ОБОБЩАЮЩИЕ ТАБЛИЦЫ ПО ГЕОМЕТРИИ

ТРЕУГОЛЬНИКИ

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

ОКРУЖНОСТЬ

ПЛОЩАДИ ФИГУР

ВЕКТОРЫ

ДВИЖЕНИЯ

ТРЕУГОЛЬНИКИ

Виды треугольников

Отрезки в треугольнике

Соотношения между сторонами и углами

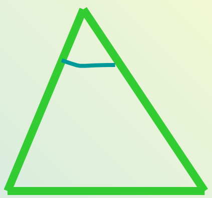
Признаки равенства

Подобие треугольников

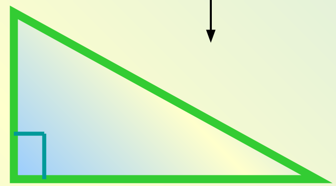
Площадь

Виды треугольников

по углам



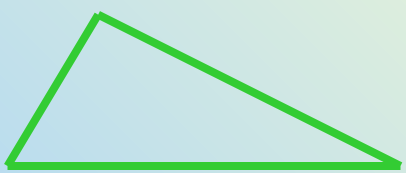
остроугольный



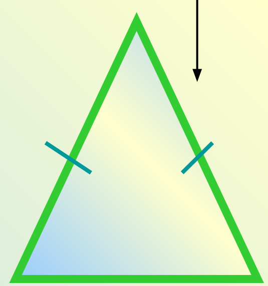
прямоугольный

тупоугольный

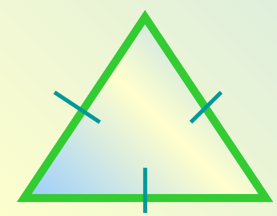
по сторонам



разносторонний

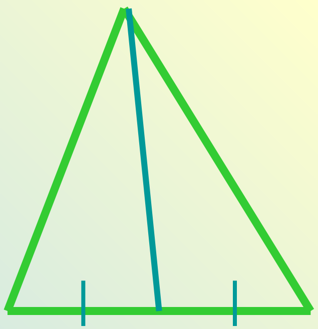


равнобедренный

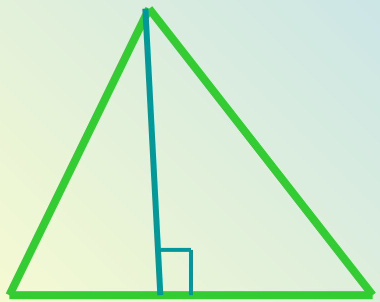


равносторонний

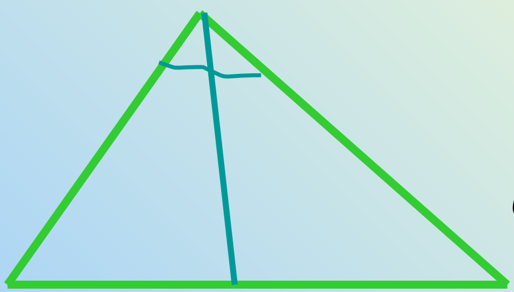
Отрезки в треугольнике



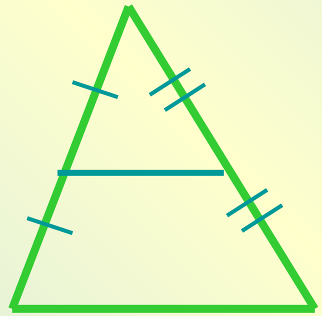
медиана



высота

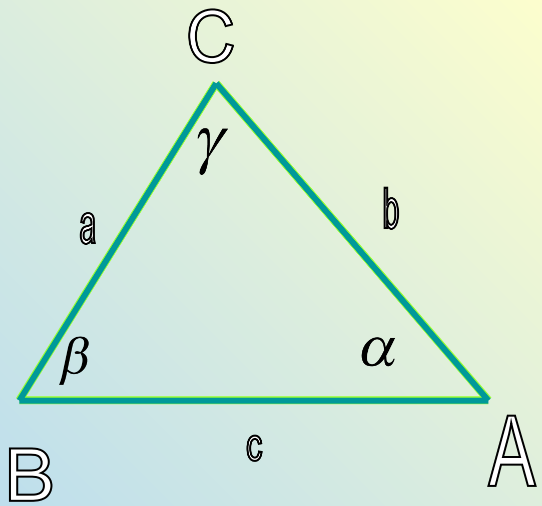


биссектриса



средняя линия

Соотношения между сторонами и углами треугольника



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$$

$$\angle A < \angle B < \angle C \Rightarrow BC < AC < AB$$

Неравенство треугольника

$$AB < BC + AC$$

$$BC < AB + AC$$

$$AC < AB + BC$$

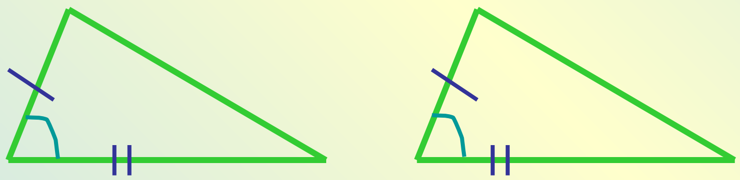
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

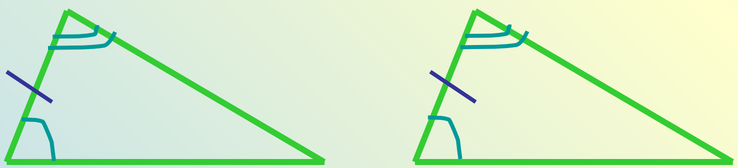
Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

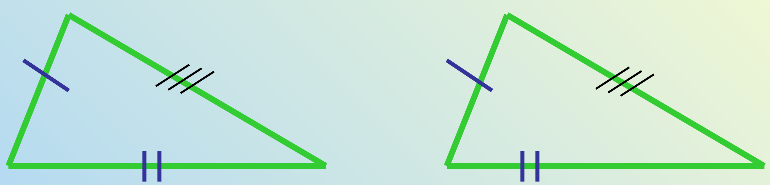
Признаки равенства треугольников



По двум сторонам и углу между ними



По стороне и прилежащим к ней углам



По трем сторонам

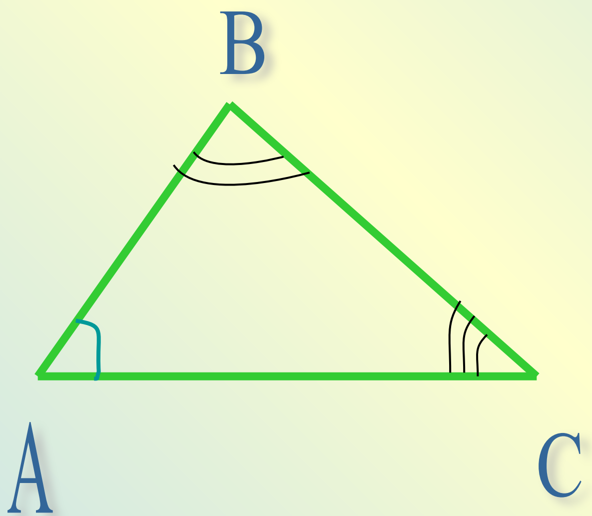
ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

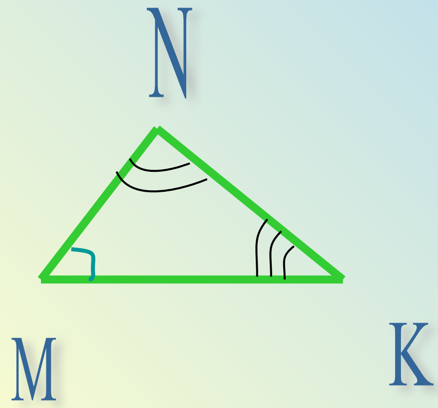
Определение

Признаки подобия

Свойства

Определение подобных треугольников



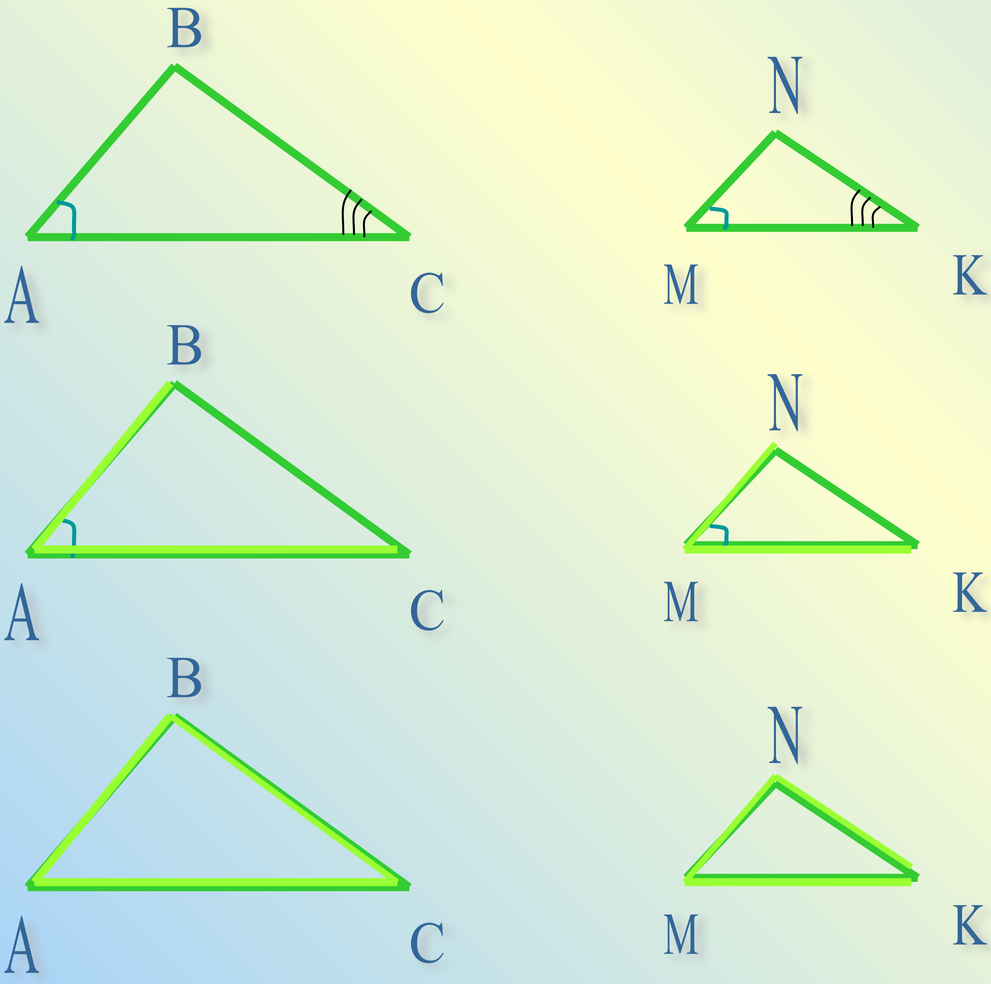


$$\angle A = \angle M$$
$$\angle B = \angle N$$
$$\angle C = \angle K$$

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = k$$

k – коэффициент подобия

Признаки подобных треугольников



По двум углам

$$\angle A = \angle M$$

$$\angle C = \angle K$$

По двум сторонам и углу между ними

$$\angle A = \angle M$$

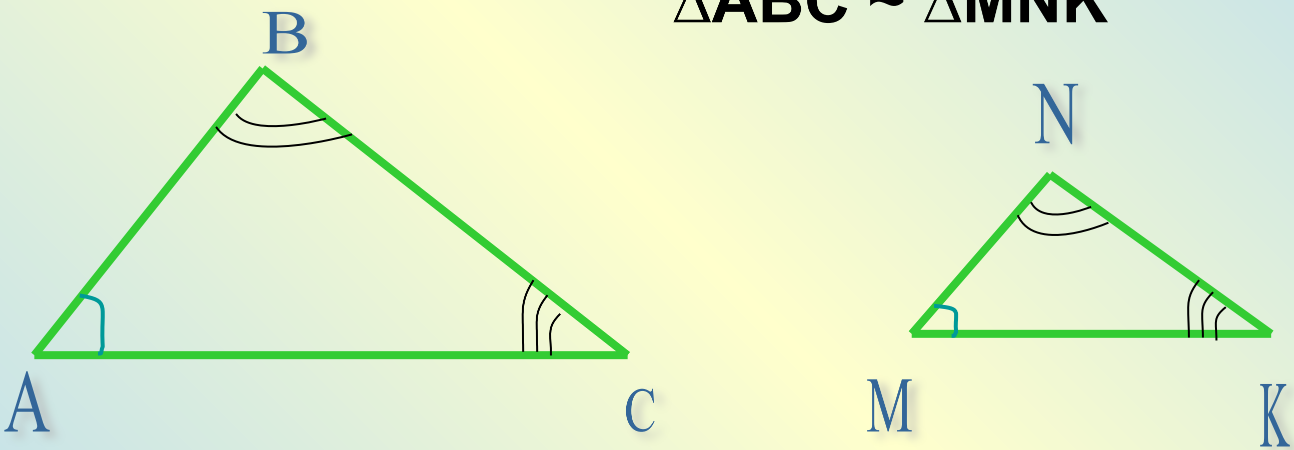
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$$

