Урок геометрии в 10 классе

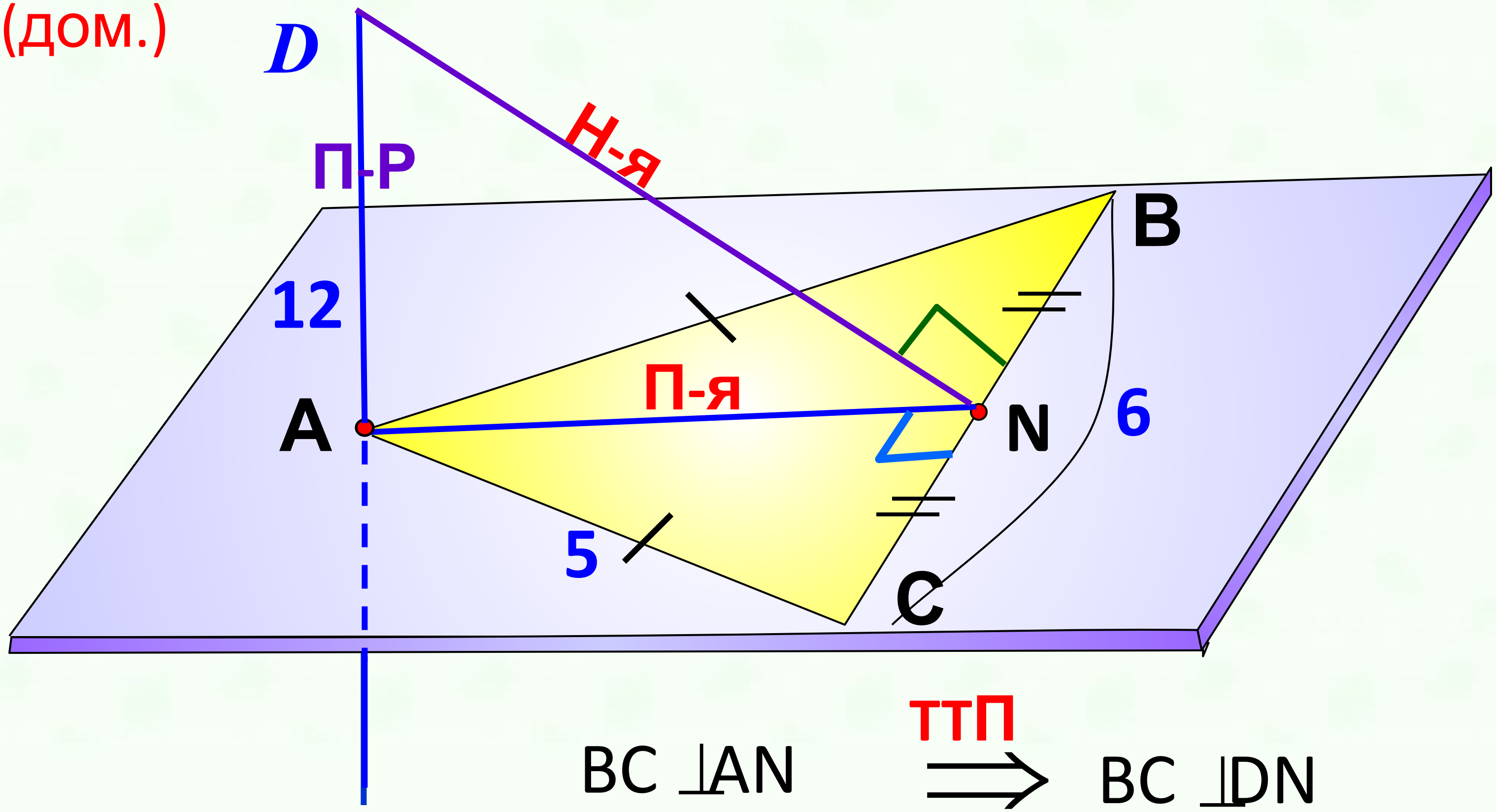
Тема: Решение задач по теме «Теорема о трёх перпендикулярах»

Цель: *сформировать навык применения теоремы о трех перпендикулярах к решению задач.*

Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB = AC = 5 см, BC = 6 см, AD = 12 см.

Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

№149 (дом.)



ТТП

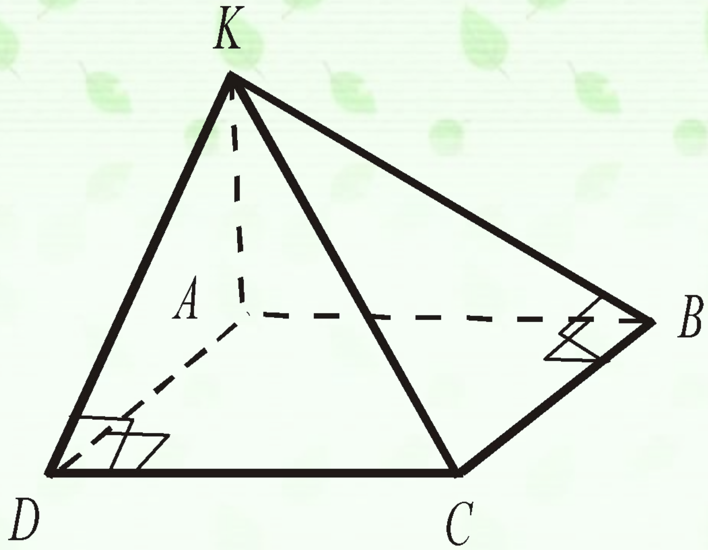
$BC \perp AN \Longrightarrow BC \perp DN$

П-я   Н-я

AN и DN – искомые расстояния

№ 150

Дано: *ABCD* – прямоугольник, *AK* $\perp$ (*ABC*), *KD* = 6 см, *KB* = 7 см, *KC* = 9 см.
Найдите ρ (*K*, (*ABC*)), ρ (*AK*, *CD*).



Решение

1. ρ (*K*, (*ABC*)) = *AK*.

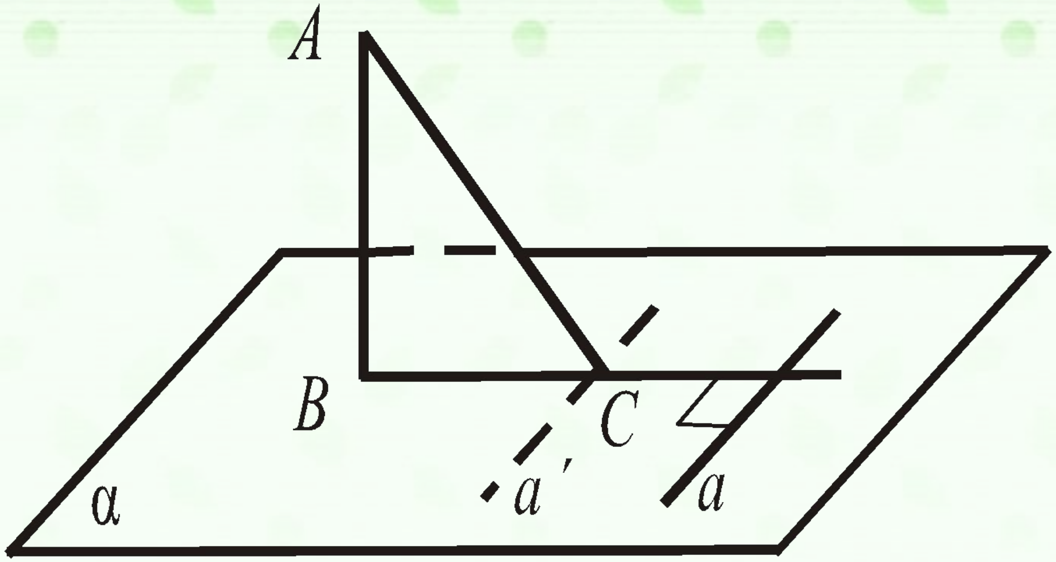
2. $$\left.\begin{array}{l} AK \perp (ABC) \\ AB \perp CB \\ AB - \text{проекция} \\ KB - \text{наклонная} \end{array}\right| \Rightarrow KB \perp CB.$$

