Представление информации в различных системах счисления

Системы счисления

Система счисления - совокупность приемов и правил для изображения чисел с помощью символов (цифр), имеющих определенные количественные значения.

Системы счисления делятся на непозиционные и позиционные.

Системы счисления

В непозиционных системах счисления вес цифры (то есть тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа.

Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

Например, в числе 357,6 первый символ 3 означает 3 сотни; второй символ 5 означает 5 десятков, третий символ 7 означает 7 единиц, а четвертый символ 6 означает 6 десятых долей единицы.

Системы счисления

Любая позиционная система счисления характеризуется своим основанием.

Основание позиционной системы счисления - это количество различных символов, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

В настоящее время, кроме хорошо известной нам десятичной системы счисления, в вычислительной технике используются двоичная, восьмеричная, и шестнадцатеричная системы счисления. Все применяемые в настоящее время системы счисления позиционные.

Десятичная СС

В **десятичной системе** счисления для изображения чисел используются 10 символов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Поэтому основанием десятичной системы счисления является число **10**.

Например: число **123.**

3 - три единицы,

2 - два десятка,

1 - одна сотня.

Десятичная СС

Позиция цифры в числе называется разрядом. Разряд числа возрастает справа налево, от младших разрядов к старшим.

Десятичная СС

В развернутой форме записи числа такое умножение записывается в явной форме. так, в развернутой форме запись 123 в десятичной СС будет следующим образом:

$$\overset{2}{1}\overset{1}{2}\overset{0}{3}_{10} = 1*10^2 + 2*10^1 + 3*10^0$$

Двоичная СС

В **двоичной системе** счисления для изображения чисел используется 2 символа: **0, 1**. Поэтому основанием двоичной системы счисления является число 2.

Например, число 5 в двоичной СС в полной форме записывается следующим образом:

$$\mathbf{5 = 1*2^2+0*2^1 +1*2^0}$$

В сокращенной и более привычной форме число 5 в двоичной системе записывается так:

$$\mathbf{5_{10} = 101_2}$$

Системы счисления

В **восьмеричной системе** счисления для изображения чисел используются 8 символов: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**. Основанием восьмеричной системы счисления является число **8**.

В **шестнадцатеричной системе** счисления для изображения чисел используются 16 символов: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F**, где:

A = 10; B = 11; C = 12; D = 13; E = 14; F = 15.

Основанием шестнадцатеричной системы счисления является число **16**.

Перевод чисел из одной СС в другую.

Для преобразования чисел из двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления в десятичную необходимо записать число в полной форме и вычислить его значение.

Перевод чисел из одной СС в другую.

Число представляется в виде суммы произведений ЦИФРЫ на ВЕС РАЗРЯДА.

Вес разряда – это основание СС в степени равной **номеру разряда**.

Разряды нумеруются от разряда единиц- влево.

Разряд единиц имеет номер 0.

Перевод из двоичной СС в десятичную

Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания двоичной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах двоичного числа.

$$\overset{3\,2\,1\,0}{1011}_2 = 1*2^3+0*2^2+1*2^1+1*2^0=1*8+0*4+1*2+1*1=11_{10}$$

Возьмем любое число, например, 1011_2. Запишем его в полной форме и произведем вычисления:

Т. е число 11 десятичной системы счисления эквивалентно числу 1011 в двоичной системе счисления.

Системы счисления

Аналогично происходит перевод чисел из других систем счислений в десятичную.

Пример:

$675_8 = ?_{10}$

$\overset{2}{6}\overset{1}{7}\overset{0}{5}_8 = 6*8^2+7*8^1+5*8^0 = 6*64+7*8+5*1 = 445_{10}$

Практика

$10111_2=?_{10}$

$10111_2=1*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0=16+0+4+2+1=23_{10}$

$110011_2=?_{10}$

$110011_2=1*2^5+1*2^4+0*2^3+0*2^2+1*2^1+1*2^0=32+16+0+0+2+1=$ 51_{10}

$1110011_2=?_{10}$

$1110011_2=1*2^6+1*2^5+1*2^4+0*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0=64+32+16+$ $0+0+2+1=115_{10}$

