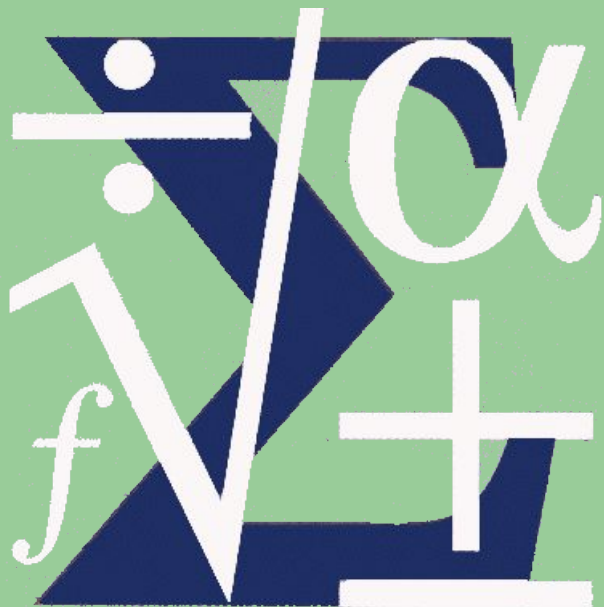
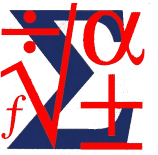


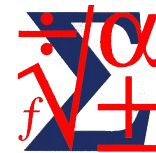
# Преобразование графиков функций





# Содержание

- Параллельный перенос вдоль оси OY
- Параллельный перенос вдоль оси OX
- Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY
- Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OX
- Симметричное отображение относительно оси OX
- Симметричное отображение относительно оси OY
  
- Построение графика  $y = | f(x) |$
- Построение графика  $y = f(| x |)$



# Параллельный перенос вдоль оси ОУ

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x) + a$$

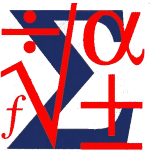
$$(x_0, y_0) \longrightarrow (x_0, y_0 + a)$$



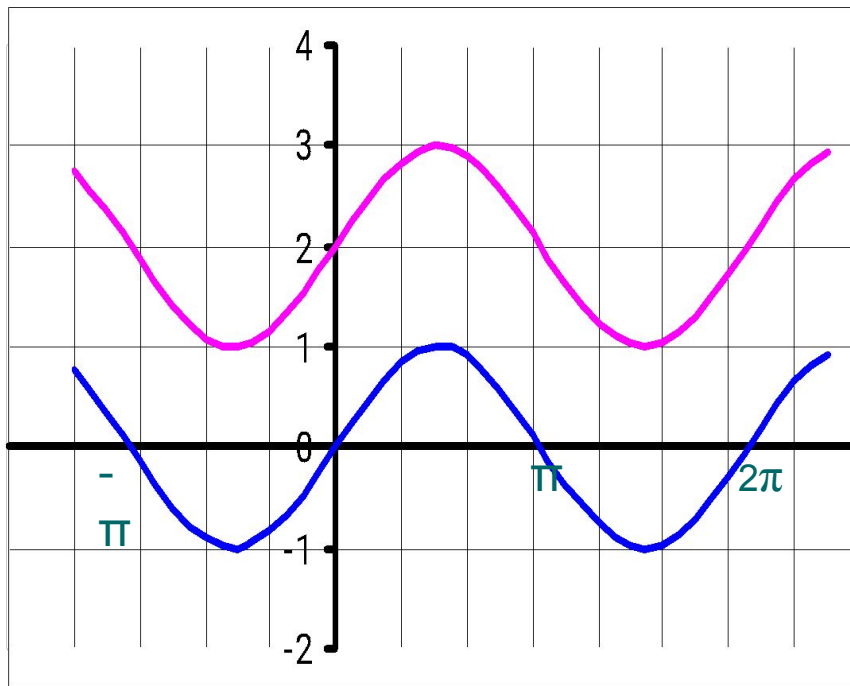
Для построения графика функции  $y = f(x) + a$  необходимо график функции  $y = f(x)$  перенести вдоль оси ОУ на вектор  $(0; a)$

[Содержание](#)

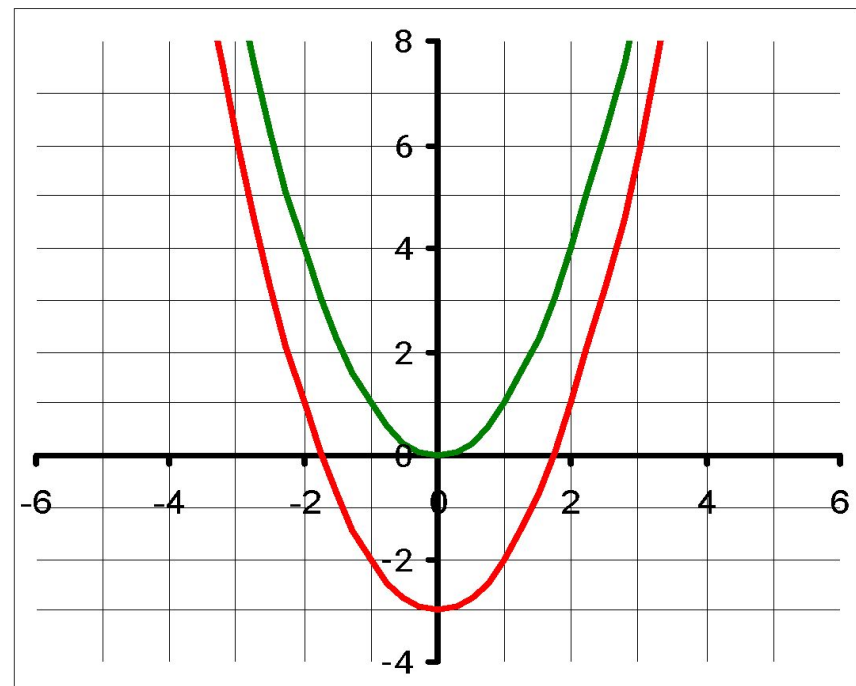
[Примеры](#)