3. Δ *KBC* – прямоугольный. ***CB*** **=** $4\sqrt{2}$ **см.**

4. Δ *AKD* – прямоугольный. ***AK*** **= 2 см.**

5. ρ (*AK*, *CD*) = *AD*; *AD* = $4\sqrt{2}$ **см.**

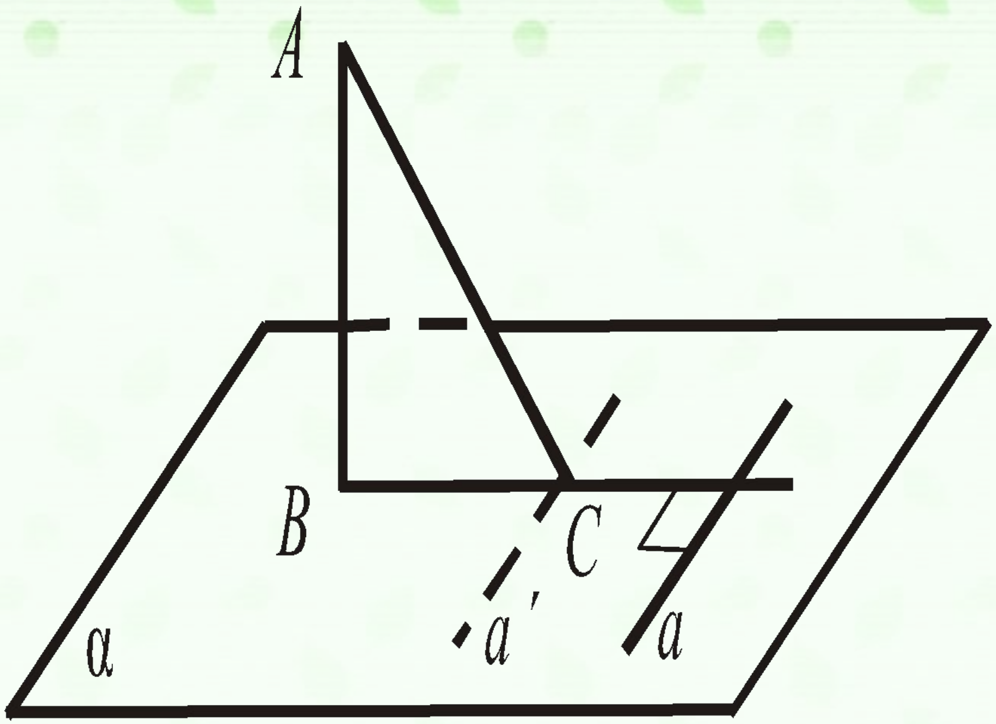
II. Устная работа.



1. Верно ли утверждение: «Если прямая, принадлежащая плоскости, перпендикулярна проекции наклонной на эту плоскость, то она перпендикулярна и самой наклонной»?

(Верно.) Обоснуйте ответ.

II. Устная работа.



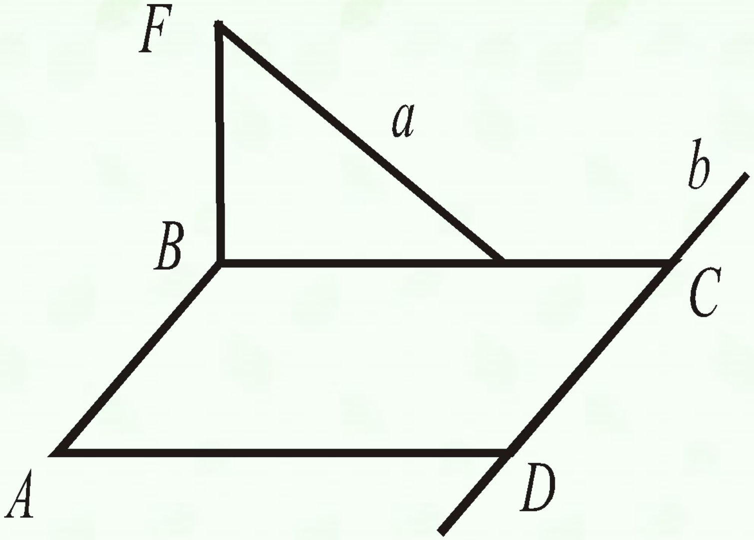
2. Верно ли утверждение: «Если прямая перпендикулярна проекции наклонной, то эта прямая перпендикулярна наклонной»?