$26_8=?_{10}$

$26_8=2*8^1+6*8^0=16+6=22_{10}$

Практика

$57_8=?_{10}$

$57_8=5*8^1+7*8^0=40+7=47_{10}$

$77_8=?_{10}$

$77_8=7*8^1+7*8^0=56+7=63_{10}$

$1A_{16}=?_{10}$

$1A_{16}=1*16^1+10*16^0=16+10=26_{10}$

$BF_{16}=?_{10}$

$BF_{16}=11*16^1+15*16^0=176+15=191_{10}$

$9C_{16}=?_{10}$

$9C_{16}=9*16^1+12*16^0=144+12=156_{10}$

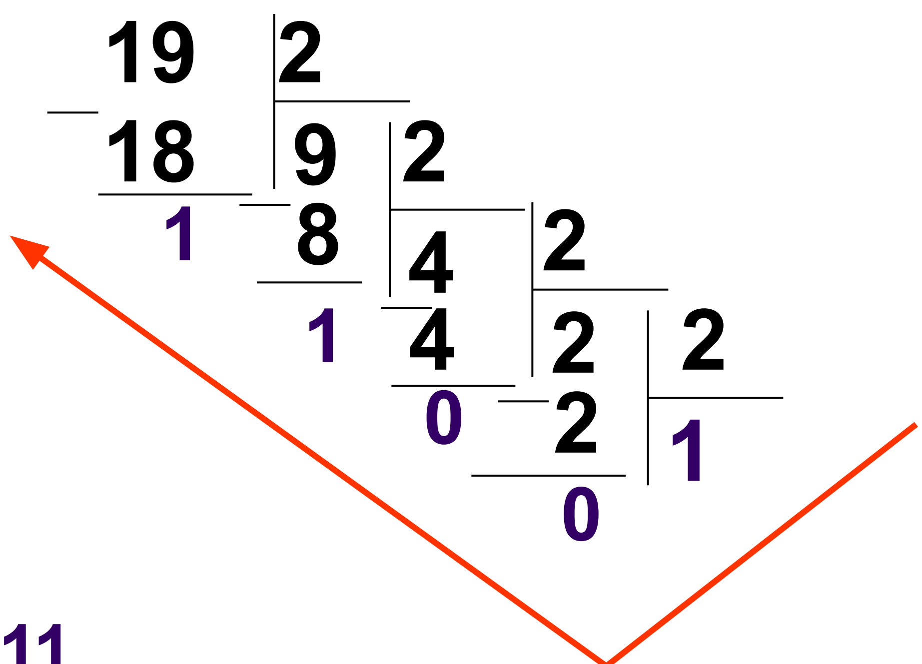
Перевод чисел из десятичной СС

Перевод чисел из десятичной СС в двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную более сложен. Рассмотрим алгоритм перевода чисел из десятичной СС в двоичную.

Исходное десятичное число многократно (до тех пор, пока частное не станет равным нулю) делится на основание двоичной системы, т.е. на 2. Если при делении образуется остаток, то в соответствующий двоичный разряд записывается 1, если делится без остатка, то записывается 0. Запись остатков в двоичное число ведется слева направо, т.е. от младшего разряда к старшим.

Перевод чисел из десятичной СС

В качестве примера рассмотрим перевод десятичного числа 19 в двоичную СС:



$19_{10}=10011_2$

Перевод чисел из десятичной СС в восьмеричную и шестнадцатеричную происходит аналогично.

Практика

$73_{10}=?_2$

$73_{10}=1001001_2$

$73_{10}=?_8$

$73_{10}=111_8$

$73_{10}=?_{16}$

$73_{10}=49_{16}$

Домашнее задание:

1. Выучить термины
2. Решить ряд примеров:
   - $111010_2 = ?_{10}$
   - $10001111_2 = ?_{10}$
   - $99_{10} = ?_2$
   - $99_{10} = ?_8$
   - $99_{10} = ?_{16}$

Практика

$110011_2=?_{10}$

$110011_2=1*2^5+1*2^4+0*2^3+0*2^2+1*2^1+1*2^0=32+16+0+0+2+1=51_{10}$

$1110011_2=?_{10}$

$1110011_2=1*2^6+1*2^5+1*2^4+0*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0=64+32+16+0+0+2+1=115_{10}$

Практика

$57_8=?_{10}$

$57_8=5*8^1+7*8^0=40+7=47_{10}$

$77_8=?_{10}$

$77_8=7*8^1+7*8^0=56+7=63_{10}$

$BF_{16}=?_{10}$

$BF_{16}=11*16^1+15*16^0=176+15=191_{10}$

$9C_{16}=?_{10}$

$9C_{16}=9*16^1+12*16^0=144+12=156_{10}$

Практика

$\mathbf{7_{10}=?_2}$

$7_{10}=111_2$

$\mathbf{9_{10}=?_2}$

$9_{10}=1001_2$

$\mathbf{13_{10}=?_2}$

$13_{10}=1101_2$

$\mathbf{67_{10}=?_2}$

$67_{10}=1000011_2$