По трем сторонам

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK}$$

Свойства подобных треугольников

ΔABC ~ ΔMNK



$$\angle A = \angle M \qquad \angle B = \angle N \qquad \angle C = \angle K$$

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = k$$

$$\frac{S(\Delta ABC)}{S(\Delta MNK)} = k^2 \qquad \frac{P(\Delta ABC)}{P(\Delta MNK)} = k$$

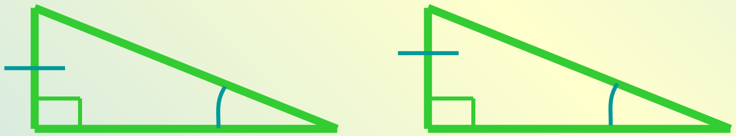
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Признаки равенства

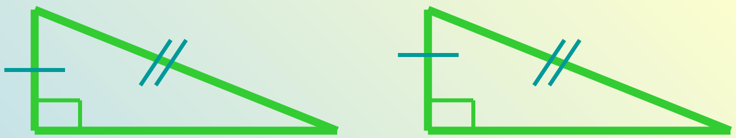
Пропорциональные отрезки

Соотношения между сторонами и углами

Признаки равенства прямоугольных треугольников



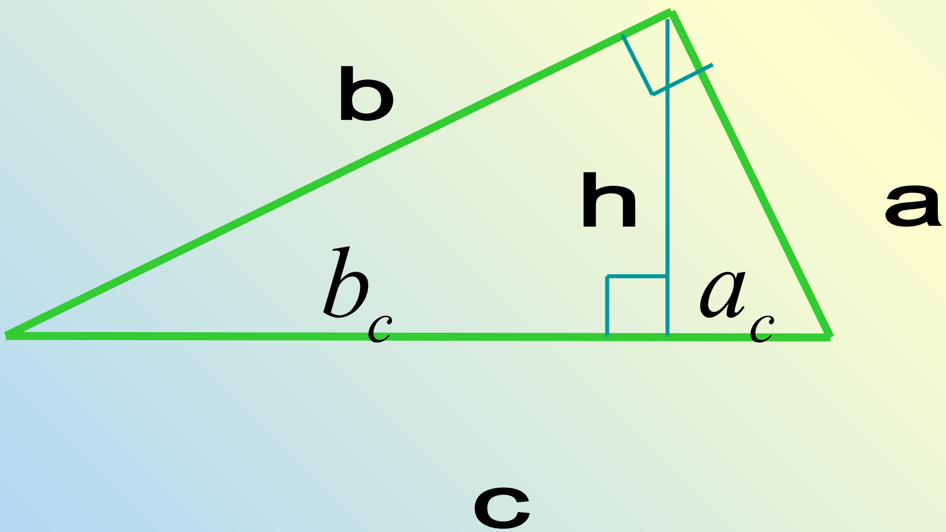
По катету и
противолежащему острому углу



По катету и гипотенузе

По гипотенузе и острому углу

Пропорциональные отрезки

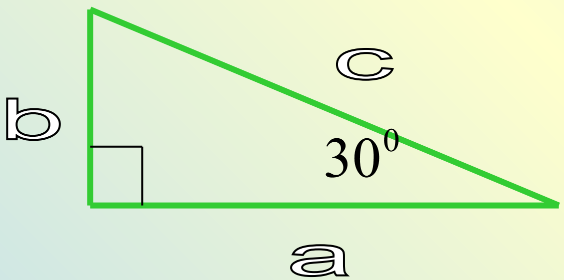


$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c}$$

$$a = \sqrt{a_c \cdot c}$$

$$b = \sqrt{b_c \cdot c}$$

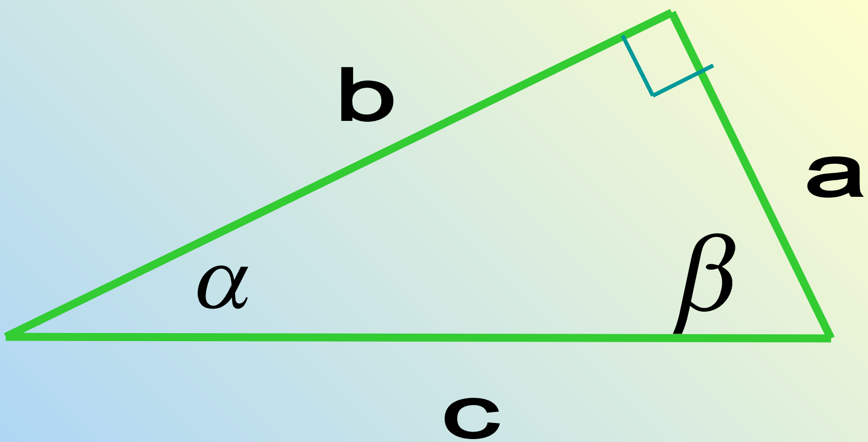
Соотношения между сторонами и углами



$$b = \frac{1}{2}c$$

$$\alpha + \beta = 90^0$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

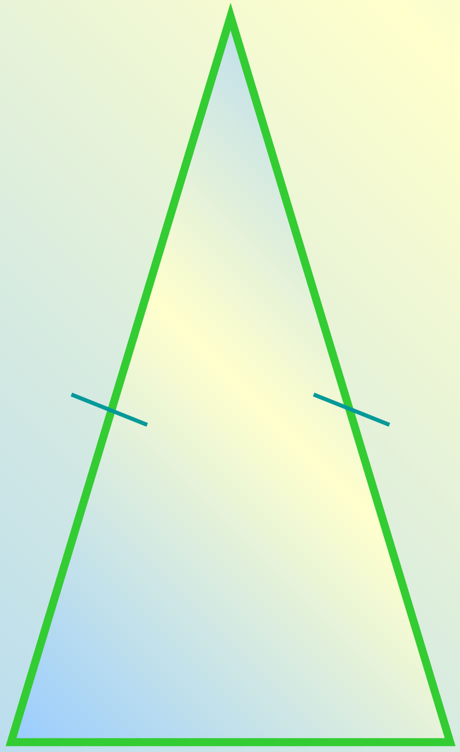
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение

Свойства

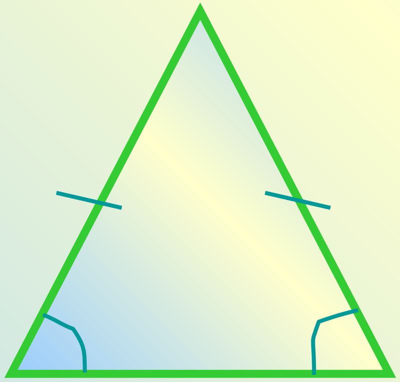
Признаки

Определение

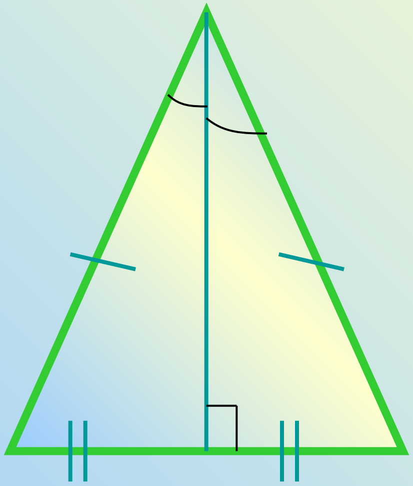


Если две стороны треугольника равны, то он равнобедренный

Свойства равноберенного треугольника

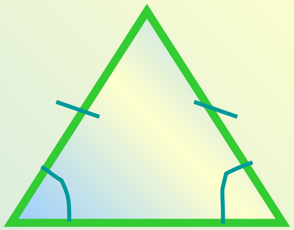


Углы при основании равны

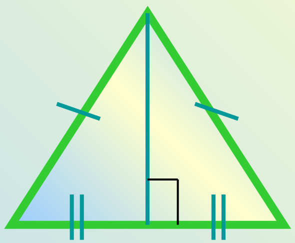


Медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой

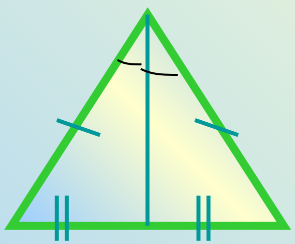
Признаки равноберенного треугольника



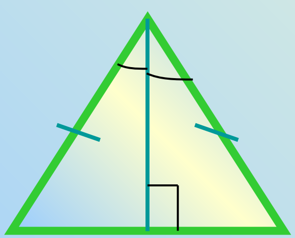
Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный



Если медиана является высотой, то треугольник равнобедренный

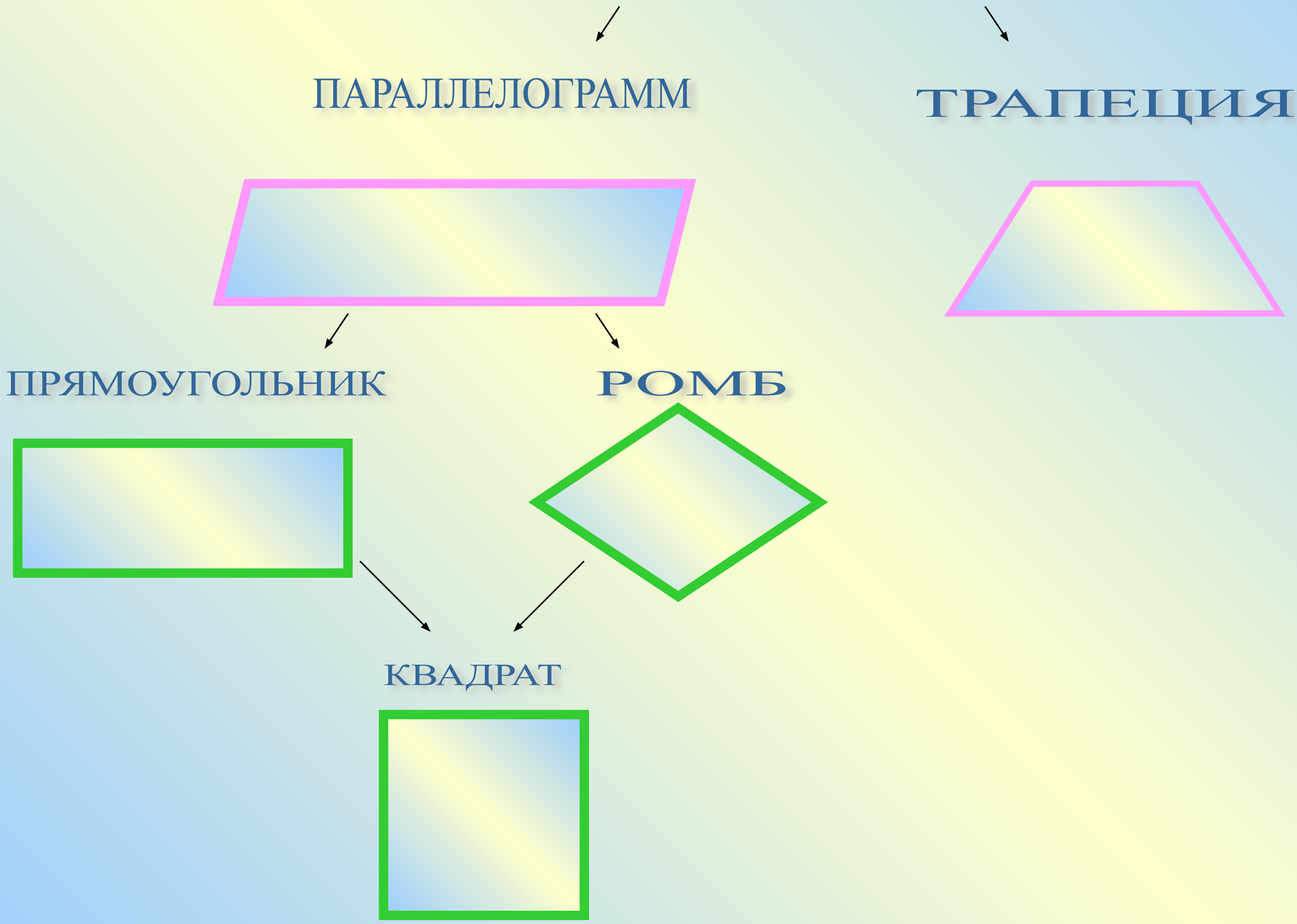


Если медиана является биссектрисой, то треугольник равнобедренный



Если биссектриса является высотой, то треугольник равнобедренный

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Определение

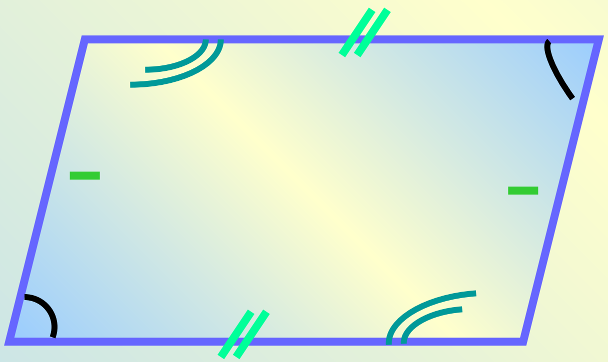
Свойства

Признаки

Определение

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны

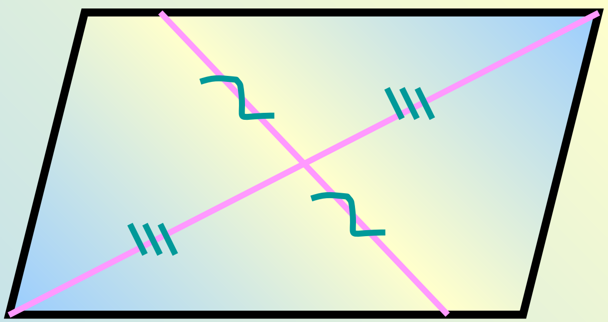
Свойство сторон и углов



Противоположные стороны равны

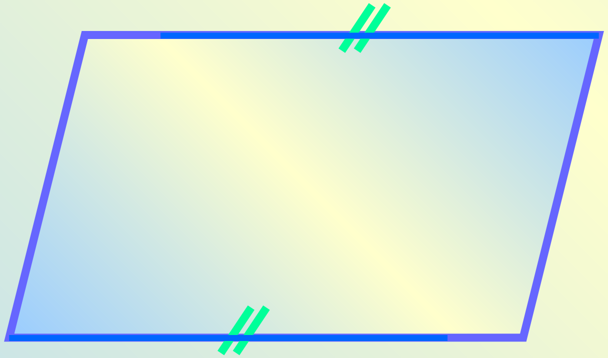
Противоположные углы равны

Свойство диагоналей

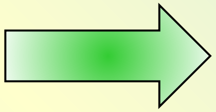


Диагонали точкой пересечения делятся пополам

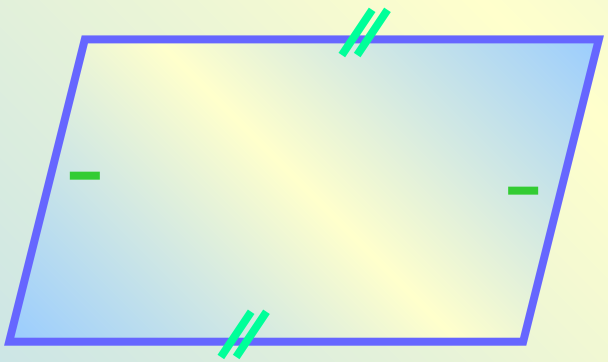
Первый признак параллелограмма



Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то это параллелограмм

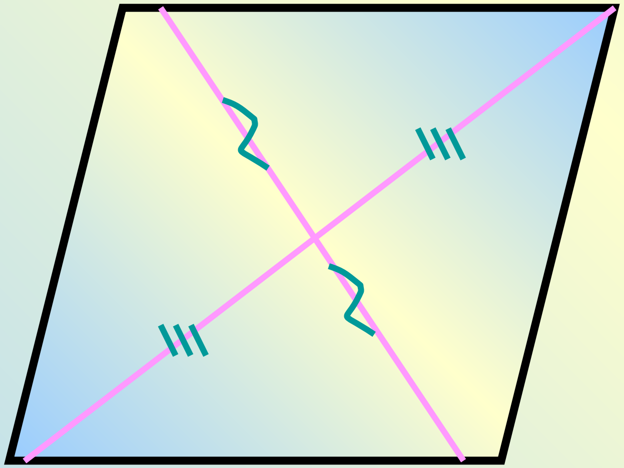


Второй признак параллелограмма



Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны , то это параллелограмм

Третий признак параллелограмма



Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то это параллелограмм

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Определение

Свойства

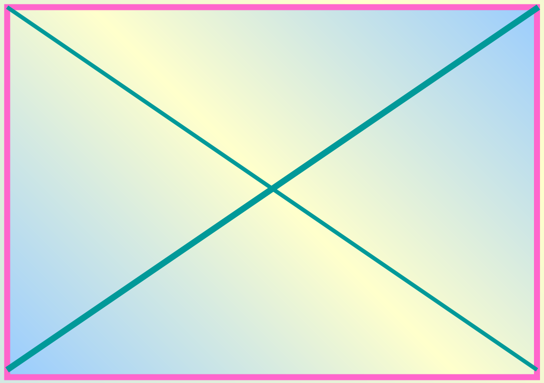
Признак

Определение

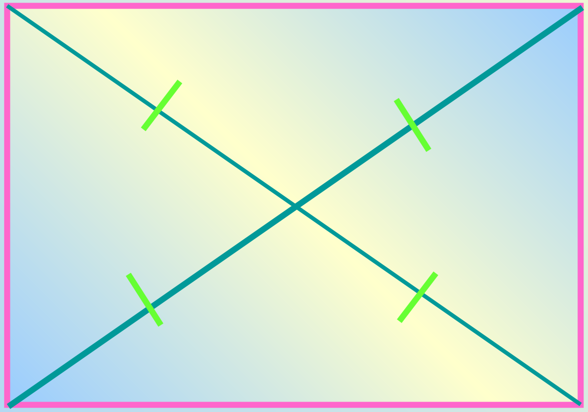
Прямоугольник – это параллелограмм,

у которого все углы прямые

Свойства диагоналей

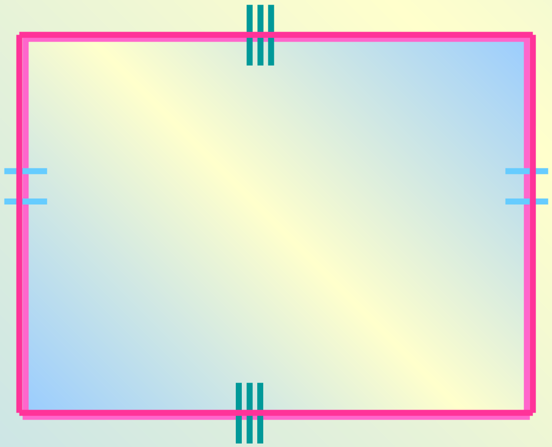


Диагонали равны



Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

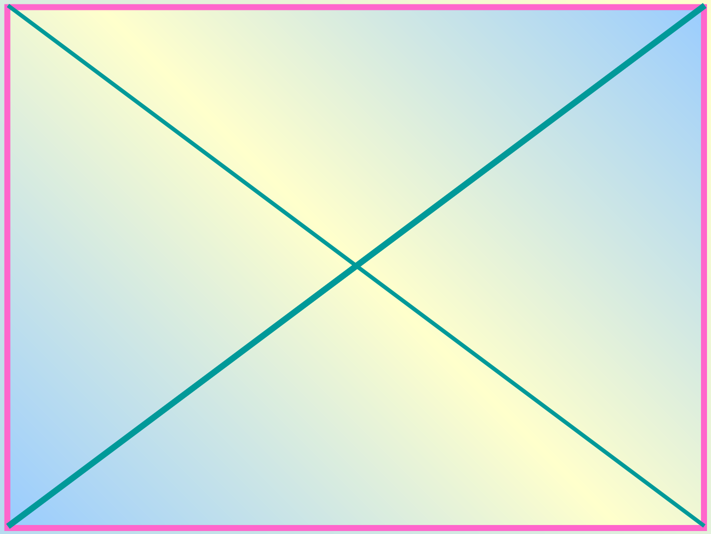
Свойства сторон и углов



Противоположные стороны параллельны и равны

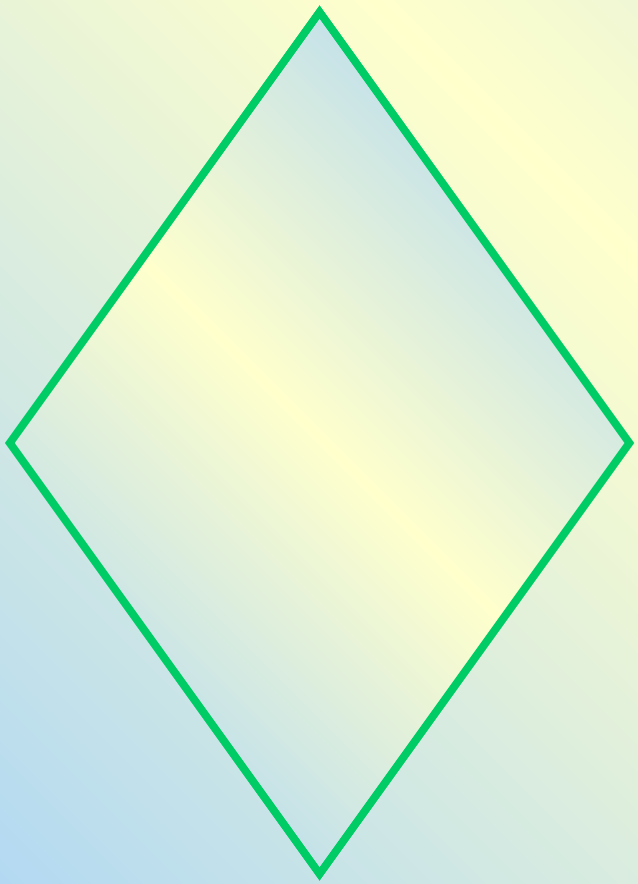
Все углы прямые

Признак прямоугольника



Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник

РОМБ

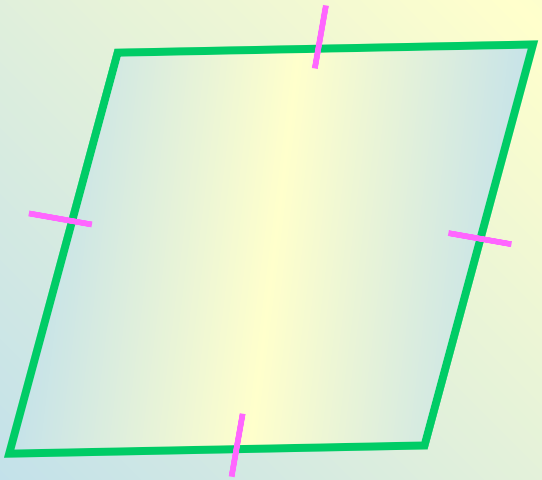


Определение

Свойства

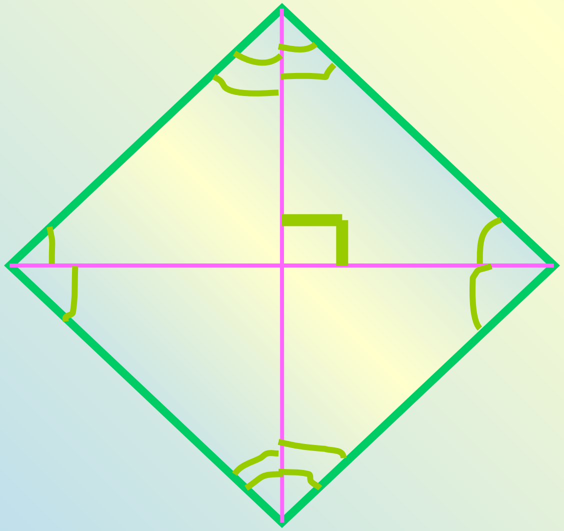
Признак

Определение



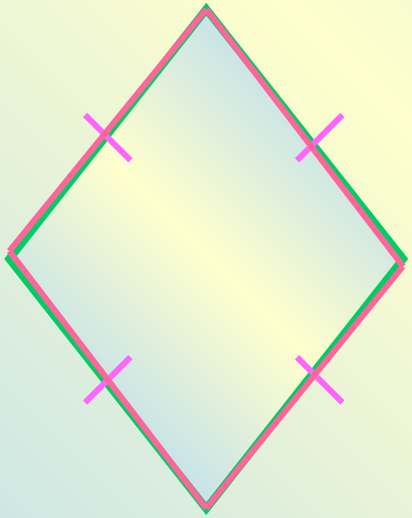
Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны

Признак ромба



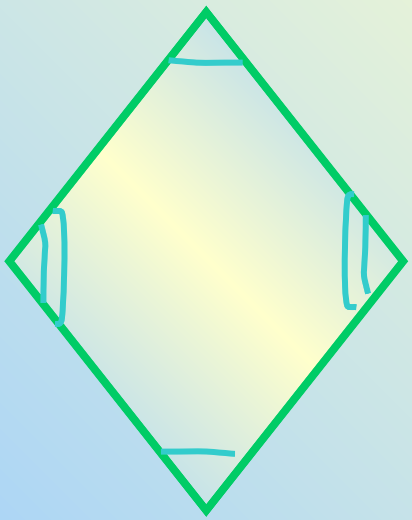
Если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов, то это ромб

Свойства сторон и углов



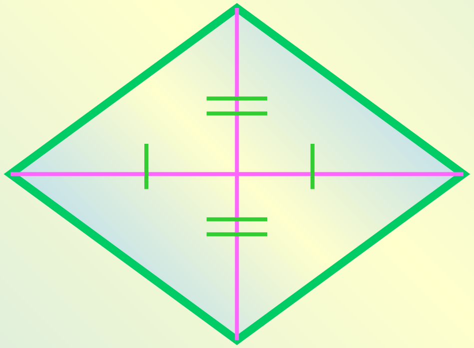
Противоположные стороны параллельны

Все стороны равны

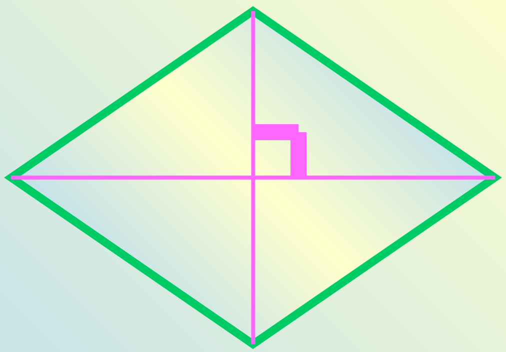


Противоположные углы равны

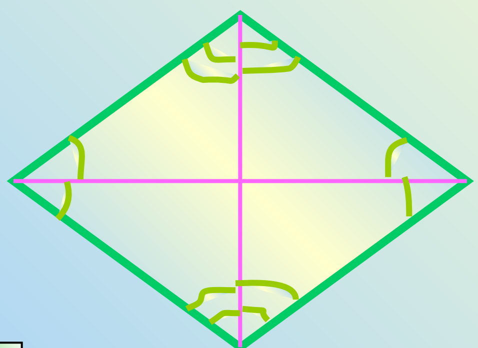
Свойства диагоналей



Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам



Диагонали взаимно перпендикулярны



Диагонали являются биссектрисами углов

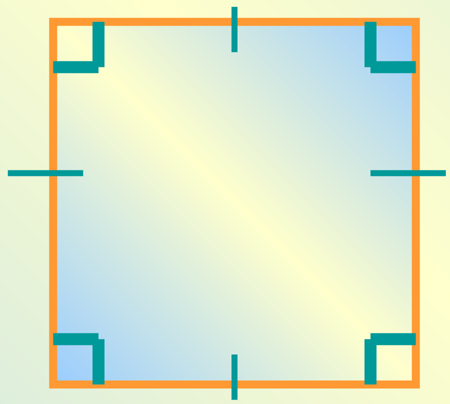
КВАДРАТ

Определение

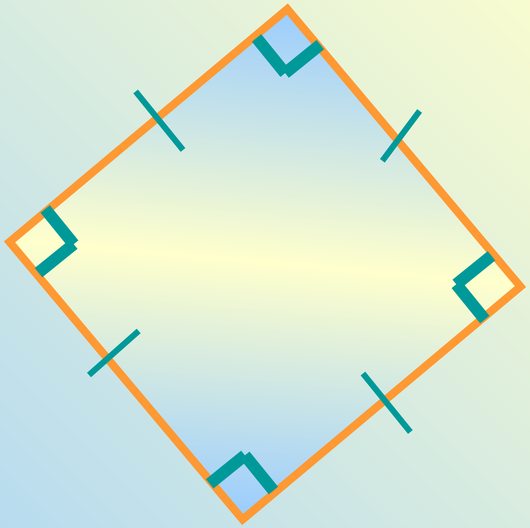
Свойства

Признаки

Определение

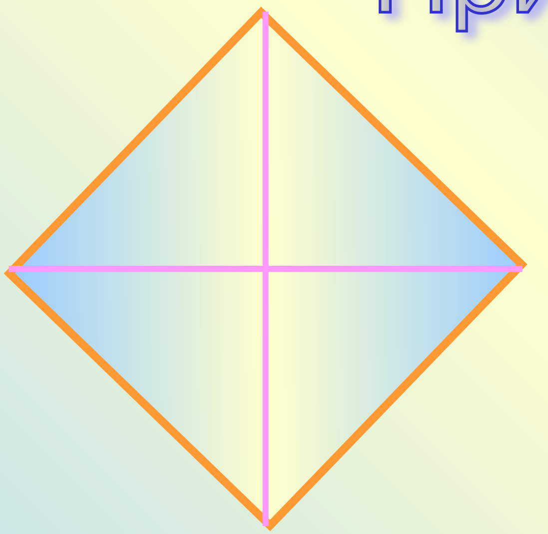


Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны

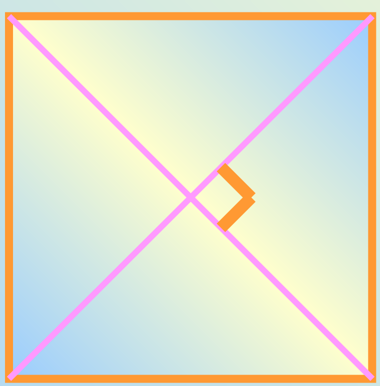


Квадрат – это ромб, у которого все углы прямые

Признаки квадрата

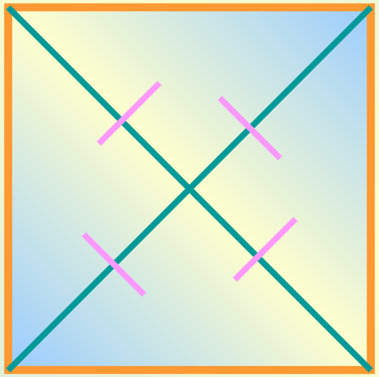


Если в ромбе диагонали равны, то это квадрат

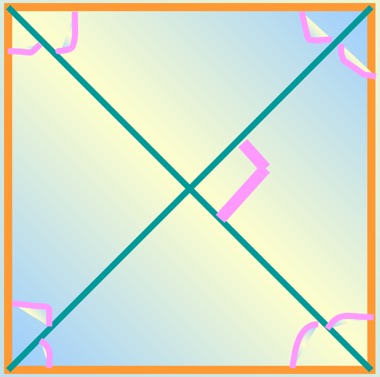


Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то это квадрат

Свойства диагоналей

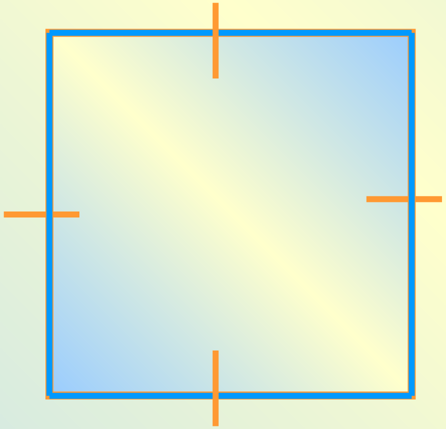


Диагонали равны, пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

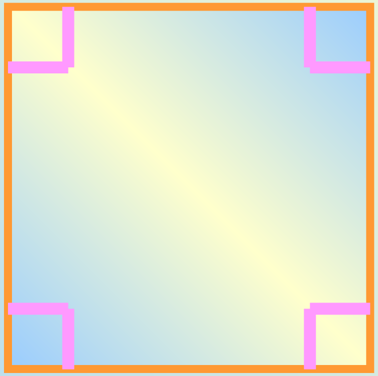


Диагонали взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов

Свойства сторон и углов



Противоположные стороны параллельны, все стороны равны



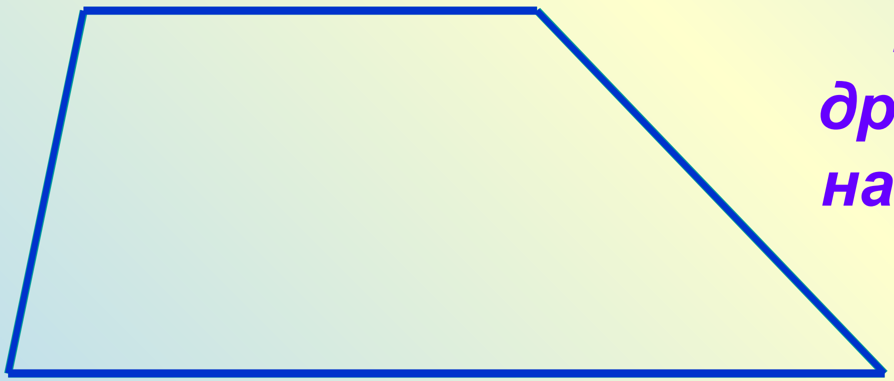
Все углы прямые

ТРАПЕЦИЯ

Определение

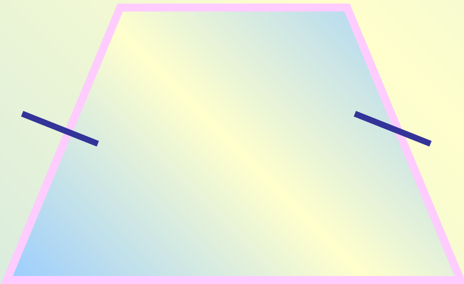
Виды трапеций

Определение



Четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны, называется трапецией

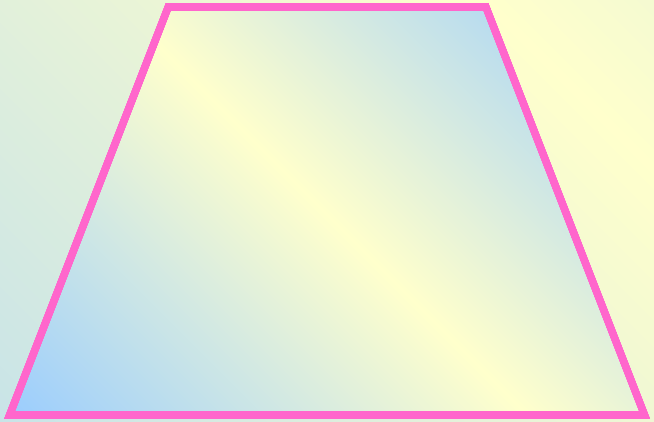
Виды трапеций



равнобедренная

прямоугольная

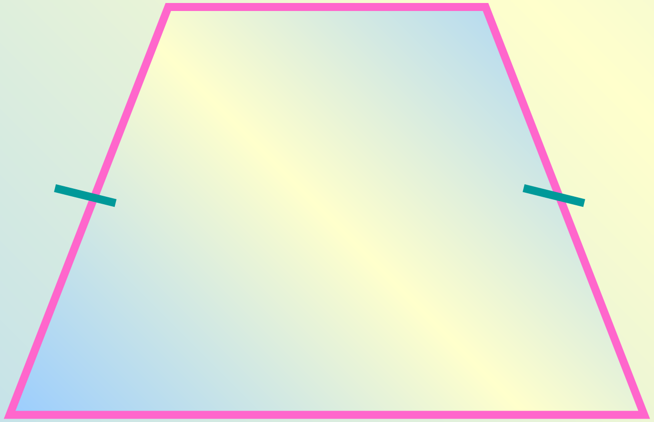
РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ



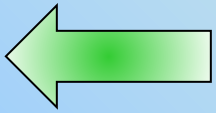
Определение

Свойства

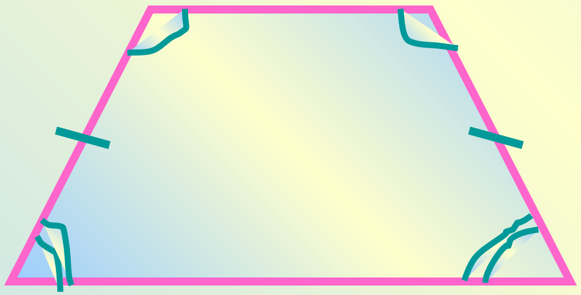
Определение



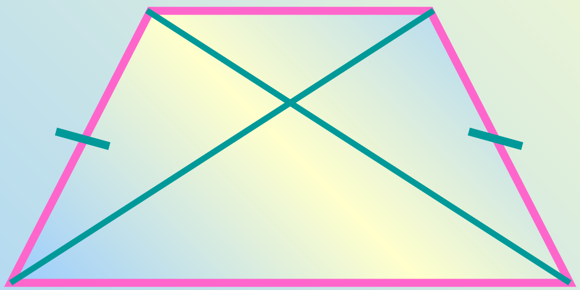
Трапеция, у которой боковые стороны равны, называется равнобедренной (равнобокой) трапецией



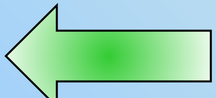
Свойства равнобедренной трапеции



Углы при каждом основании равны



Диагонали равны



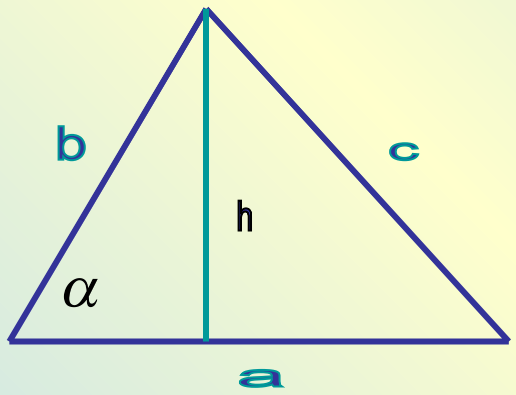
ПЛОЩАДИ ФИГУР

Треугольники

Четырехугольники

Круг

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



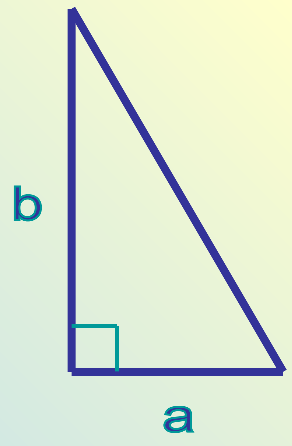
$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

формула Герона

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

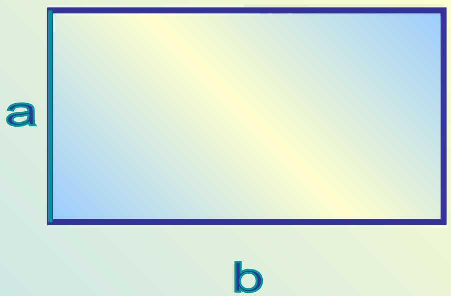


$$S = \frac{1}{2} ab$$

ПЛОЩАДИ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

Квадрат

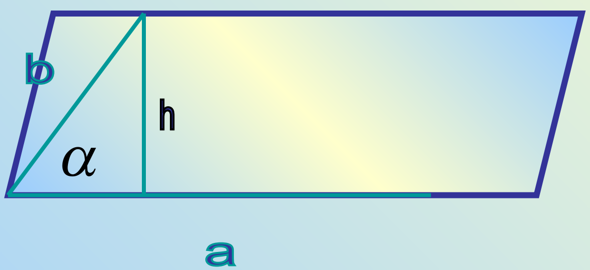
$$S = a^2$$



Прямоугольник

$$S = ab$$

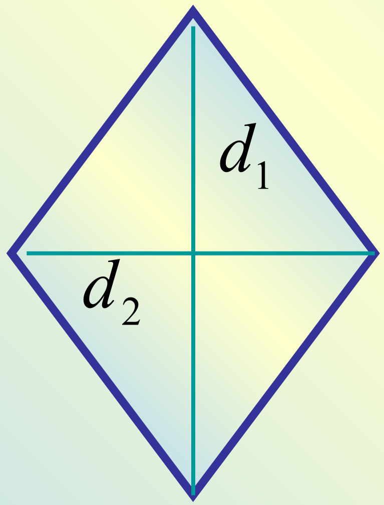
Параллелограмм



$$S = ah$$

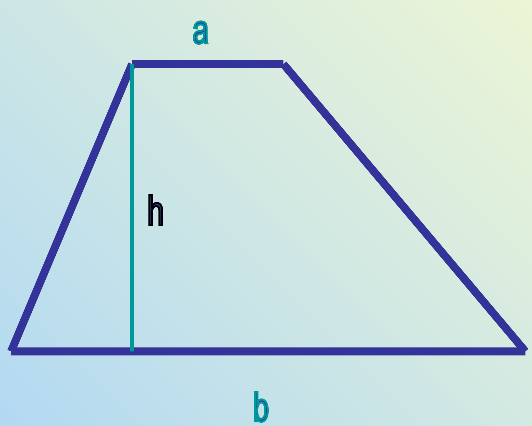
$$S = ab\sin\alpha$$

ПЛОЩАДИ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ



Ромб

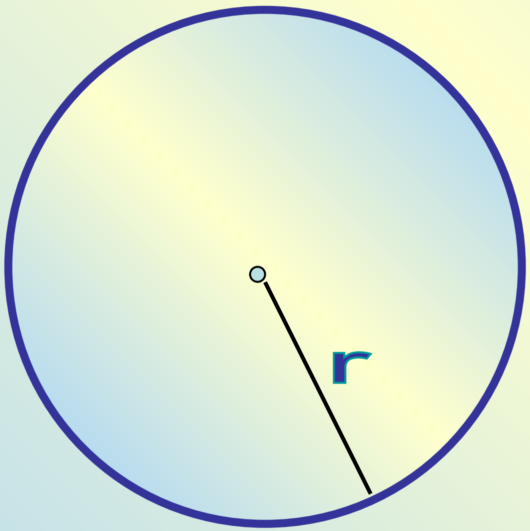
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



Трапеция

$$S = \frac{a+b}{2} h$$

ПЛОЩАДЬ КРУГА



$$S = \pi r^2$$

Окружность

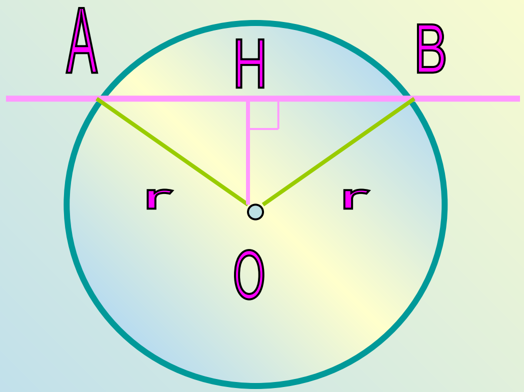
Взаимное расположение прямой и окружности

Касательная к окружности

Углы в окружности

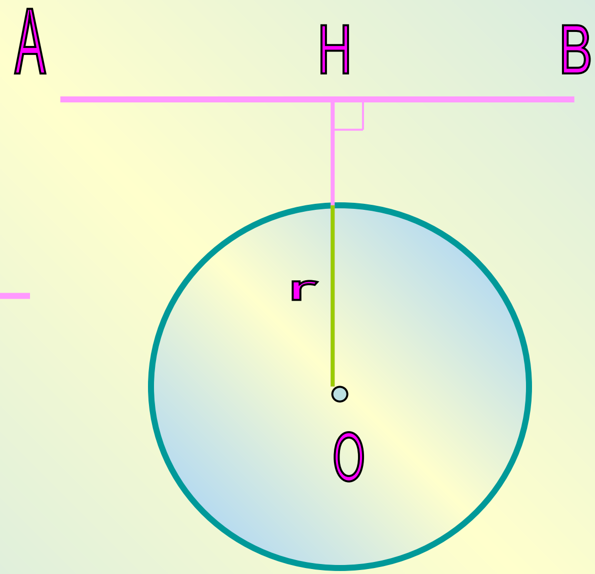
Вписанные и описанные многоугольники

Взаимное расположение прямой и окружности



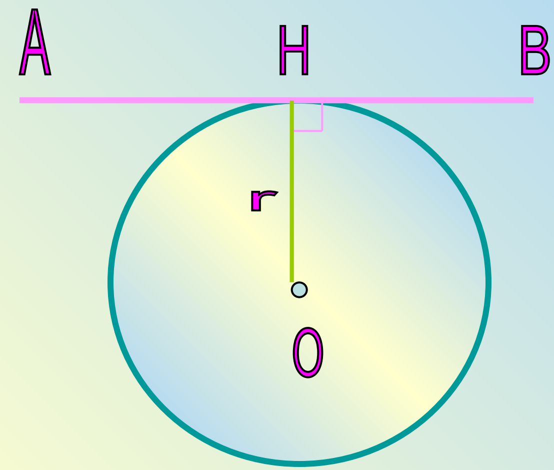
Если OH < r

AB – секущая



Если OH > r

AB не пересекается
с окружностью,



Если OH = r

AB – касательная,

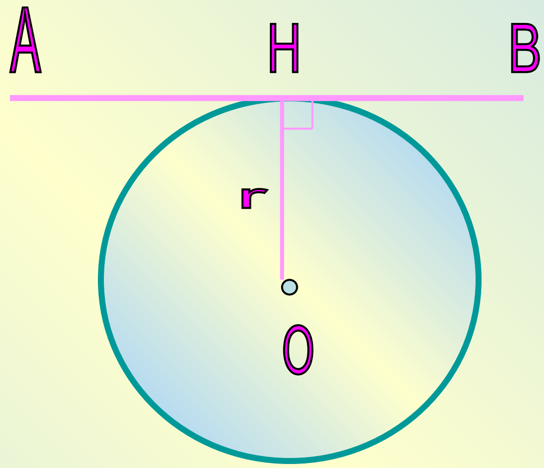
Касательная к окружности

Свойство касательной

Признак касательной

Свойства отрезков хорд, секущих и касательных

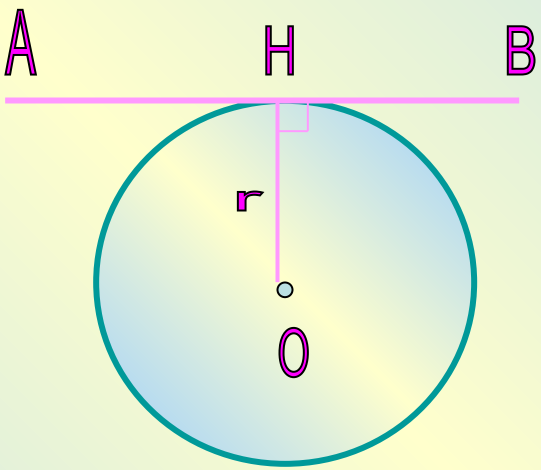
Свойство касательной



$$AB \perp OH = r$$

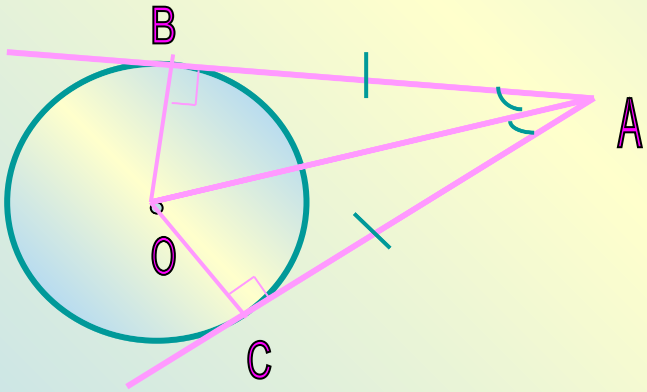
Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания

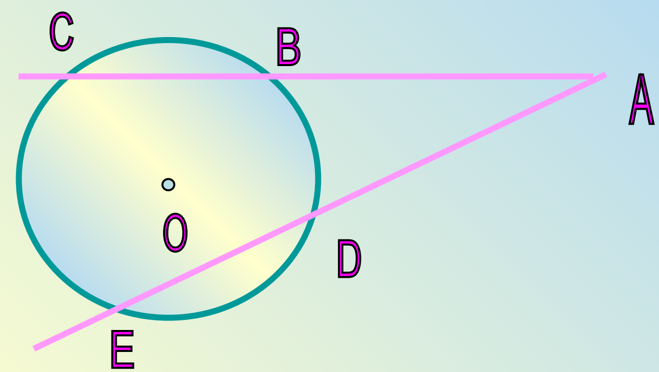
Признак касательной



Если $AB \perp OH$, то AB - касательная

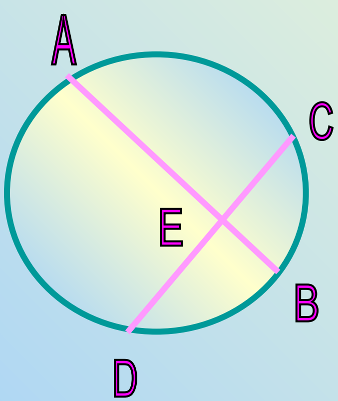
Свойства отрезков касательных, секущих и хорд

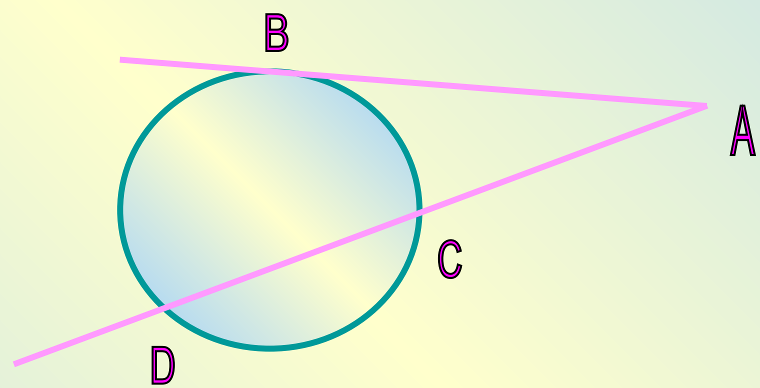




$AB = AC$, $\angle BAO = \angle CAO$

$AB \cdot AC = AD \cdot AE$

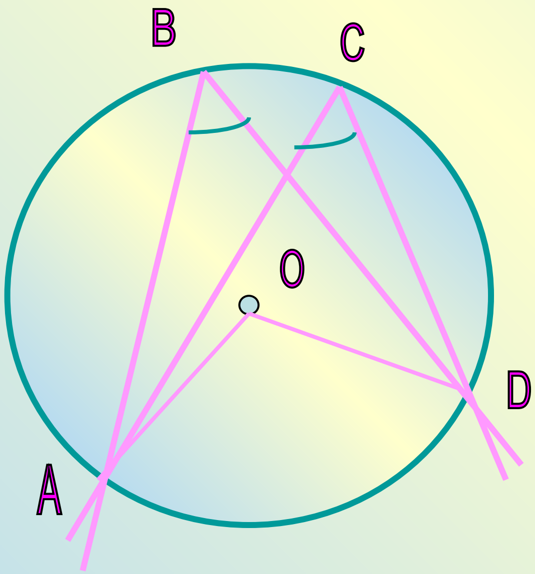


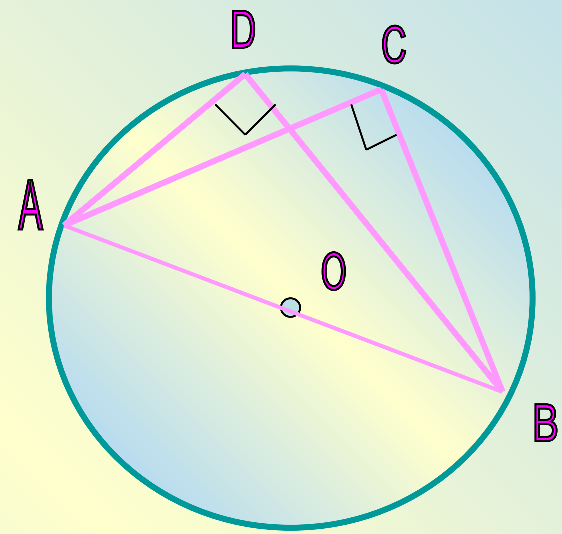


$AE \cdot BE = CE \cdot DE$

$$AB^2 = AC \bullet AD$$

Углы в окружности





∠ AOD - центральный

∠ AOD = ∪ AD

∠ ABD и ∠ ACD - вписанные

∠ ABD = ∠ ACD = ½ ∪ AD = ½ ∠AOD

AB - диаметр

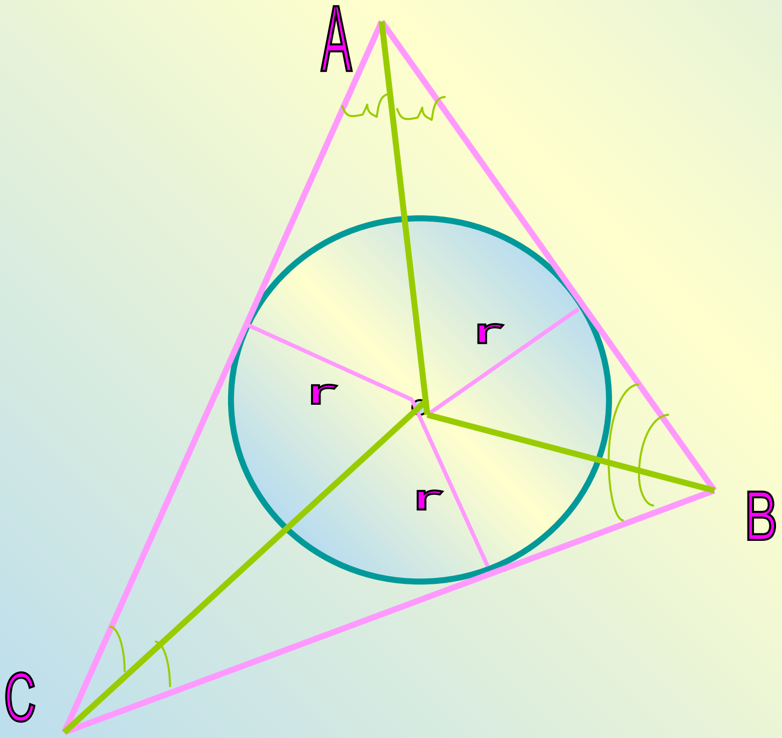
∠ ADB = ∠ ACB = 90º

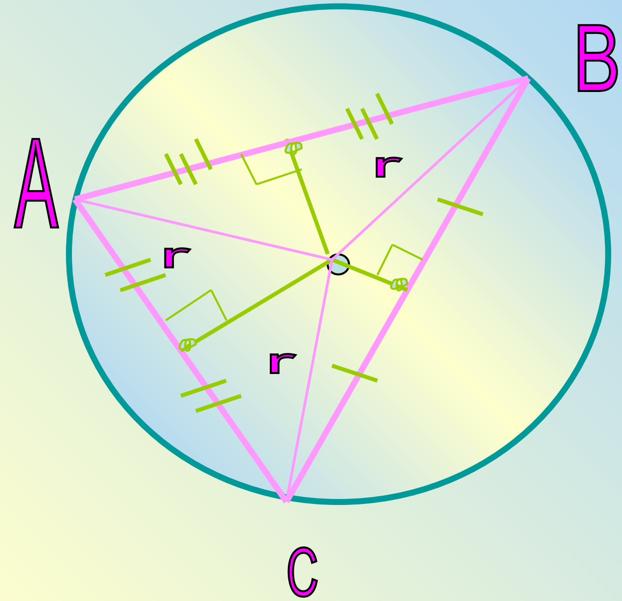
Вписанные и описанные многоугольники

Треугольник

Четырехугольник

Вписанные и описанные треугольники





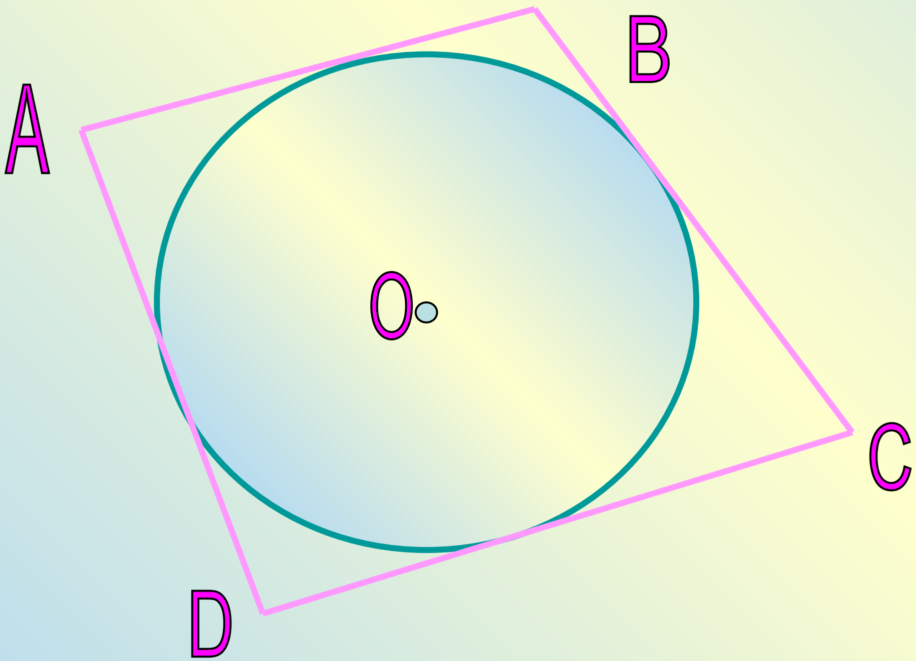
Около любого треугольника можно описать окружность

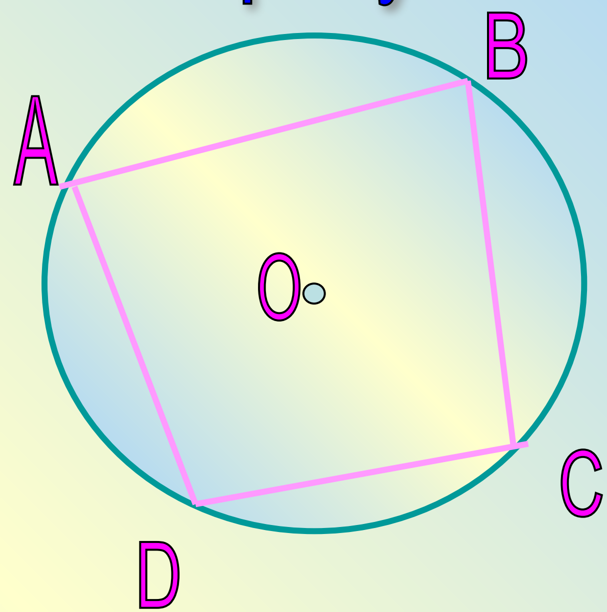
Центр окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