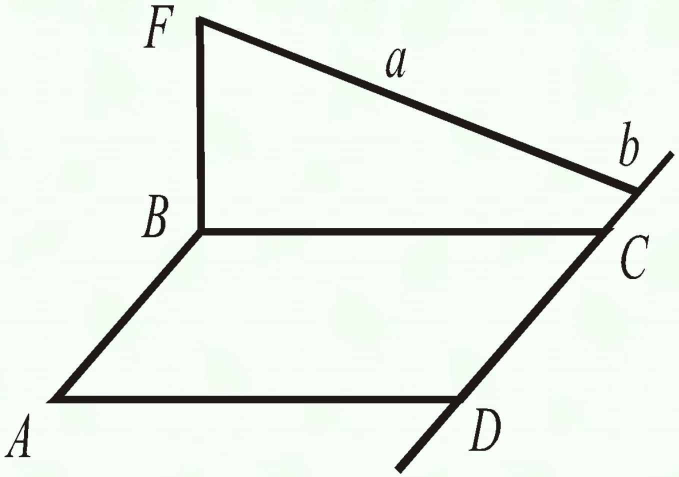
(Неверно.) Какое условие теоремы о трех перпендикулярах здесь не выполняется?

Прямая не принадлежит плоскости.

II. Устная работа.

Установите по рисункам положение прямых a и b.



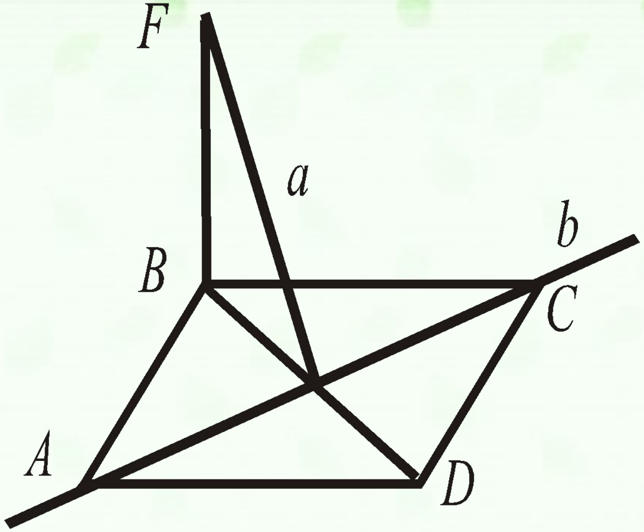


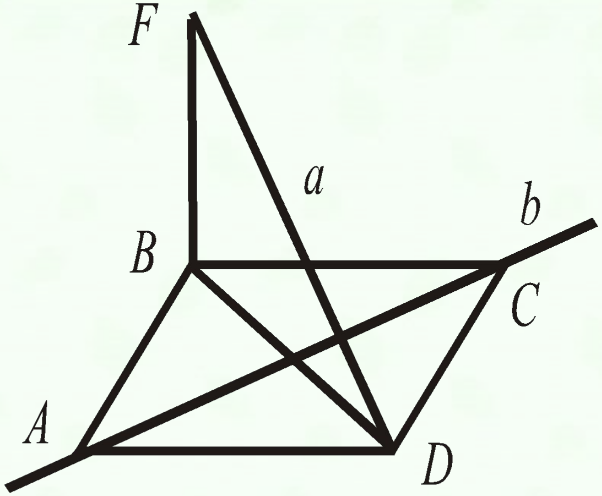
АВСД – прямоугольник
BF ⊥ (ABC)

АВСД – прямоугольник
BF ⊥ (ABC)

II. Устная работа.

Установите по рисункам положение прямых a и b.



