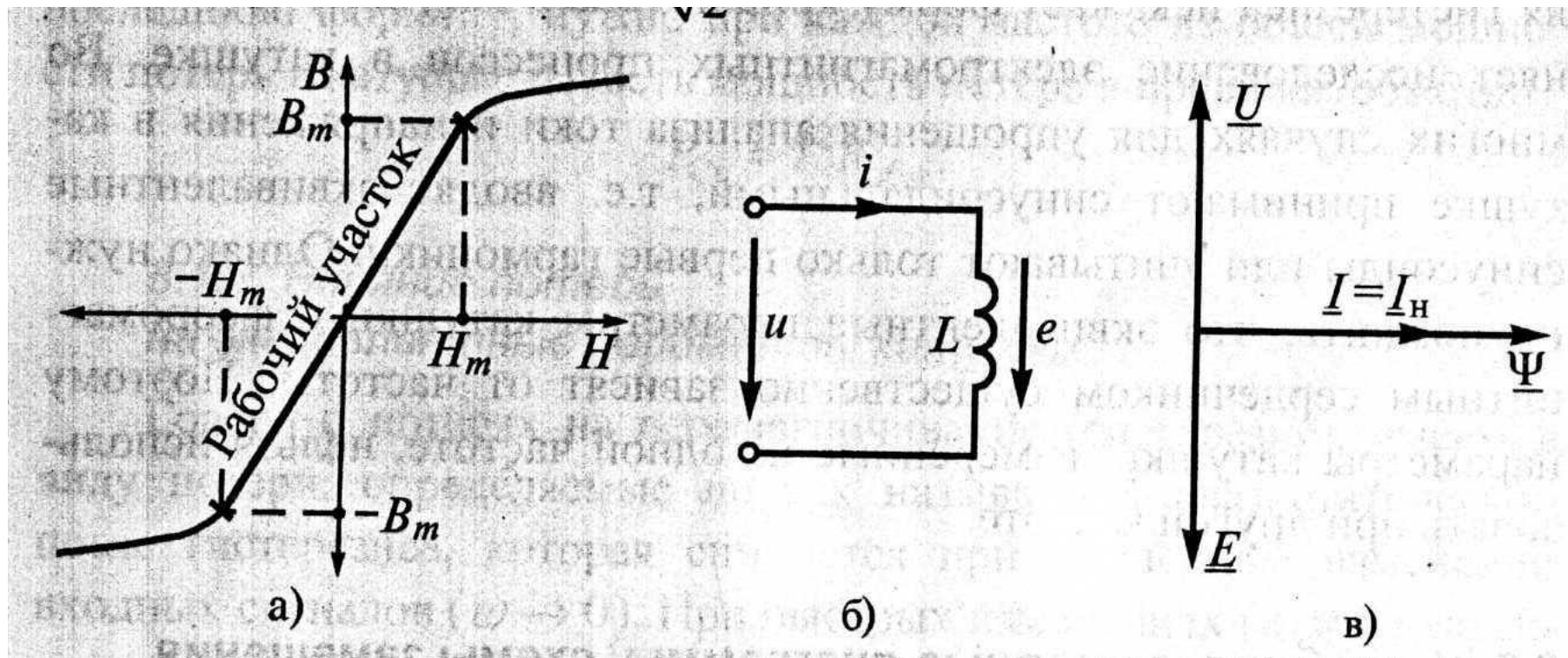
## Катушка с ферромагнитным сердечником в цепи переменного тока