В любой треугольник можно вписать окружность

Центр окружности – точка пересечения биссектрис треугольника

Вписанные и описанные четырехугольники





AB + CD = BC + AD

$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$

Если в четырехугольнике
суммы длин противоположных
сторон равны,
то в него можно
вписать окружность

Если в четырехугольнике
сумма противоположных
углов равна 180º,
то около него можно
описать окружность

Векторы на плоскости

Вектор и его координаты

Равные векторы

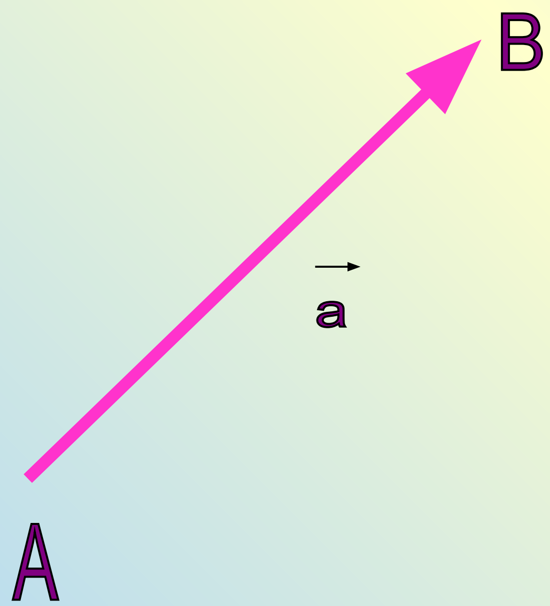
Сложение векторов

Вычитание векторов

Умножение вектора на число

Скалярное произведение векторов

Вектор и его координаты



Вектор – это направленный отрезок

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$$

$$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$$

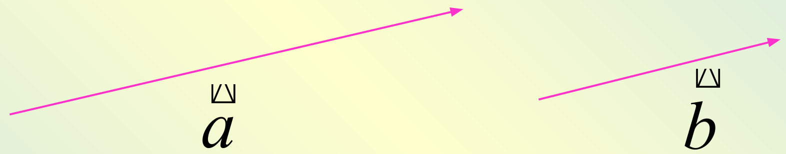
$$\vec{a}\{a_1; a_2\}$$

$$a_1 = x_2 - x_1; a_2 = y_2 - y_1$$

$$|\vec{a}| = AB \qquad |\vec{a}| = \sqrt{a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2}}$$

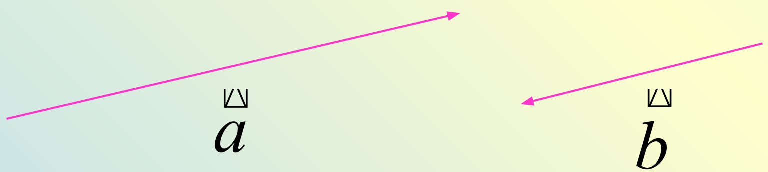
Векторы

коллинеарные



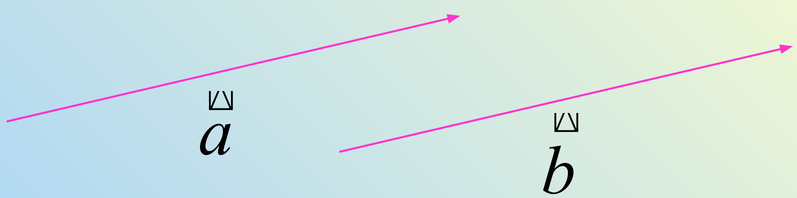
сонаправленные

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$



Противоположно направленные

$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$



Равные

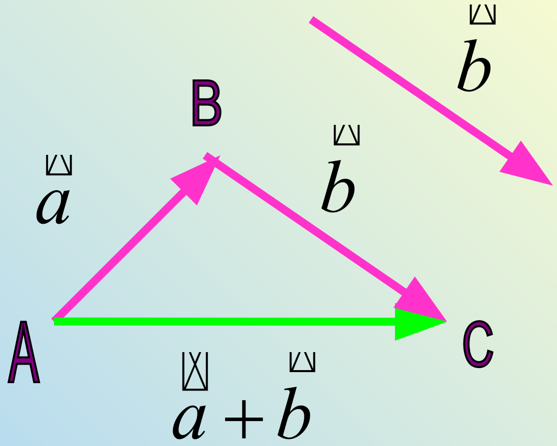
$$\vec{a} = \vec{b}$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \qquad \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Сложение векторов

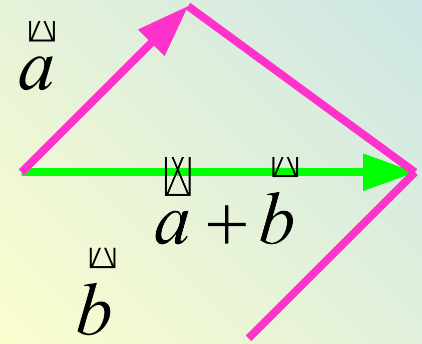
$$\vec{a}\{a_1;a_2\}+\vec{b}\{b_1;b_2\}=\vec{c}\{a_1+b_1;a_2+b_2\}$$

Правило треугольника

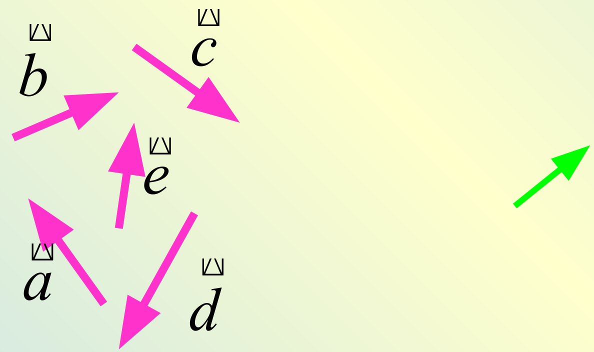


$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

Правило параллелограмма

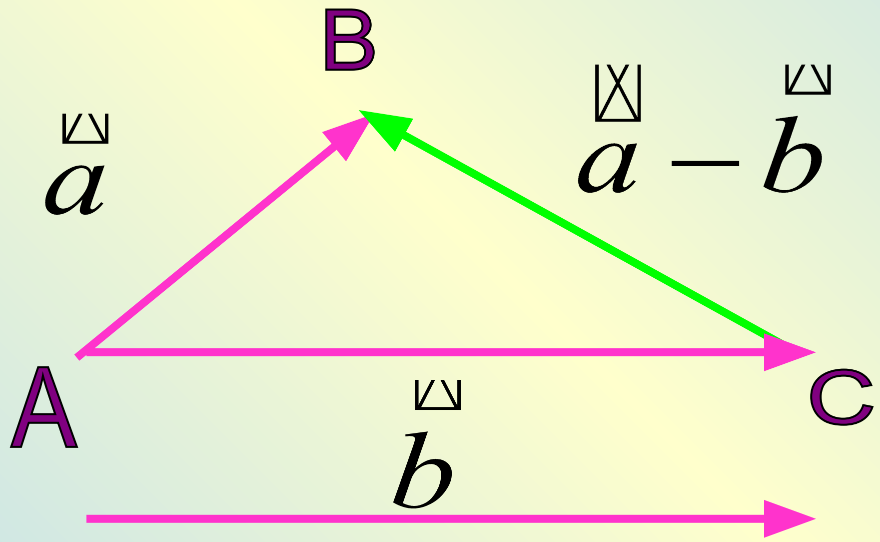


Правило многоугольника



Вычитание векторов

$$\vec{a}\{a_1;a_2\}-\vec{b}\{b_1;b_2\}=\vec{c}\{a_1-b_1;a_2-b_2\}$$



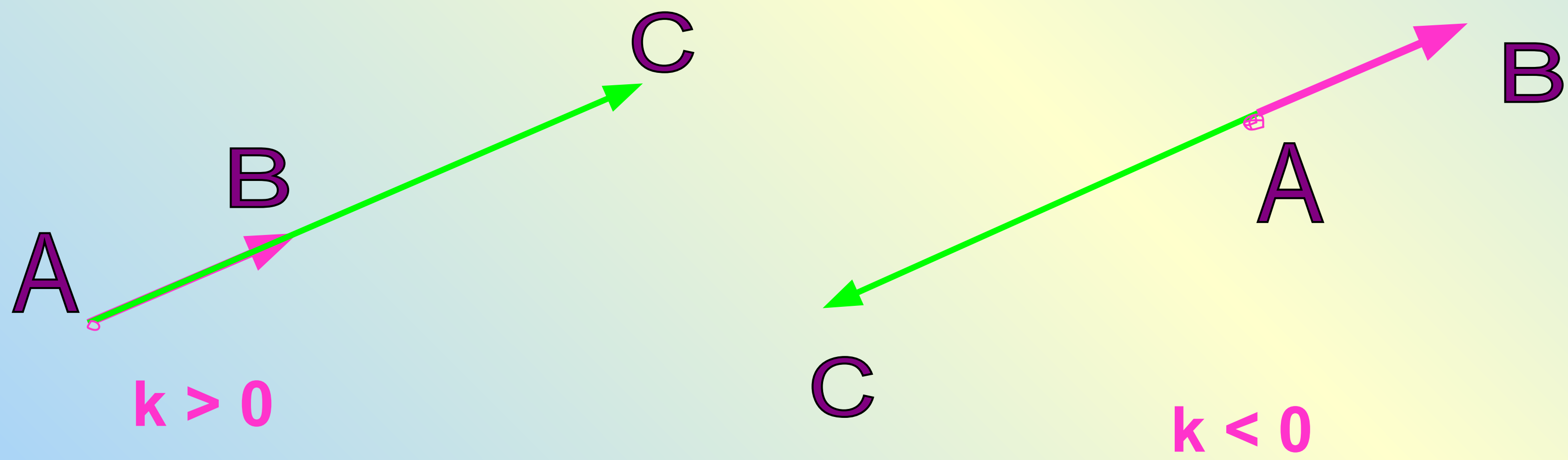
$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$

Умножение вектора на число

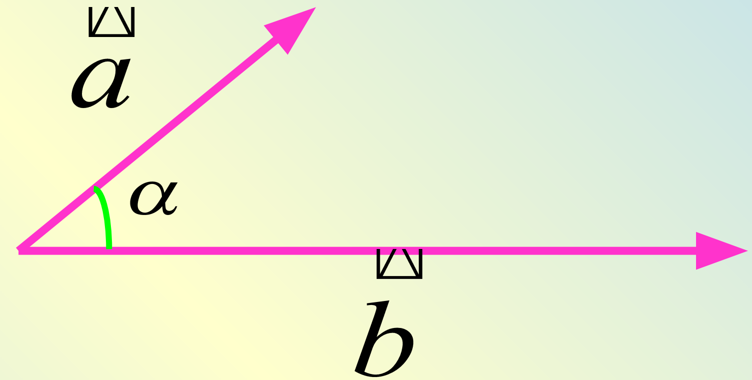
$$k\vec{a}\{a_1; a_2\} = \vec{c}\{ka_1; ka_2\}$$

$$|k\vec{a}| = |k||\vec{a}|$$

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

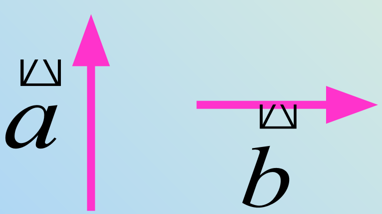


Скалярное произведение векторов



$$\vec{a}\{a_1;a_2\}\cdot\vec{b}\{b_1;b_2\}=a_1b_1+a_2b_2$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cos\alpha$$



$$\vec{a}\neq 0;\vec{b}\neq 0;\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$$