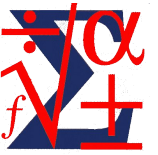


$$y = \sin x; \quad y = \sin x + 2$$



$$y = x^2; \quad y = x^2 - 3$$





# Параллельный перенос вдоль оси ОХ

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x - a)$$

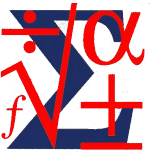
$$(x_0, y_0) \longrightarrow (x_0 + a, y_0)$$



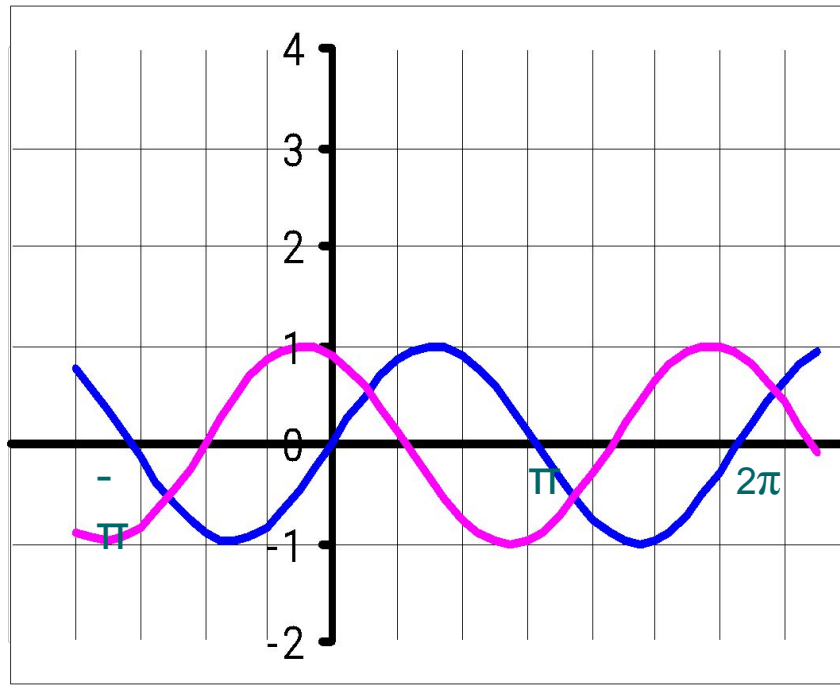
Для построения графика функции  $y = f(x - a)$  необходимо график функции  $y = f(x)$  перенести вдоль оси ОХ на вектор  $(a; 0)$

[Содержание](#)

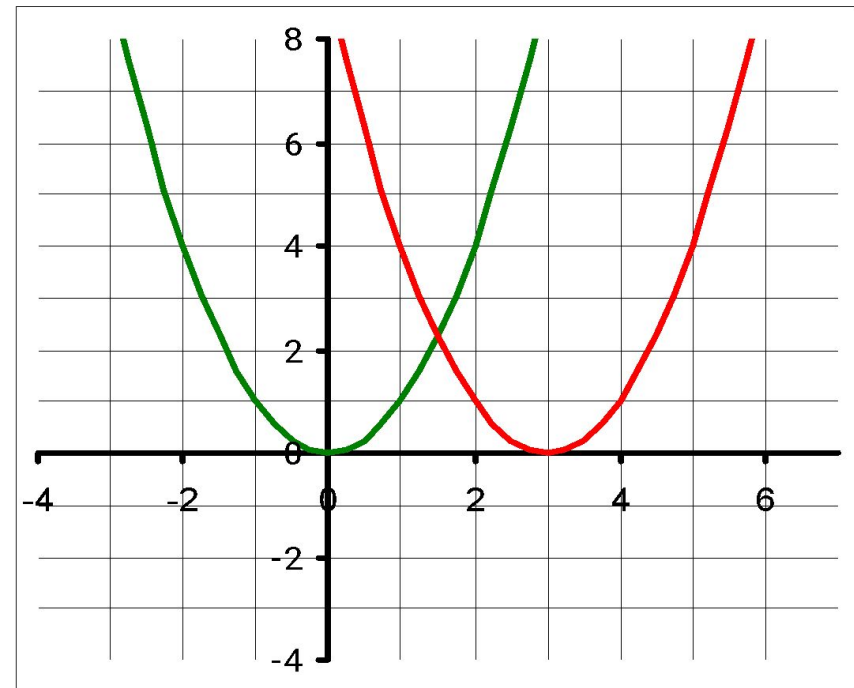
[Примеры](#)

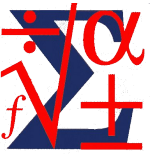


$$y = \sin x; y = \sin(x + 2)$$



$$y = x^2; y = (x - 3)^2$$





# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $OY$

$$y = f(x) \longrightarrow y = k f(x), \quad k > 0$$

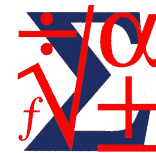
$$(x_0, y_0) \longrightarrow (x_0, k y_0)$$