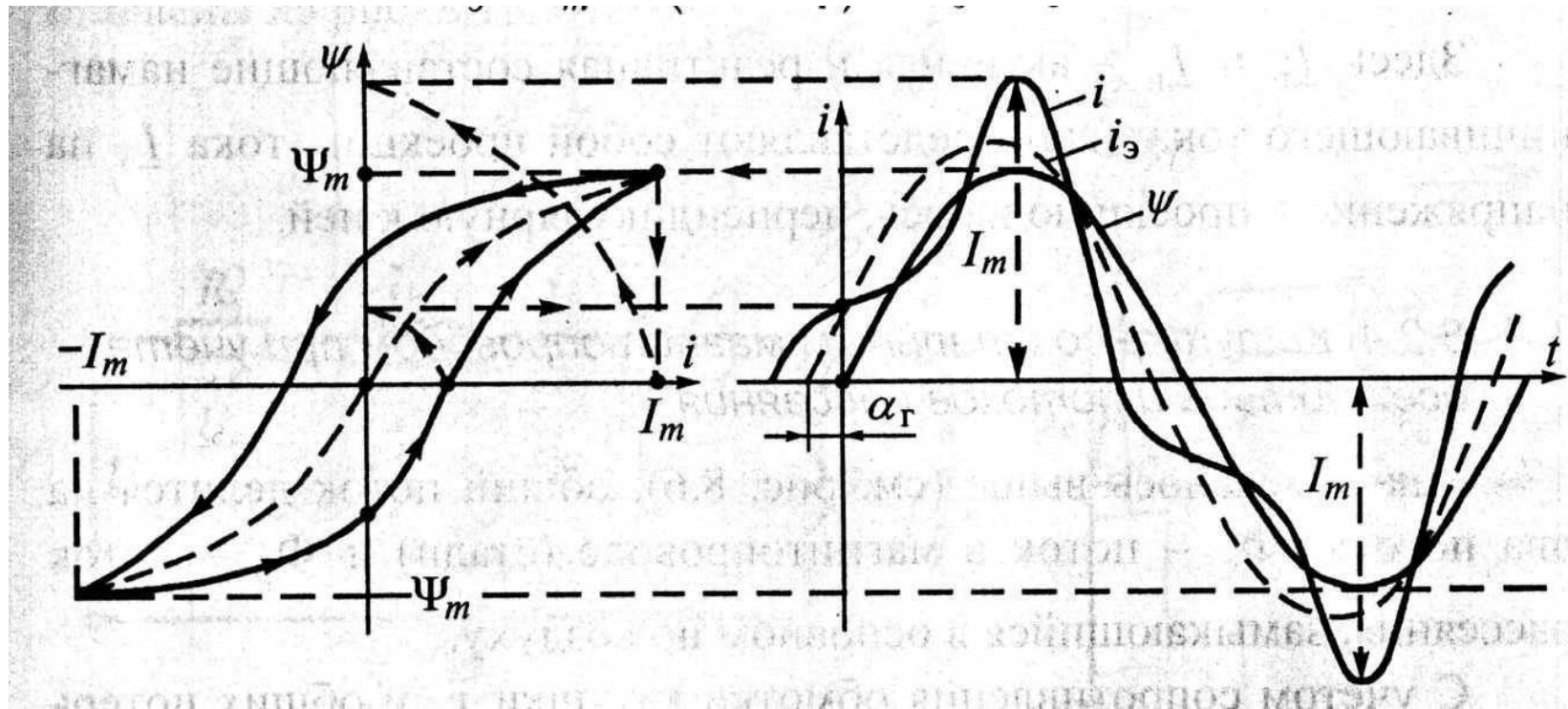


Рассмотрим цепь переменного тока, состоящую из катушки с ферромагнитным сердечником, к зажимам которой приложено синусоидальное напряжение.

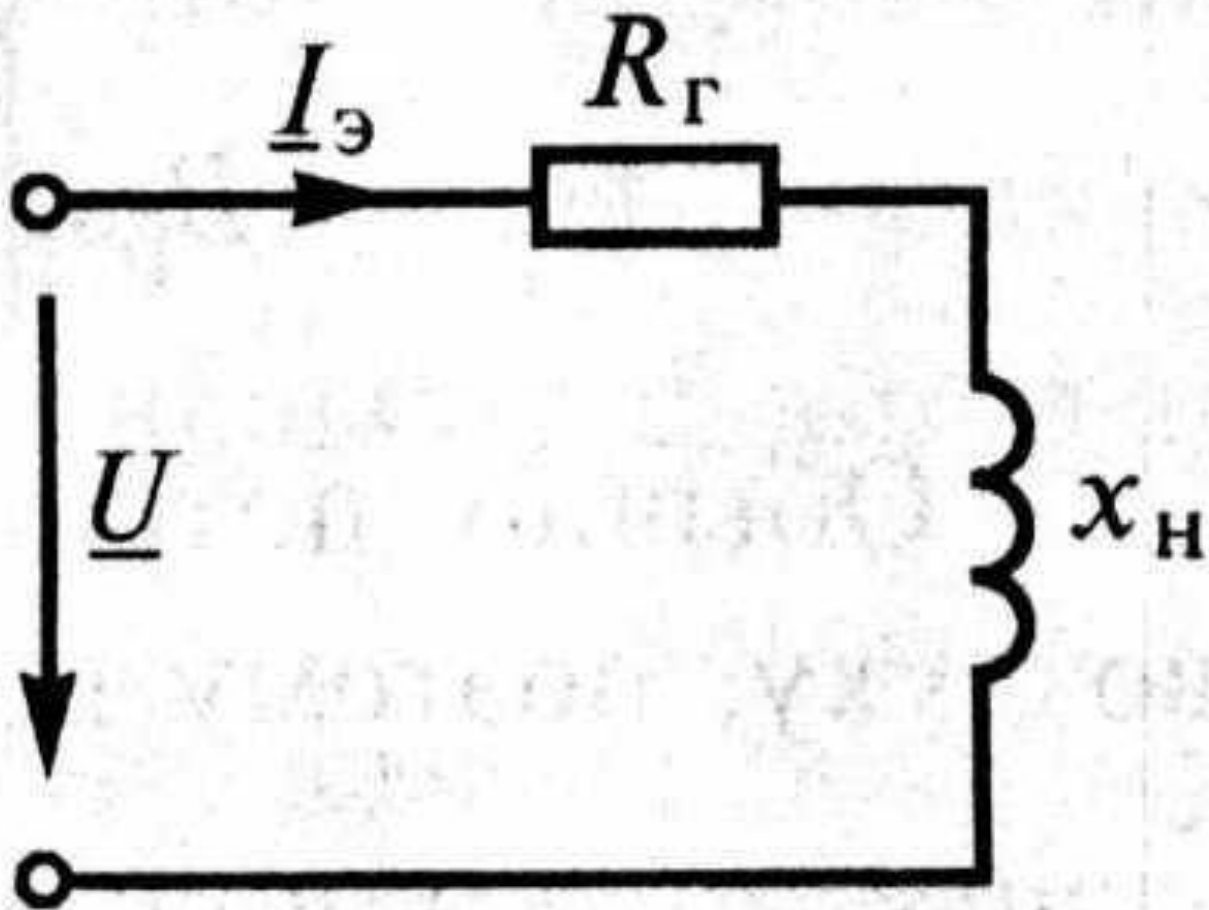
На схеме:  $\Phi$  – основной магнитный поток, замыкающийся по сердечнику,  $\Phi_s$  – магнитный поток рассеяния, замыкающийся через воздух (поток рассеяния может быть сцеплен лишь с частью витков обмотки).