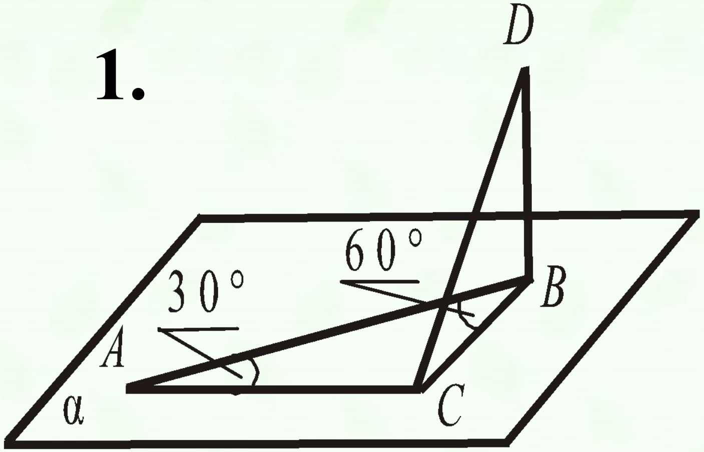


АВСД – ромб
BF $\perp$ (ABC)

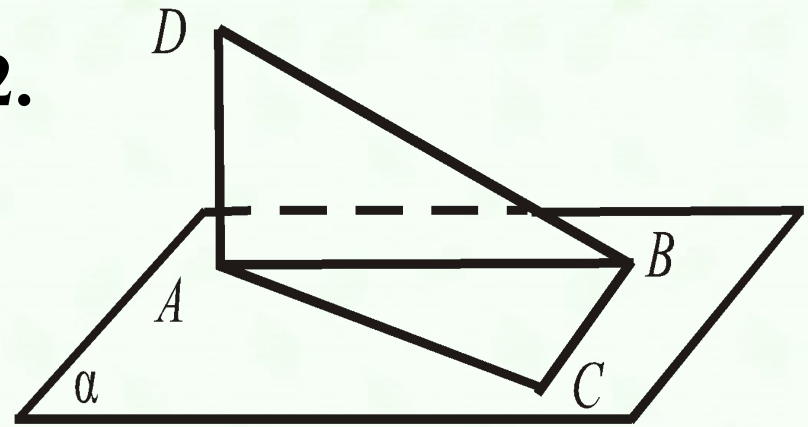
АВСД – ромб
BF $\perp$ (ABC)

III. Решение задач.

1.



2.

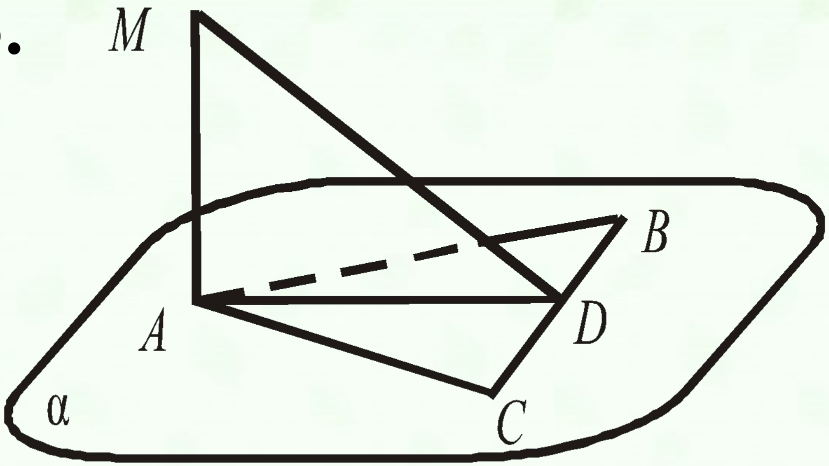


Дано: $\angle A = 30°$; $\angle ABC = 60°$, $DB \perp ABC$.
Докажите, что $CD \perp AC$.

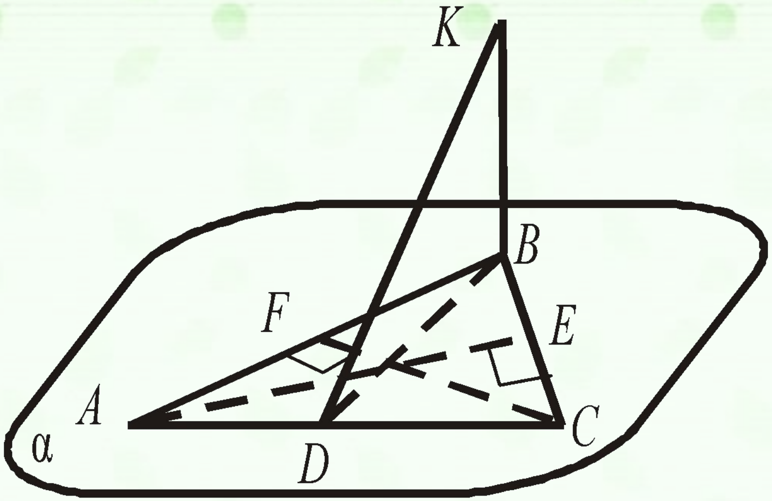
Дано: $\angle BAC = 40°$, $\angle ACB = 50°$, $AD \perp ABC$.
Докажите, что $CB \perp BD$.