Для построения графика функции  $y = k f(x)$  необходимо график функции  $y = f(x)$  растянуть в  $k$  раз вдоль оси  $OY$  для  $k > 1$  или сжать в  $1/k$  раз вдоль оси  $OY$  для  $k < 1$

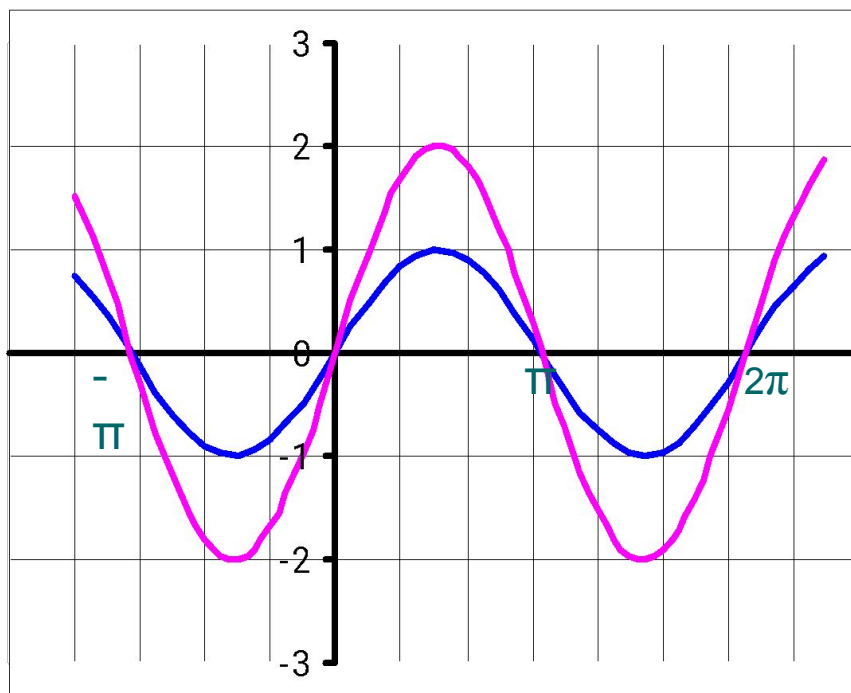


[Содержание](#)

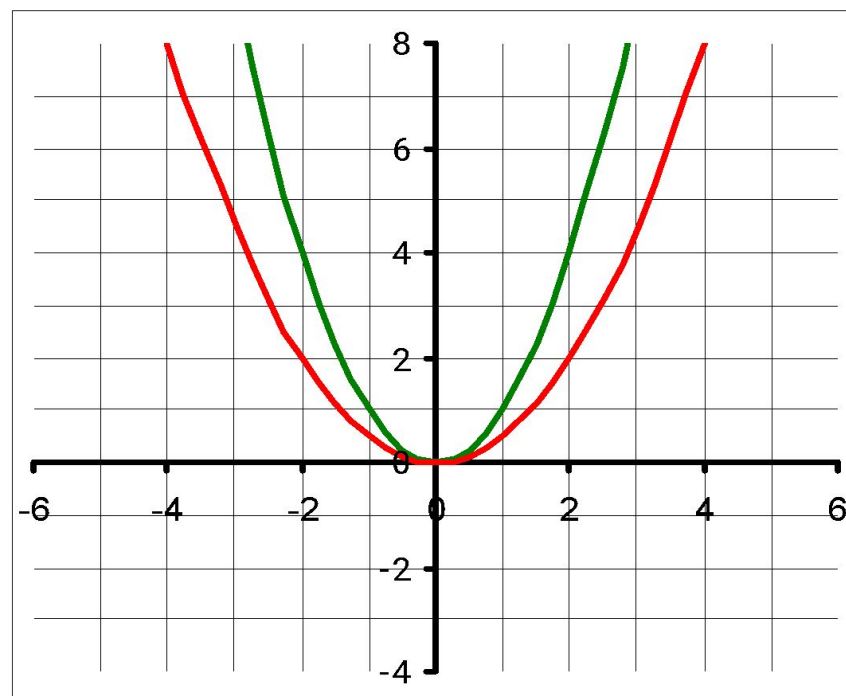
[Примеры](#)



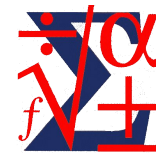
$$y = \sin x; \quad y = 2 \sin x$$



$$y = x^2; \quad y = 0,5 x^2$$







# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $OX$

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(kx), \quad k > 0$$
$$(x_0, y_0) \longrightarrow \left( \frac{x_0}{k}, y_0 \right)$$

