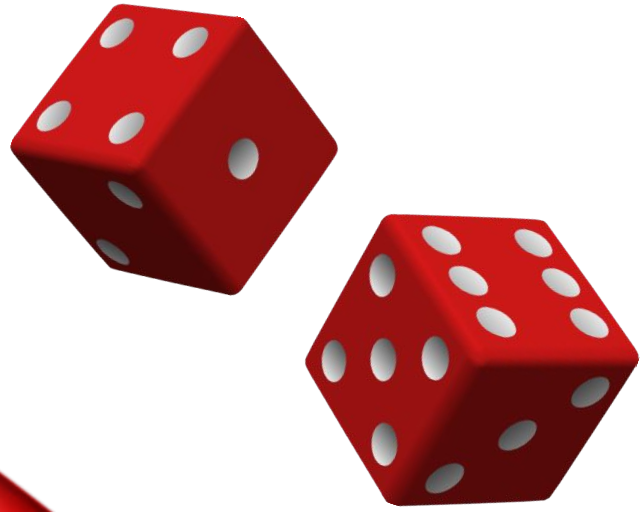
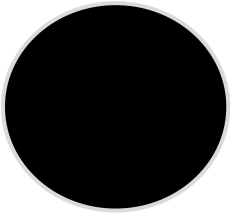
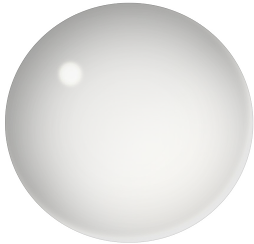
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



СОБЫТИЕ, КОТОРОЕ ПРОИСХОДИТ ВСЕГДА, НАЗЫВАЮТ ДОСТОВЕРНЫМ. СОБЫТИЕ, КОТОРОЕ НЕ МОЖЕТ ПРОИЗОЙТИ, НАЗЫВАЕТСЯ НЕВОЗМОЖНЫМ.

Пусть из урны, содержащей
только черные шары, вынимают шар.
Тогда появление черного шара –
достоверное событие;
Появление белого
шара – невозможное событие.





ДВА СОБЫТИЯ, КОТОРЫЕ В ДАННЫХ УСЛОВИЯХ МОГУТ ПРОИСХОДИТЬ ОДНОВРЕМЕННО, НАЗЫВАЮТСЯ СОВМЕСТНЫМИ, А ТЕ, КОТОРЫЕ НЕ МОГУТ ПРОИСХОДИТЬ ОДНОВРЕМЕННО, - НЕСОВМЕСТНЫМИ.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.

- Вероятностью Р события А при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А (m – число благоприятных исходов), к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания (n – число всех возможных исходов).

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Алгоритм для решения задач с помощью классического определения.

1)обозначить событие (A)

2)сосчитать число всех исходов (n)

3)сосчитать число исходов благоприятствующих данному событию (m)

4)найти отношение благоприятствующих исходов к числу всех исходов

Из карточек составили слово «пирамида». Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить? Какие события равновероятные?
Всего 8 букв.
Буква «и» встречается 2 раза – Р = 2/8= 1/4;
буква «а» встречается 2 раза – Р= 2/8= 1/4;
остальные 1 раз– Р = 1/8.
Карточку с какой буквой вероятнее всего вытащить?
Какие события равновероятные?

СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- В решениях задач этого блока используются следующие утверждения из теории вероятности.
- ***Вероятность P(C) наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей.***
  - ***$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B)$***
- ***Вероятность противоположного события : $P(A) = 1 - P(A)$.***
- ***Вероятность P(C) совместного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятностей событий A и B.***
  - ***$P(C) = P(A)\,P(B)$***

ТИПЫ ЗАДАЧ НА ОГЭ

1. Простые задачи на классическое определение вероятности

А)Задачи на брак, неисправность, выученный и невыученный билет, наличие приза

Б) Задачи на чашки различных цветов, такси различных цветов, подарки (пазлы, машинки, книжки), пирожки разных начинок, начало игры девочкой, мальчиком

В) Задачи на команды из разных стран и на первоначальное владение мячом

2. Задачи с монетами, игральными кубиками, карточками (задачи, в которых используется метод перебора возможных вариантов)

3. Частота рождения девочек, мальчиков.