III. Решение задач.

3.



4.



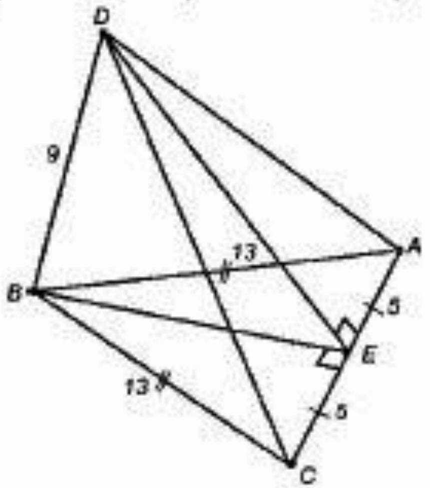
1) Дано: MA ⊥ (ABC), AB = AC, CD = BD.
Докажите, что MD ⊥ BC
2) Дано: MA ⊥ (ABC), BD = CD, MD ⊥ BC.
Докажите, что AB = AC.

Дано: AE и CF – высоты, BK ⊥ ABC.
Докажите, что KD ⊥ AC.

IV. Решение задач.

154.

Дано: $BD \perp (ABC)$; $BD = 9$ см; $AC = 10$ см; $BC = BA = 13$ см.



Решение:

а) Проведем $BE \perp AC$, $CE = EA$, так как ΔABC – равнобедренный и высота является также медианой.

$BD \perp AC$, $BE \perp AC$, то по теореме о 3-х перпендикулярах $DE \perp AC$.

$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{BD^2 + BE^2}$;

ΔCBE: $BE = \sqrt{BC^2 - EC^2}$; $BE = \sqrt{169 - 25} = 12$ см.

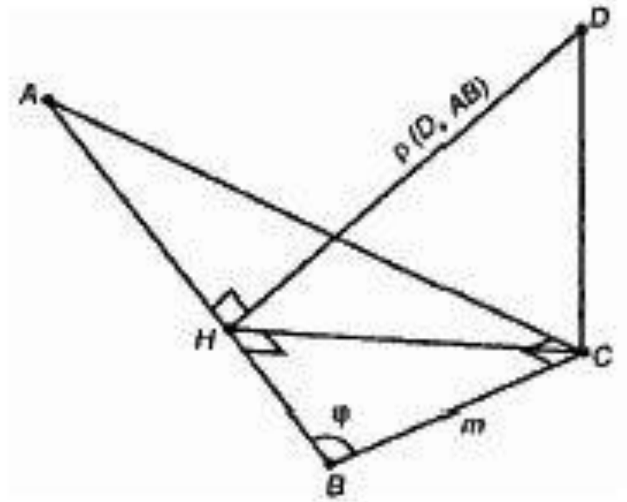
$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{81 + 144} = 15$ см.

б) $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DE$, $S_{ACD} = \frac{10 \cdot 15}{2} = 75$ см^2 (т.к. AC – основание, DE – высота).

Ответ: а) 15 см; б) 75 см^2.

IV. Решение задач.

156.



Проведем $CH \perp AB$ и DH.

$\left.\begin{matrix} DC \perp AB \\ CH \perp AB \end{matrix}\right\}$ по теореме о 3-х перпендикулярах $DH \perp AB$

(CH – проекция, DC – перпендикуляр).

DH – искомое расстояние.

Из ΔABC: $CH = m \cdot \sin\varphi$ (соотношение в прямоугольном треугольнике).

В ΔDCH: $DH = \sqrt{DC^2 + CH^2} = \sqrt{n^2 + m^2 \sin^2 \varphi}$.

Ответ: $\sqrt{n^2 + m^2 \sin^2 \varphi}$.