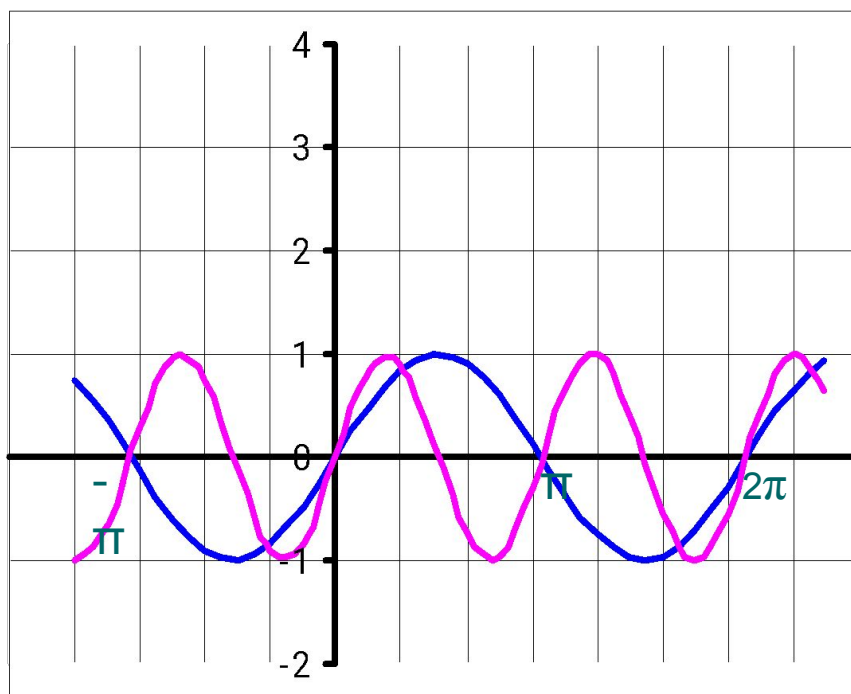


Для построения графика функции  $y = f(kx)$  необходимо график функции  $y = f(x)$  сжать в  $k$  раз вдоль оси  $OX$  для  $k > 1$  или растянуть в  $1/k$  раз вдоль оси  $OX$  для  $k < 1$

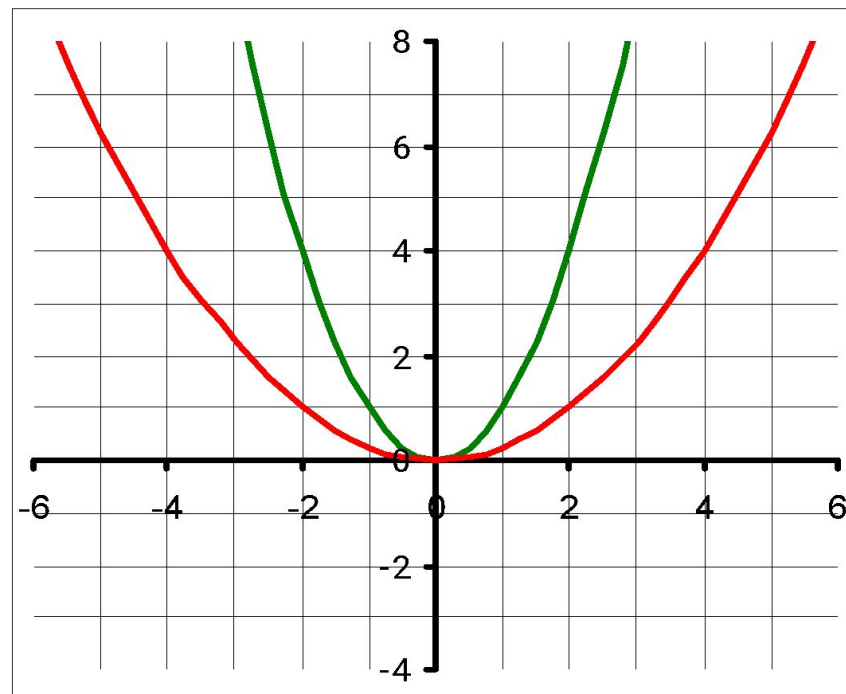
[Содержание](#)

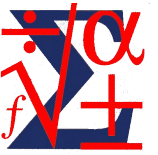
[Примеры](#)

$$y = \sin x; \quad y = \sin 2x$$



$$y = x^2; \quad y = (0,5x)^2$$





# Симметричное отображение относительно оси ОХ

$$y = f(x) \longrightarrow y = -f(x)$$

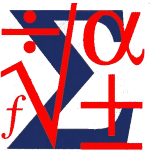
$$(x_0, y_0) \longrightarrow (x_0, -y_0)$$



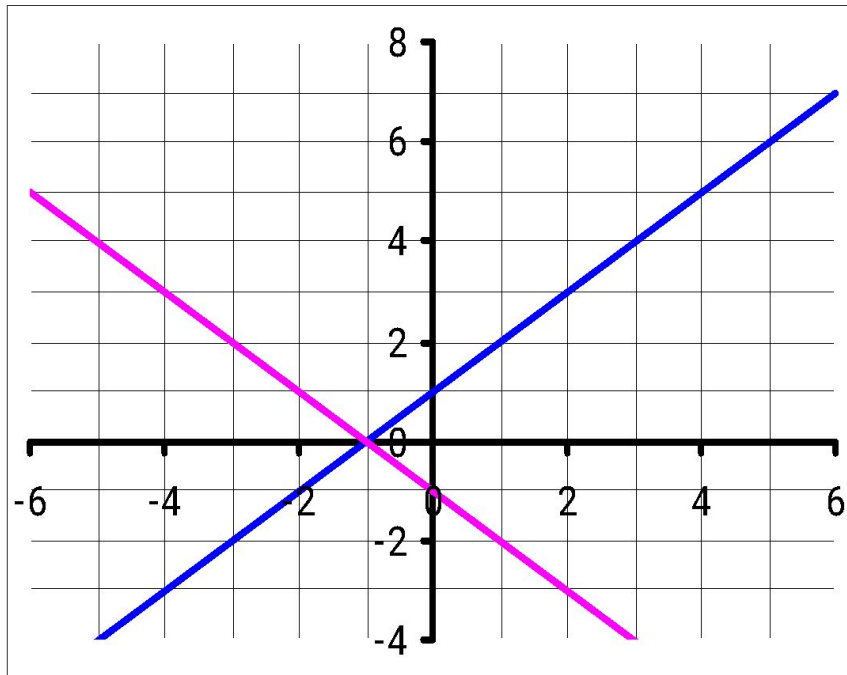
Для построения графика функции  $y = -f(x)$  необходимо график функции  $y = f(x)$  симметрично отобразить относительно оси ОХ

