Методы оптимизации

Методы последовательного поиска

Метод Фибоначи

Пример. Определить методом Фибоначчи минимум функции $f(x) = x^4 - 6x^2 + 10$, заданной на отрезке Δ=[1,3], при N=4.

Решение.

В данном случае будут выполнены $N - 1 = 3$ итерации.

Определяем числа Фибоначчи $F_k, k = \overline{1,5}$:

$$F_0 = F_1 = 1,\ F_2 = 2,\ F_3 = 3,\ F_4 = 5,\ F_5 = 8.$$

$$\varepsilon < \frac{b-a}{F_5} = \frac{3-1}{8} = 0,25.$$

Выбираем ε=0,1.

Первая итерация

$$x_1^{(1)} = a^{(0)} + \frac{F_{N-2}}{F_N}(b^{(0)} - a^{(0)}) - \frac{(-1)^N}{F_N}\varepsilon = 1 + \frac{F_2}{F_4}(3-1) -$$

$$-\frac{(-1)^4}{F_4}\cdot 0,1 = 1 + \frac{2\cdot 2 - 0,1}{5} = 1 + 0,78 = 1,78,$$

$$x_2^{(1)} = a^{(0)} + \frac{F_{N-1}}{F_N}(b^{(0)} - a^{(0)}) + \frac{(-1)^N}{F_N}\varepsilon = 1 + \frac{F_3}{F_4}(3-1) +$$

$$+\frac{(-1)^4}{F_4}\cdot 0,1 = 1 + \frac{3\cdot 2 + 0,1}{5} = 1 + 1,22 = 2,22.$$

Вторая итерация

$$x_1^{(2)} = a^{(1)} + \frac{F_{N-3}}{F_{N-1}}(b^{(1)} - a^{(1)}) - \frac{(-1)^{N-1}}{F_{N-1}}\varepsilon = 1 + \frac{F_1}{F_3}(2{,}22 - 1) -$$

$$-\frac{(-1)^3}{F_3} \cdot 0{,}1 = 1 + \frac{1 \cdot 1{,}22 + 0{,}1}{3} = 1 + 0{,}44 = 1{,}44.$$

Третья итерация

$$x_2^{(3)} = a^{(2)} + \frac{F_{N-3}}{F_{N-2}}(b^{(2)} - a^{(2)}) + \frac{(-1)^{N-2}}{F_{N-2}}\varepsilon = 1{,}44 + \frac{F_1}{F_2}(2{,}22 -$$

$$-1{,}44) + \frac{(-1)^2}{F_2} \cdot 0{,}1 = 1{,}44 + \frac{1 \cdot 0{,}78 + 0{,}1}{2} = 1{,}44 + 0{,}44 = 1{,}88.$$

Таблица

Номер итерации	$x_1^{(j)}$	$x_2^{(j)}$	$f_1^{(j)}$	$\leq$ $>$	$f_2^{(j)}$	$a^{(j)}$	$b^{(j)}$
0	—	—	—		—	1	3
1	1,78*	2,22*	1,028	<	4,719	1	2,22
2	1,44*	1,78	1,858	>	1,028	1,44	2,22
3	1,78	1,88*	1,028	<	1,286	1,44	1,88

Примечание. Знаком * помечаем точки $x_i^{(j)}$, i=1,2, вычисляемые на j-й итерации.

Поскольку $j=N-1=3$, то вычисления завершаются.

Точка минимума локализована на отрезке $\Delta_4=[1{,}44;1{,}88]$, $x^*\cong x_1^{(3)}=1{,}78$, $f^*\cong f(x_1^{(3)})=1{,}028$.

Ответ: $\Delta_4=[1{,}44;1{,}88]$, $x^*\cong 1{,}78$, $f^*\cong 1{,}028$.