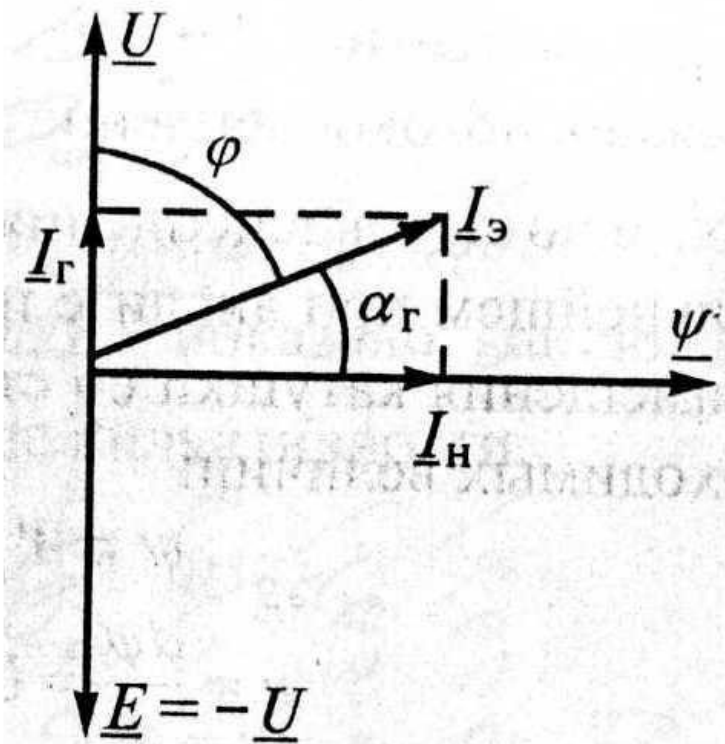
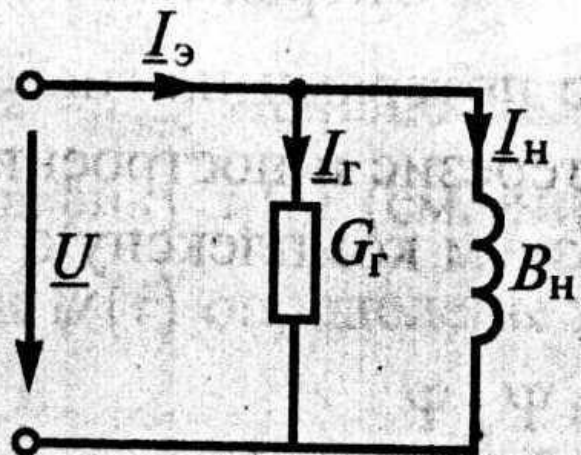












# Схема замещения и векторная диаграмма катушки с сердечником