[Содержание](#)

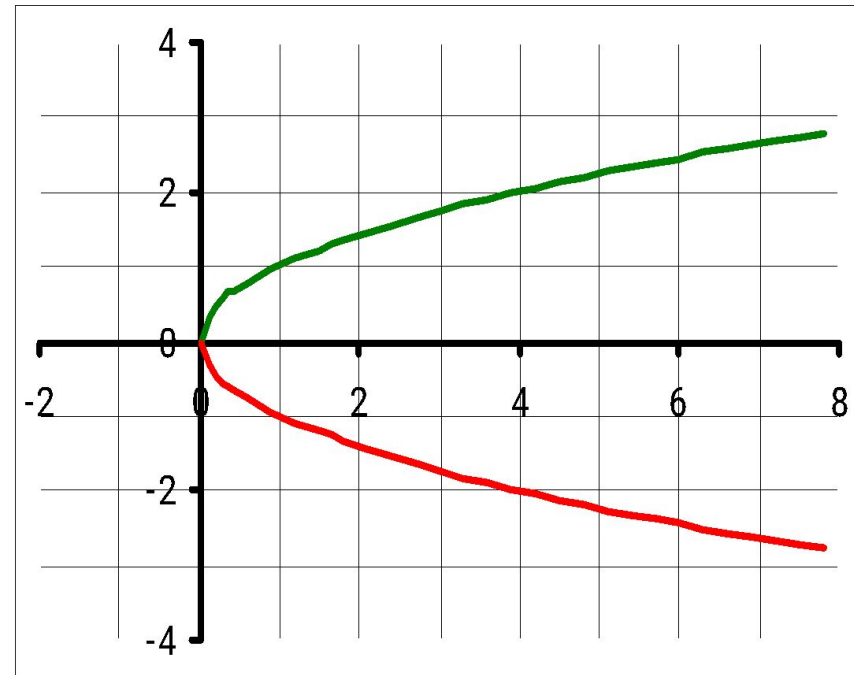
[Примеры](#)

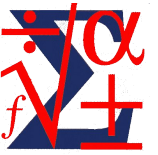


$$y = x + 1; \quad y = -(x + 1)$$



$$y = \sqrt{x}; \quad y = -\sqrt{x}$$





# Симметричное отображение относительно оси ОУ

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(-x)$$

$$(x_0, y_0) \longrightarrow (-x_0, y_0)$$

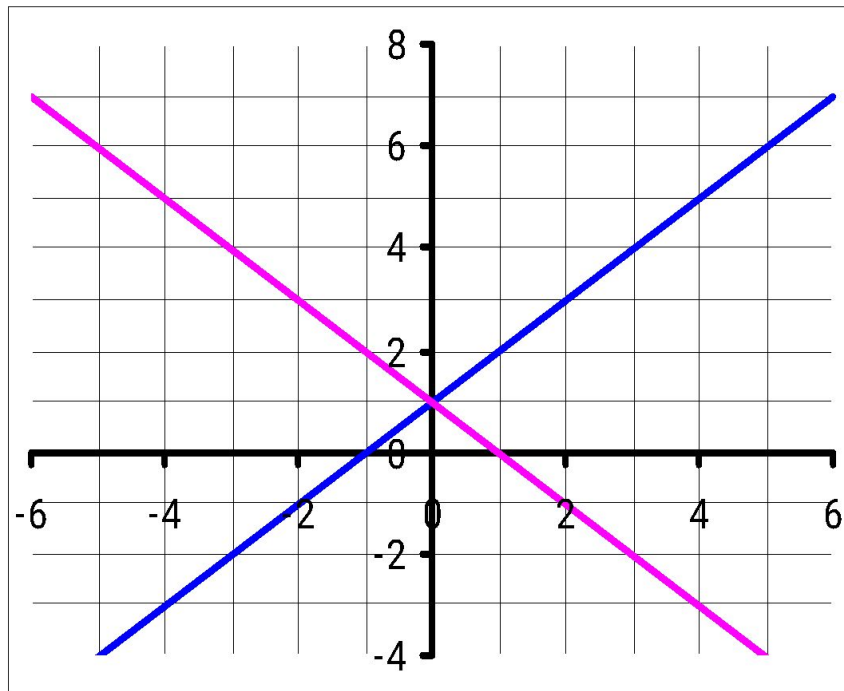


Для построения графика функции  $y = f(-x)$  необходимо график функции  $y = f(x)$  симметрично отобразить относительно оси ОУ