Движения

Свойства движений

Центральная симметрия

Осевая симметрия

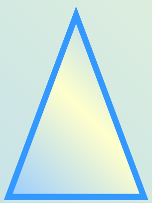
Параллельный перенос

Поворот

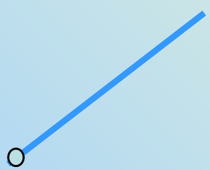
Свойства движений

Движение – отображение плоскости на себя, которое сохраняет расстояния между точками

При движении отрезок отображается на отрезок

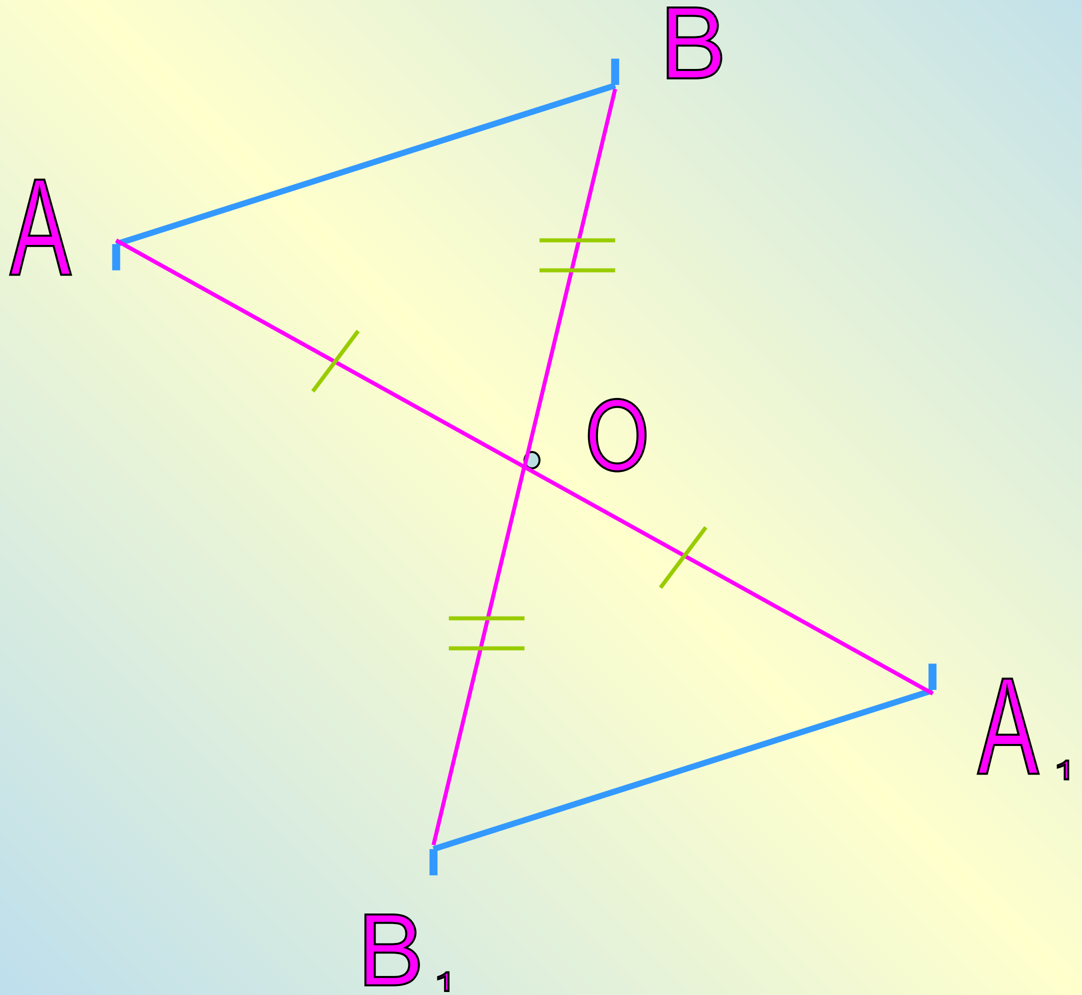


При движении треугольник отображается на равный ему треугольник



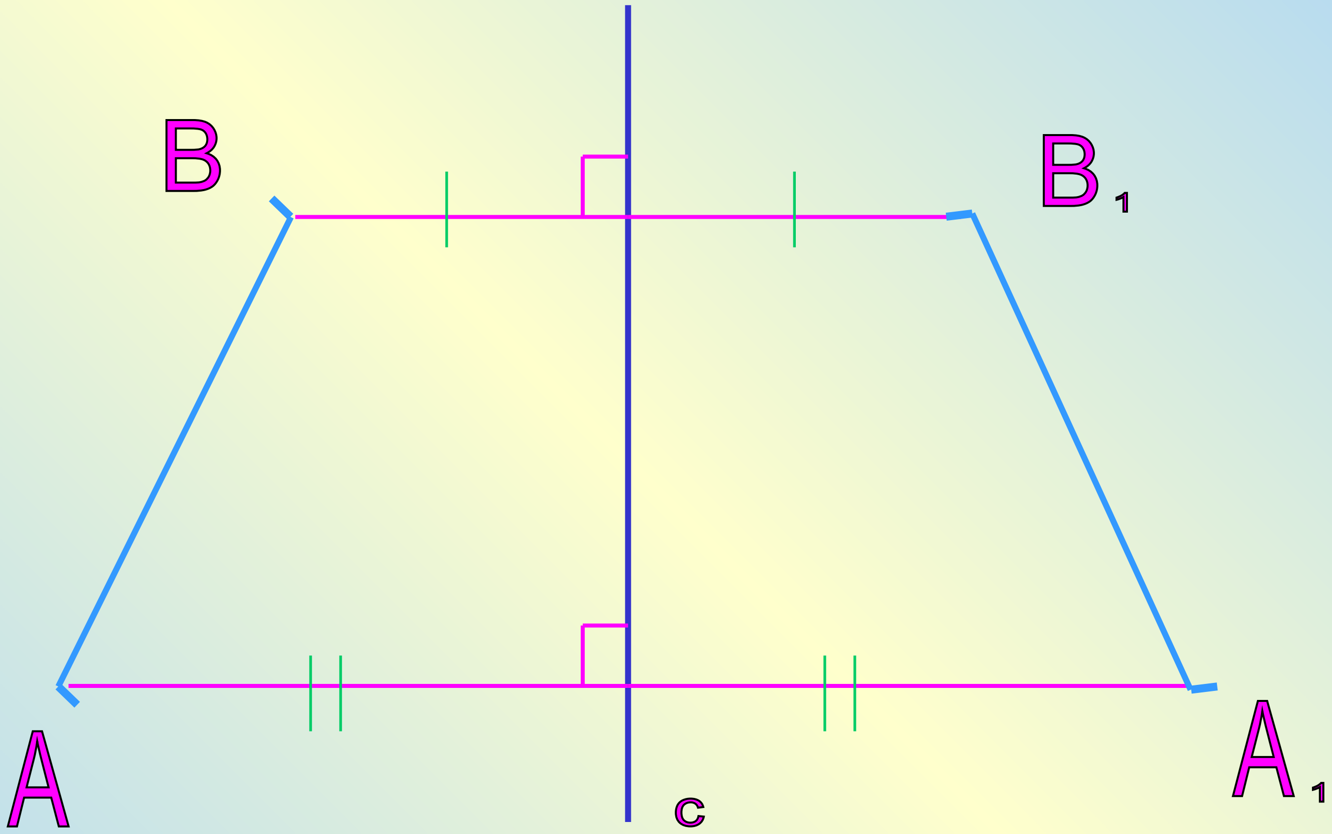
*При движении прямая отображается на прямую,
луч – на луч,
угол – на равный ему угол*

Центральная симметрия



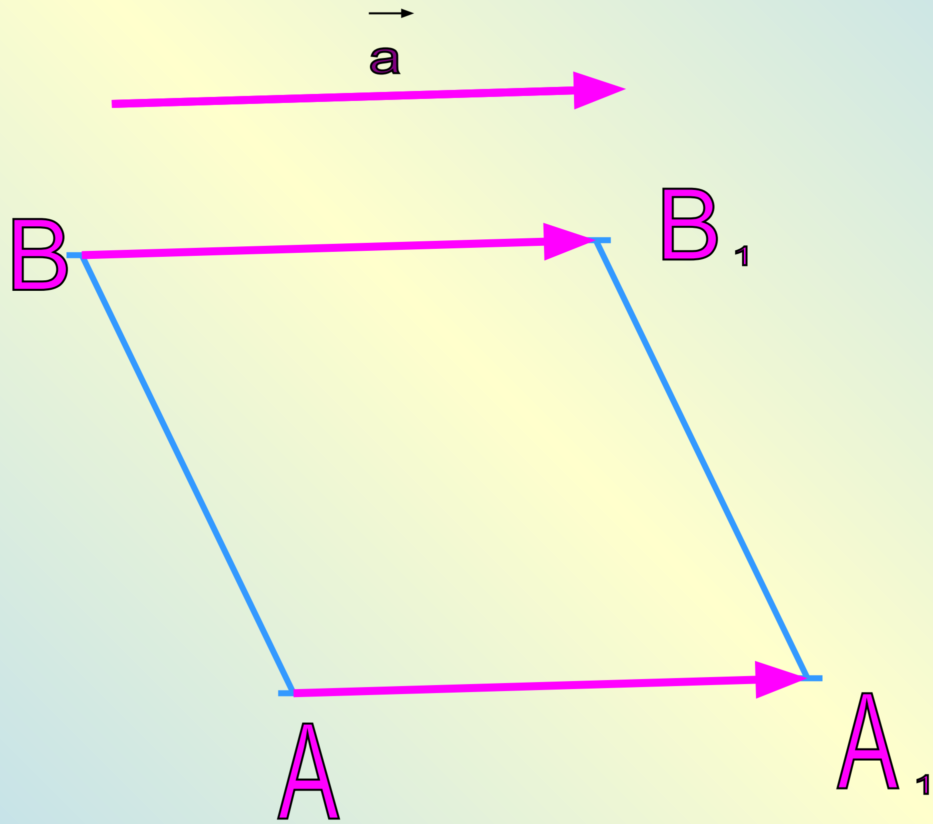
О – центр симметрии

Осевая симметрия



с – ось симметрии

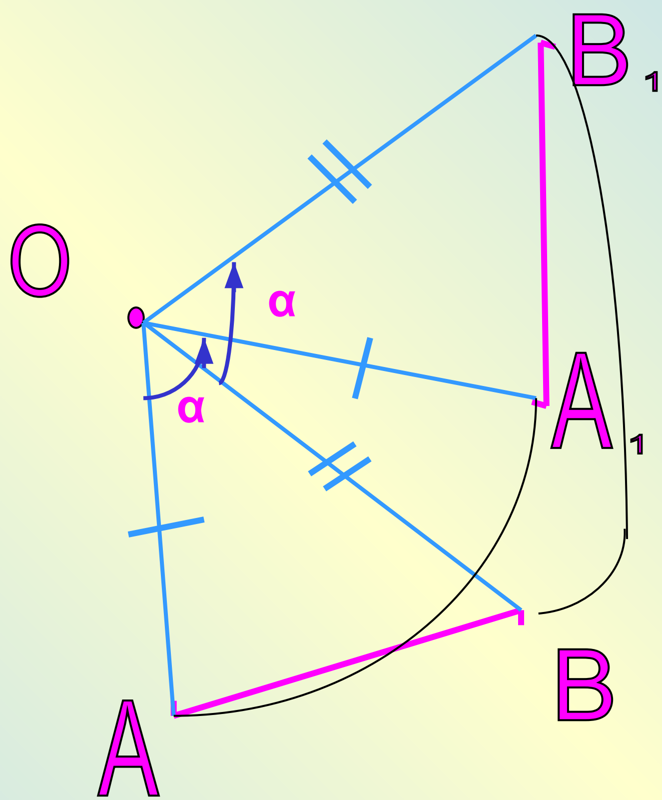
Параллельный перенос



$\vec{a}$ - вектор параллельного переноса

$$\overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$$

Поворот



α – угол поворота;
O – центр поворота

$$\angle AOA_1 = \angle BOB_1 = \alpha$$