8 класс геометрия

Четырехугольники

Урок № 2
Параллелограмм

Цели:

- ***Ввести понятие параллелограмма.***
- ***Рассмотреть свойства параллелограмма.***
- ***Рассмотреть признаки параллелограмма.***
- ***Решение базовых задач.***

Параллелограмм – четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

ABCD – параллелограмм.

AB II CD, DC II AD.

Свойства параллелограмма

1

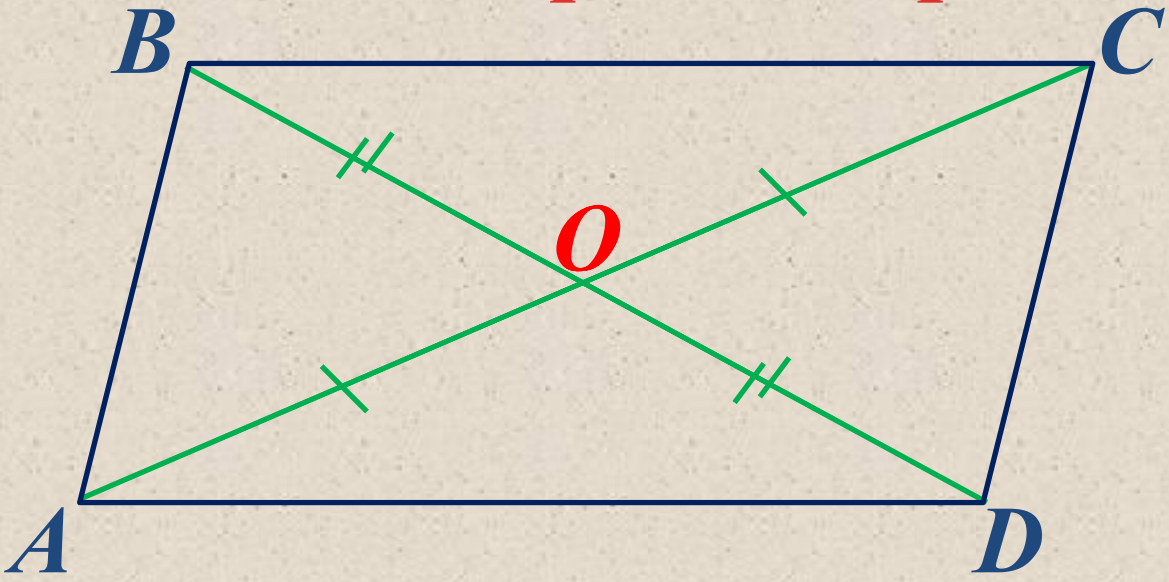
В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 2,\ \angle 3 = \angle 4$$

$$BC = AD,\ AB = CD$$

Свойства параллелограмма

2



Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.

BO = OD, AO = OC

O – точка пересечения диагоналей

Свойства параллелограмма

3

В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

$$\angle A + \angle D = 180°, \quad \angle D + \angle C = 180°,$$

$$\angle A + \angle B = 180°, \quad \angle B + \angle C = 180°$$

1

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм.

Дано:

ABCD – четырехугольник,
AB = CD, AB ∥ CD

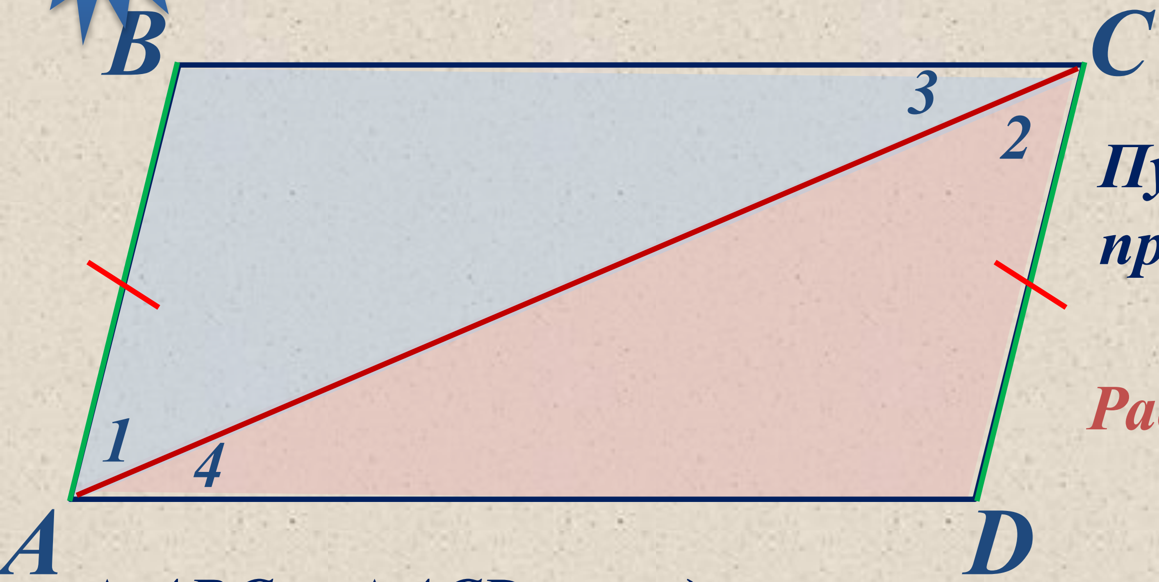
Доказать:

ABCD – параллелограмм

Доказательство

1

Доказательство



Пусть AB = CD и AB ∥ CD, проведем диагональ AC.

Рассмотрим треугольники Δ ABC и ΔACD:

Δ ABC = ΔACD – по двум сторонам и углу между ними (AC – общая, AB = CD – по условию, $\angle 1 = \angle 2$ как накрест лежащие при AB ∥ CD и секущей AC.

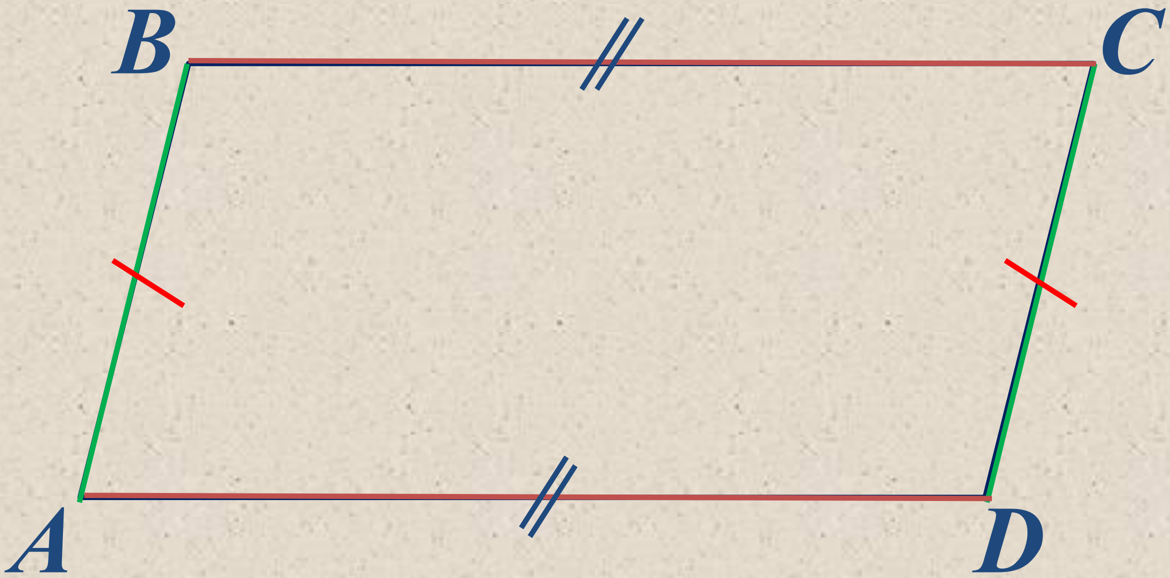
Поэтому $\angle 3 = \angle 4$.

Но $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы при пересечении прямых BC и AD секущей – AC. Следовательно BC ∥ AD.

Таким образом, если в четырехугольнике противоположные стороны параллельны, то этот четырехугольник ABCD - параллелограмм.