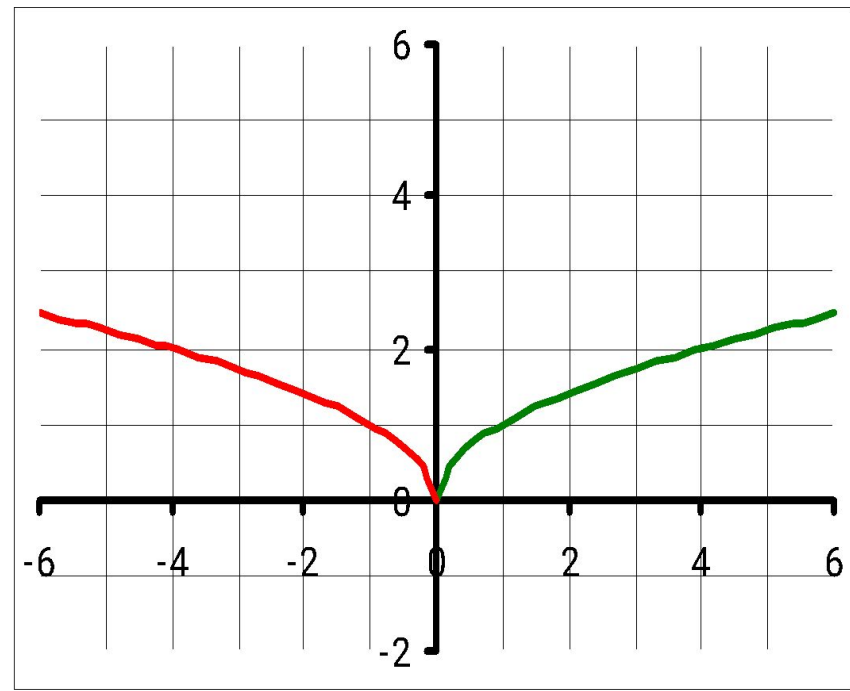
[Содержание](#)

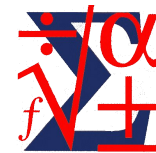
[Примеры](#)

$$y = x + 1; \quad y = -x + 1$$



$$y = \sqrt{x}; \quad y = \sqrt{-x}$$





# Построение графика $y = |f(x)|$

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0; \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0. \end{cases}$$

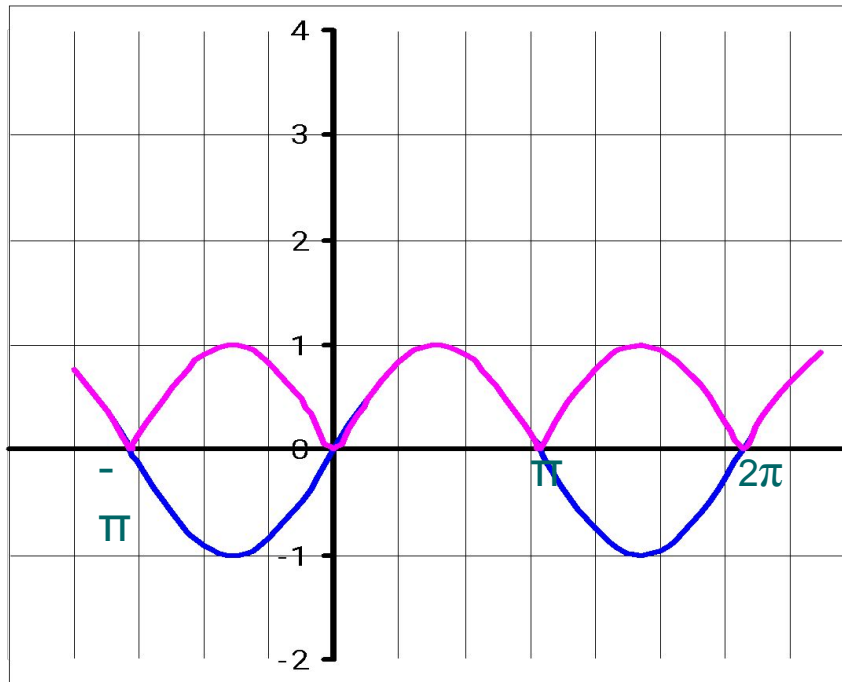
Для построения графика функции  $y = |f(x)|$  необходимо часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащую в области  $y \geq 0$ , оставить неизменной, а часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащую в области  $y < 0$ , симметрично отобразить относительно оси  $Ox$



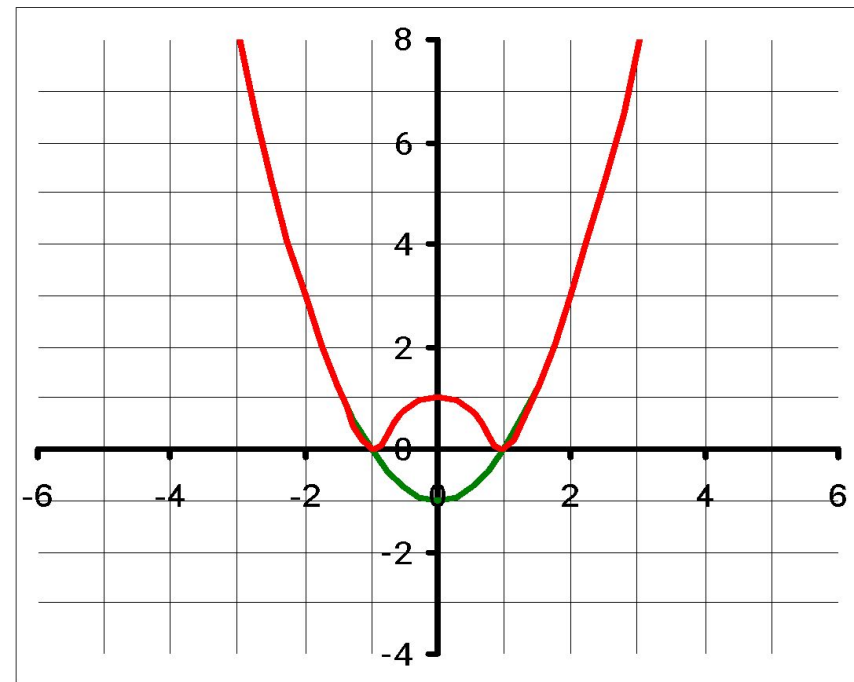
[Содержание](#)