4. Сложение и умножение вероятностей (стрелок стреляет по мишени, на работу принтера, сканера, кофемашины какое-то количество лет

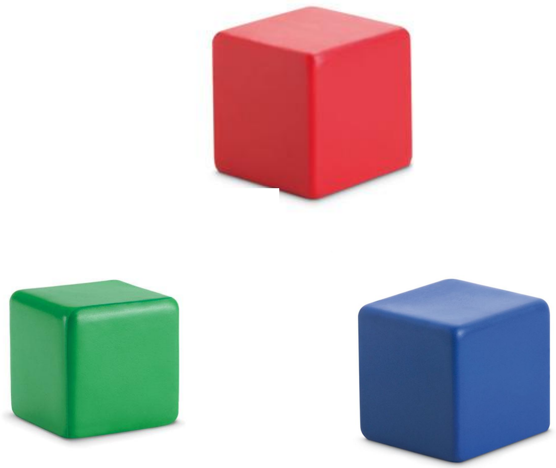
На 100 электрических лампочек в среднем приходится 25 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Опыт имеет 100 равновозможных исходов, т.е. $n = 100$.
Число благоприятных исходов $m = 100 – 25 = 75$.
Вероятность того, что лампочка будет исправной

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

В коробке лежат 5 красных, 7 зеленых и 2 синих кубика. Случайным образом из коробки берут кубик. Какова вероятность того, что из коробки взяли зеленый кубик?

Решение



Число вариантов выбора кубиков: $n = 5 + 7 + 2 = 14$.

Число вариантов выбора зеленого кубика: $m = 7$.

Искомая вероятность:

Ответ: 0,5.

$$\mathbf{P = \frac{7}{14} = 0{,}5}$$

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение

Число вариантов выбора спортсменки, выступающей первой, из разных стран: $n = 50$.
Число вариантов выбора спортсменки, выступающей первой, из Китая: $m = 50 - (17 + 22) = 11$.
Искомая вероятность:

$$P = \frac{11}{50} = 0,22$$

Ответ: 0,22.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение

Выписываем все возможные варианты результатов бросаний:

ООО, ООР, ОРО, РОО, РРО, РОР, ОРР, РРР.

Число возможных вариантов n = 8.

По условию задачи нас устраивает только комбинация "РРР". Следовательно, m = 1.

Искомая вероятность: $P = \frac{1}{8} = 0,125$

Ответ: 0,125.

Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

Решение

Составим таблицу: слева первый столбец - первые цифры искомых чисел, вверху первая строка - вторые цифры.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Ответ: 28.

Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. На сколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

Решение.

Частота события «рождение девочки» равна 477 : 1000 = 0,477. Вероятность рождения девочки в этом регионе равна 1 − 0,512 = 0,488. Поэтому частота данного события отличается от его вероятности на 0,488 − 0,477 = 0,011.

Ответ: 0,011.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ-НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменационный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

Пусть А = «сканер прослужит больше года, но меньше двух лет», В = «сканер прослужит больше двух лет», С = «сканер прослужит ровно два года», тогда А + В + С = «сканер прослужит больше года». События А, В и С несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события С, состоящего в том, что сканер выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)= P(A) + P(B)$,

откуда, используя данные из условия, получаем

$0{,}94 = P(A) + 0{,}87$.

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$P(A) = 0{,}94 − 0{,}87 = 0{,}07$.

Ответ: 0,07.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7;
вероятность промаха равна $1 – 0,7 = 0,3$.
Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$P= 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \approx 0,07$

Ответ: 0,07

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,07 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение.

Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата.

Эти события независимые, значит вероятность будет равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}07 \cdot 0{,}07 = 0{,}0049$.

Значит, вероятность того, что исправны оба автомата или какой-то из них будет равна $1 - 0{,}0049 = 0{,}9951$.