2 Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



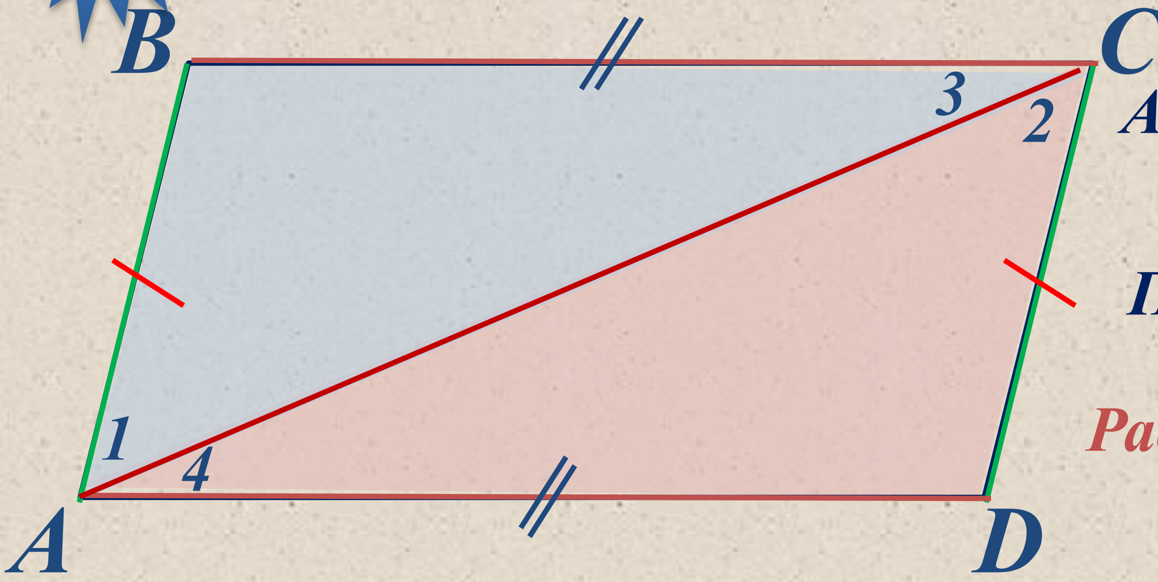
Дано: ABCD – четырехугольник, AB = CD, BC = AD

Доказать: ABCD – параллелограмм

Доказательство

2

Доказательство



ABCD- четырехугольник,
AB = CD, BC = AD.

Проведем диагональ AC.

Рассмотрим треугольники
∆ ABC и ∆ACD:

∆ ABC = ∆ACD – по трем сторонам
(AC – общая, AB = CD, BC = AD – по условию).

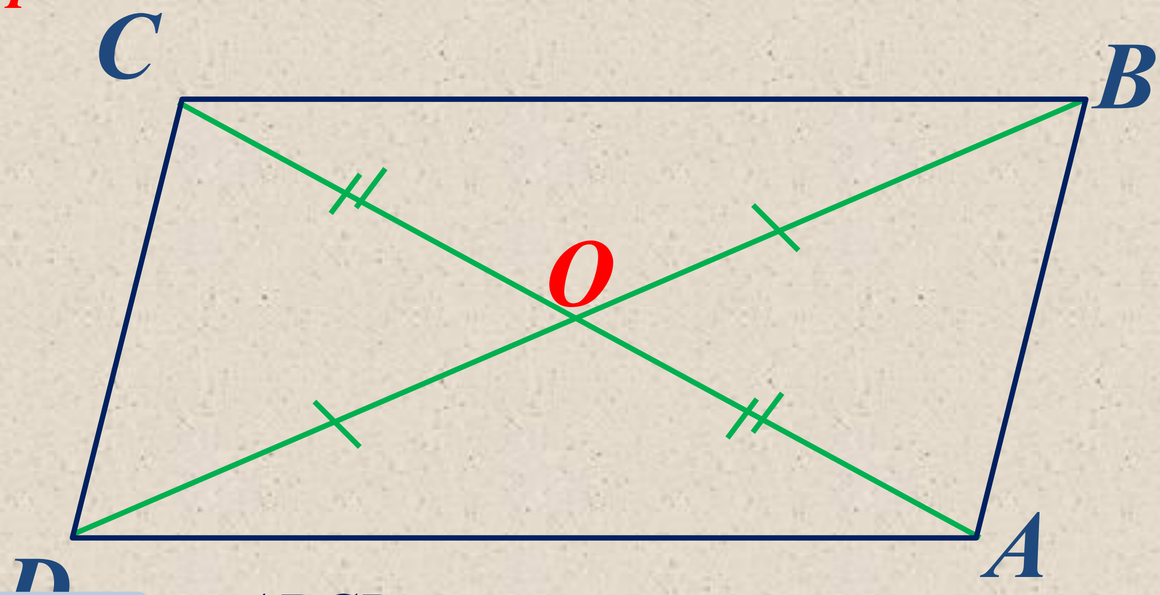
Поэтому ∠1 = ∠ 2 как накрест лежащие при секущей AC.
Отсюда следует, что AB ∥ CD.

Так как AB ∥ CD и AB = CD, то по признаку 1 четырехугольник ABCD – параллелограмм (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм).

3

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм.