[Примеры](#)

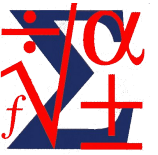
$$y = \sin x; \quad y = |\sin x|$$



$$y = x^2 - 1; \quad y = |x^2 - 1|$$







# Построение графика $y = f(|x|)$

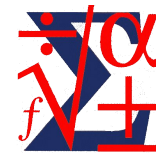
$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \geq 0; \\ f(-x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Для построения графика функции  $y = f(|x|)$  необходимо часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащую в области  $x \geq 0$ , оставить неизменной, и её же отобразить симметрично относительно оси ОУ в область  $x < 0$

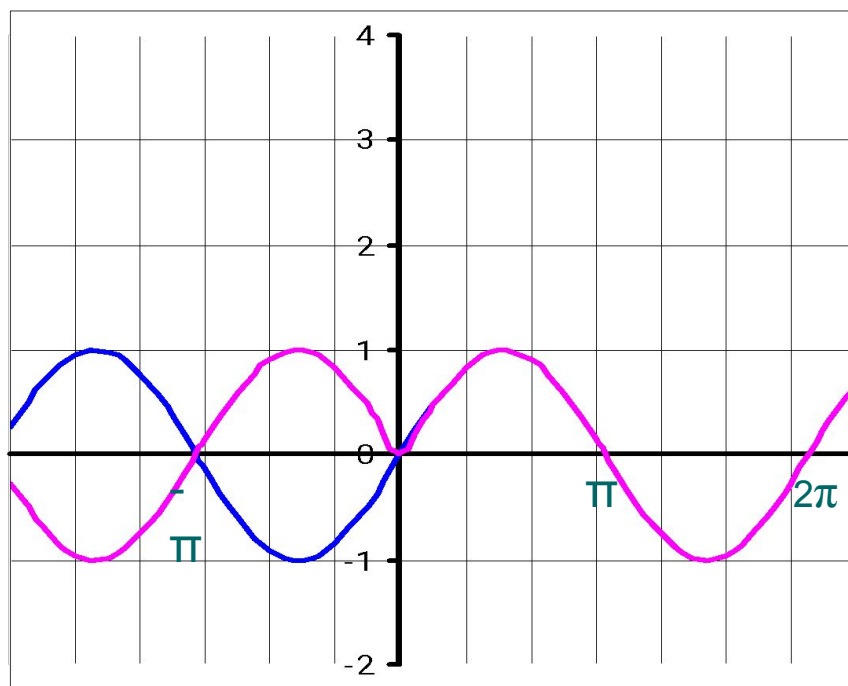


[Содержание](#)

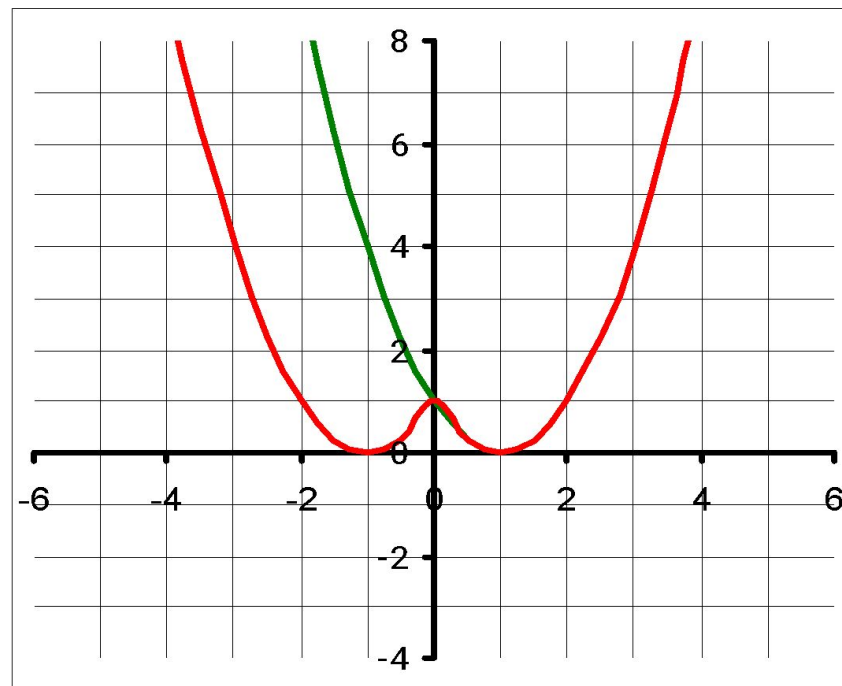
[Примеры](#)

