Арифметическим квадратным корнем из числа а называется неотрицательное число b, квадрат которого равен а

$$\sqrt{a} = b, \text{ где } b \geq 0,$$

если $a=b^2$

Что общего в этих уравнениях?

$$y + \sqrt{y^2 + 9} = 2$$

$$\sqrt{x + 1} = x - 1$$

$$\sqrt{5x - 4} = 2 + \sqrt{x}$$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Иррациональное уравнения-

это уравнения, в которых неизвестное находится под знаком корня.

Свойство:

При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение-следствие данного.

I. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} = a$

Из определения квадратного корня следует:

1) $a \geq 0$

2) $(\sqrt{a})^2 = a$

Пример. Решить уравнение:

$$\sqrt{x} = 2$$

Решение:

Воспользуемся определением квадратного корня. Тогда $x=2^2$, т.е. $x=4$.

Ответ : $x=4$

II. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}=a$

Пример: $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}=0$

Решение: $\begin{cases} x+2=0 \\ x-4=0 \end{cases};$

$\begin{cases} x=-2 \\ x=4 \end{cases};$ Нет решений.

Ответ: нет решений.

III. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

По определению квадратного корня f(x)≥0 и g(x) ≥0. Таким образом, чтобы найти реше-ния уравнения, нужно найти такие значения неизвестной, при которых выполняются сле-дующие условия:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

Пример. Решите уравнение $\sqrt{x-5}=\sqrt{2x-3}$

Решение (I способ):

ООФ: $\begin{cases} x-5\geq 0 \\ 2x-3\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 5 \\ x\geq 1{,}5 \end{cases}$

X-5=2x-3

X=-2 – не принадлежит ООФ.

Ответ: нет решений.

Решение (II способ):

Приравниваем выражения, стоящие под корнем:

X-5=2x-3,

X=-2

Проверка:

$$\sqrt{-2-5}=\sqrt{-7}$$

$$\sqrt{2(-2)-3}=\sqrt{-7}$$

При x=-2 оба выражения, стоящие под знаками корней будут отрицательными, что не соответствует определению арифметического корня.

Ответ: нет решений.

Пример. Решите уравнение $\sqrt[3]{2x+3} = 1$

Решение:

2x+3=1,

2x=-2,

x=-1.

Ответ: x=-1.

Проверка:

$$\sqrt[3]{2(-1)+3} = 1$$

1=1, x=-1 – корень уравнения.

Пример. Решите уравнение $\sqrt[4]{x^2+12}=x$

Решение:

$x^2+12=x^4$,

$x^4-x^2-12=0$

$x^2=4$, $x^2=-3$

$x_1=2$, $x_2=-2$ нет решений

Проверка:

$x_1=2$ $\sqrt[4]{2^2+12}=2$

2=2,

$x_1=2$ – корень уравнения

$x_1=-2$ $\sqrt[4]{(-2)^2+12}=2$

-2=-2,

$2 \neq -2$,

$x_2=-2$ – пост.корень

Ответ: x=2.

Проверь себя

1. Выберите иррациональное уравнение:

А) Б) $y^2 - 3y\sqrt{2} = 4$

2.Является ли число 4 корнем уравнения $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$

А) да; Б) нет.

3. Найти область определения функции $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+5}$

А) $x \geq 2$; Б) $x \geq -5$; В) $x \geq 2$, $x \geq -5$.

4.Решить уравнение

А) $\sqrt{x} = 4$

Б) $\sqrt{x+1} = 1$

<u>ОТВЕТ</u>: 1А; 2Б; 3А; 4А) x=16; Б) x=0.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!