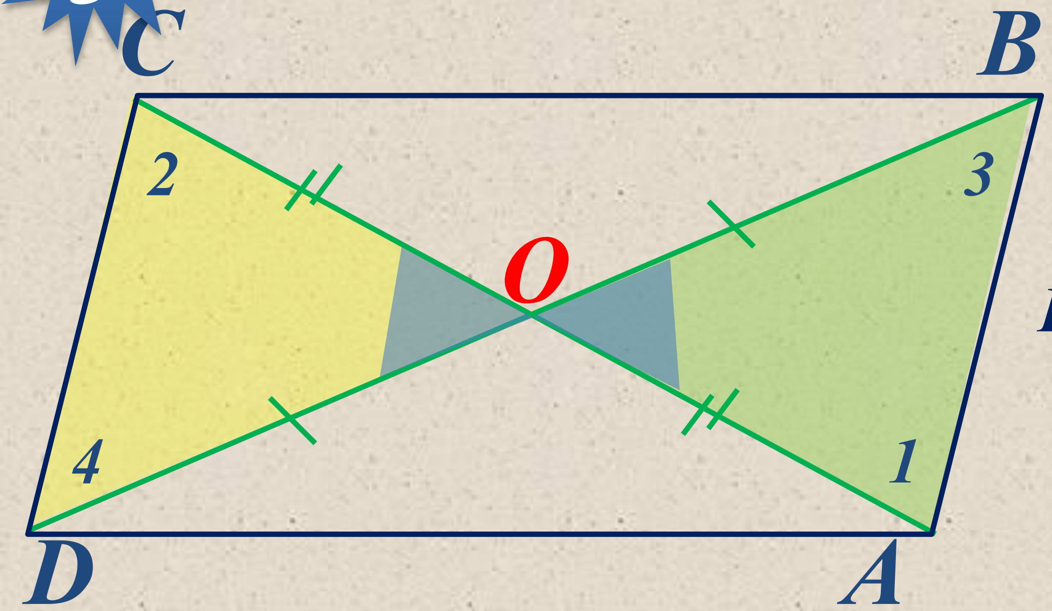


Дано: ***ABCD – четырехугольник,***
BO = OD, AO = OC

Доказать: ***ABCD – параллелограмм***

Доказательство

Доказательство



ABCD – четырехугольник,
BO = OD, AO = OC.

Проведем диагонали AC и BD.

Рассмотрим треугольники
Δ AOB и ΔCOD:

Δ AOB = ΔCOD – по первому признаку равенства треугольников (BO = OD, AO = OC – по условию, ∠ AOB = ∠ COD – как вертикаль.)

Поэтому AB = CD и ∠1 = ∠2.

Из ∠1 = ∠2 следует, что AB ∥ CD.

Так как в четырехугольнике ABCD стороны AB = CD и AB ∥ CD,
то по 1 признаку четырехугольник ABCD – параллелограмм (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм).

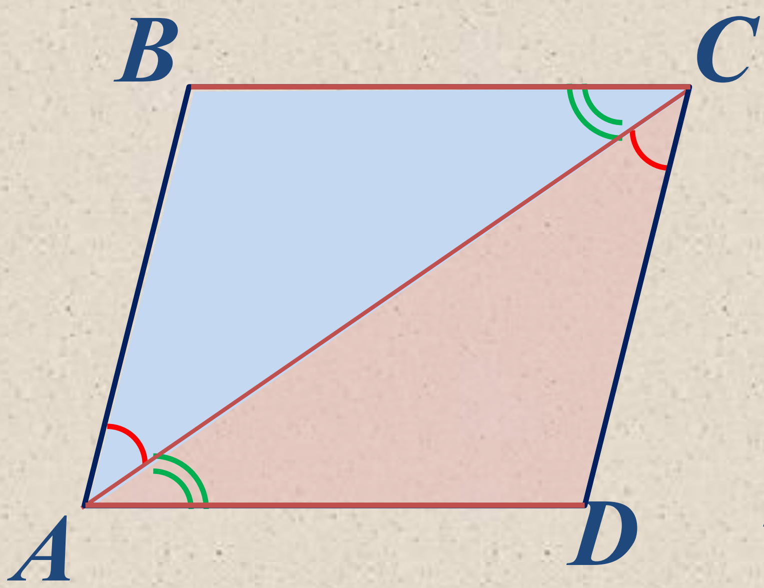
1

Задача

Дано: *ABCD – четырехугольник, $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle BCA$*

Доказать: *ABCD – параллелограмм.*

Доказательство



Рассмотрим треугольники ΔABC и ΔACD:

1. $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle BCA$ – по условию, AC – общая; следовательно $\Delta ABC = \Delta ACD$ – по стороне и двум прилежащим углам; поэтому BC = AD.

2. Так как $\angle BAC = \angle ACD$ – накрест лежащие углы при параллельных прямых BC, AD и секущей - AC, то BC ∥ AD.

3. Так как BC = AD и BC ∥ AD, то по 1-му признаку параллелограмма ABCD – параллелограмм, что и требовалось доказать.

Ответить на вопросы:

- Какая фигура называется **параллелограммом?**
- Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.
- Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.
- Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.

Спасибо за внимание!