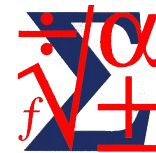


$$y = \sin x; \quad y = \sin |x|$$



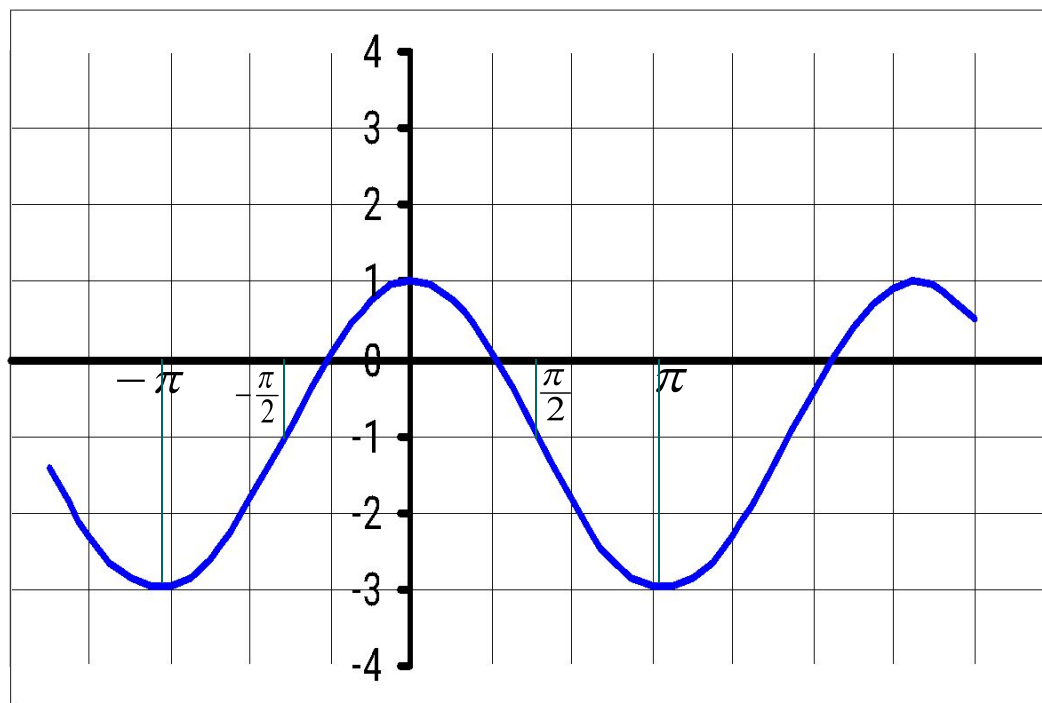
$$y = (x-1)^2; \quad y = (|x|-1)^2$$





## Проверь себя

График какой функции изображен на рисунке?

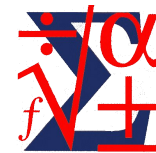


$$y = 2 \sin x - 1$$

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$$

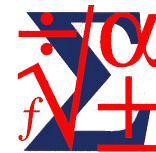
$$y = 2 \cos x - 1$$

$$y = 2 \cos x + 1$$



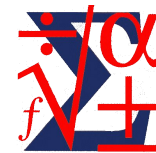
ПРАВИЛЬНО! МОЛОДЕЦ!





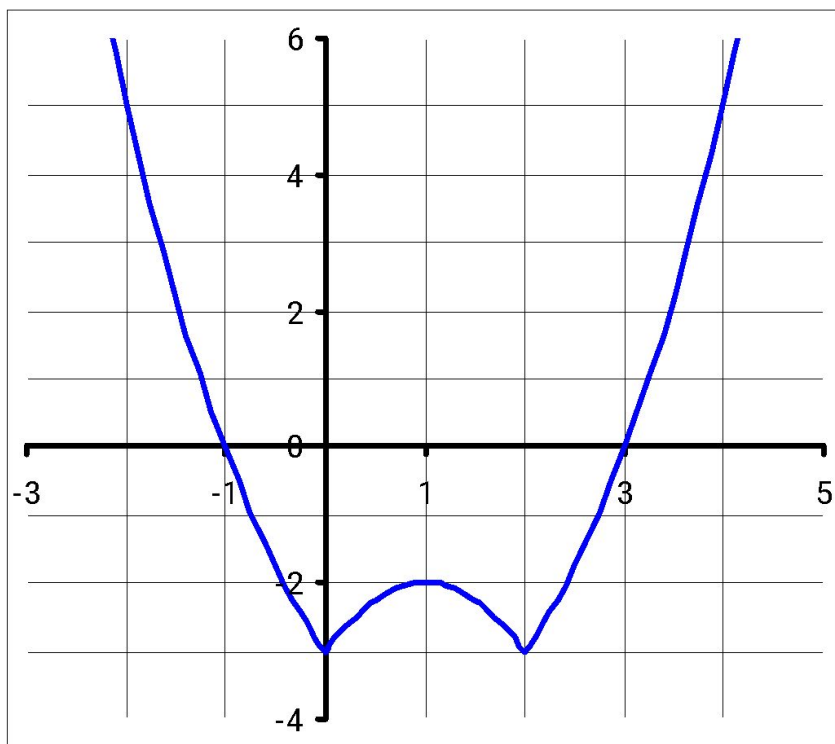
Неверно! Придется прочитать  
правила еще раз ...





## А теперь немного посложнее

График какой функции изображен на рисунке?



$$y = |x^2 - 1| - 4$$

$$y = |(x - 1)^2 - 1| - 3$$

$$y = (|x| - 1)^2 + 3$$

$$y = |-(x - 1)^2 + 1| - 3$$