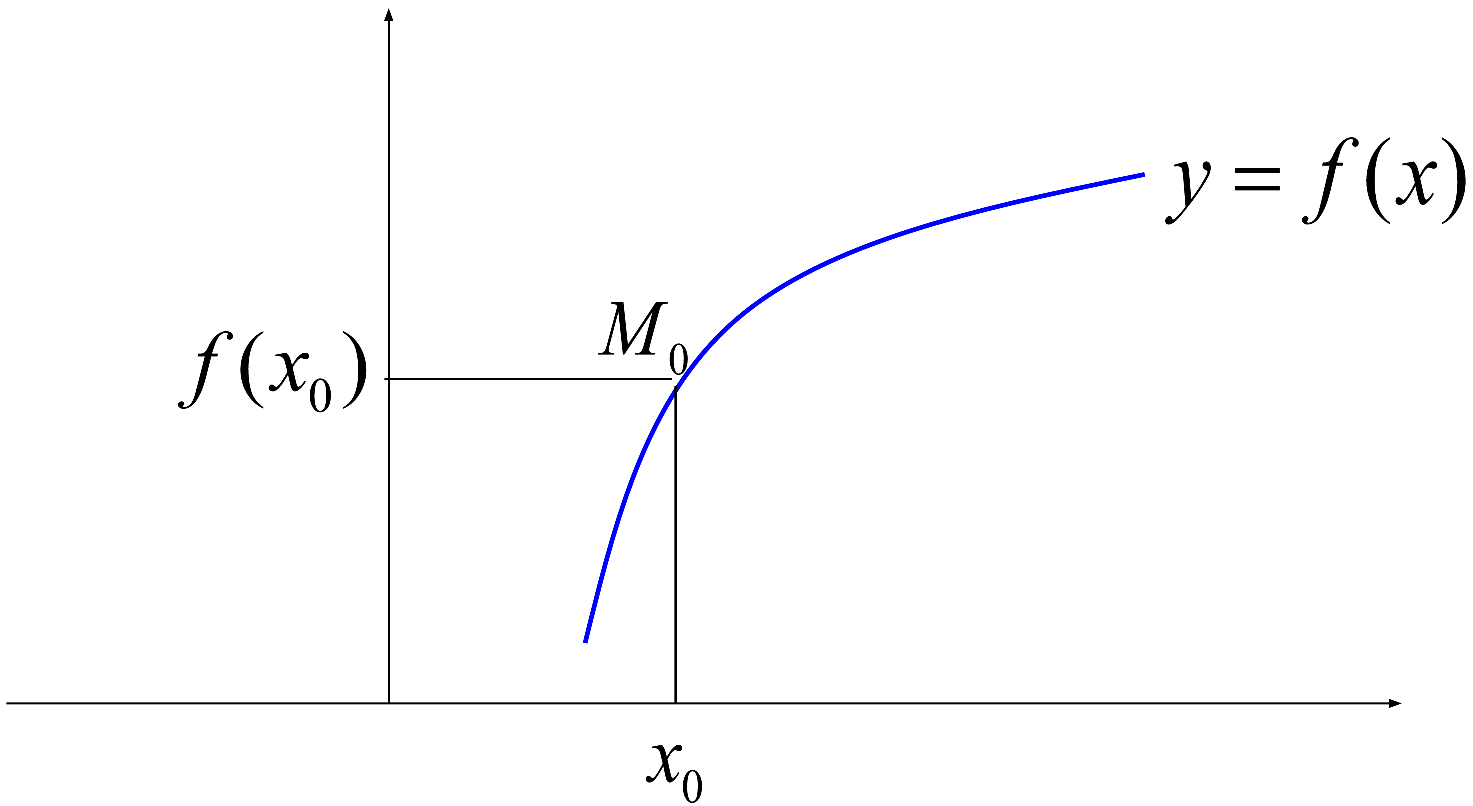
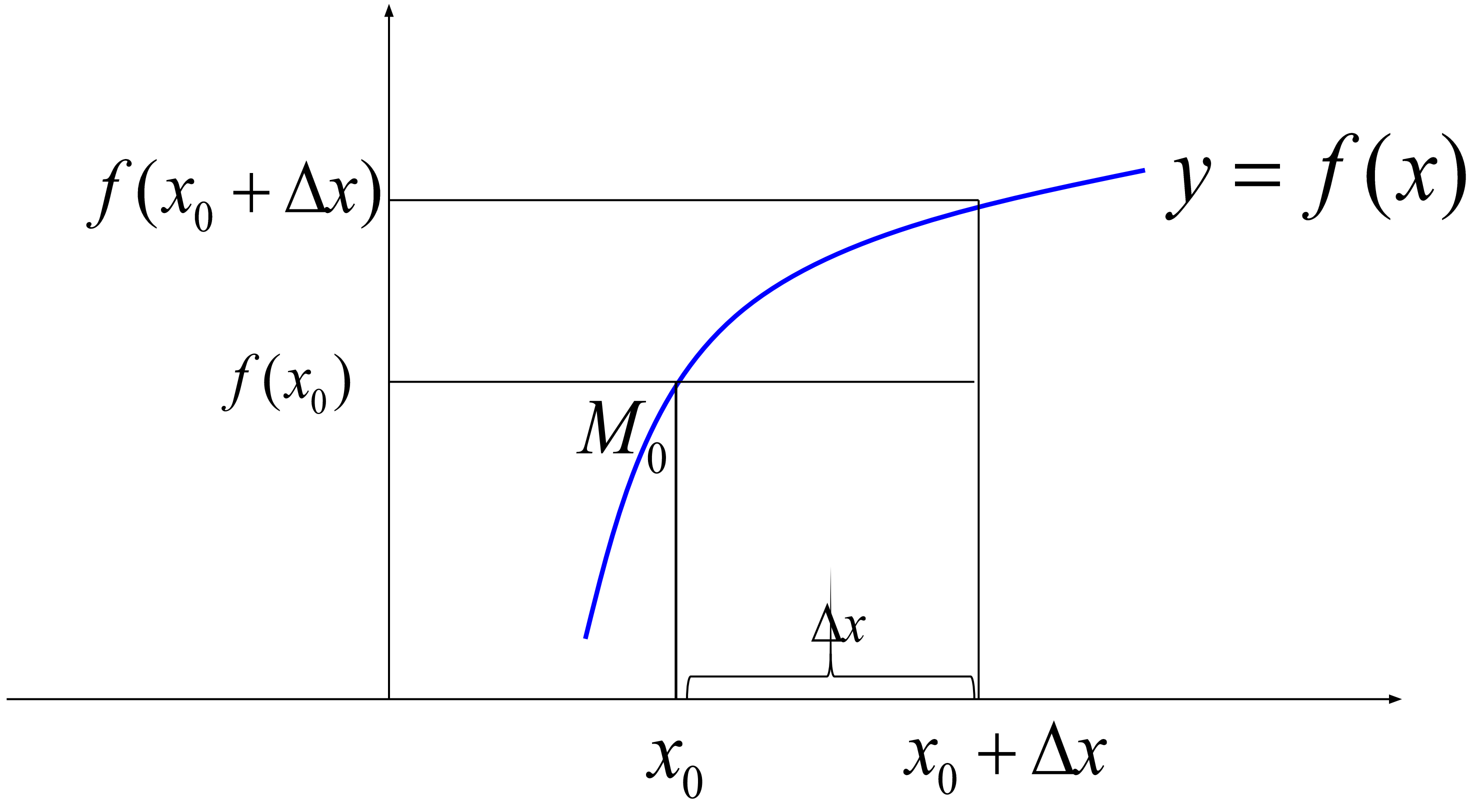
# Производная функции




Сформулируем определение производной функции y=f(x) в точке

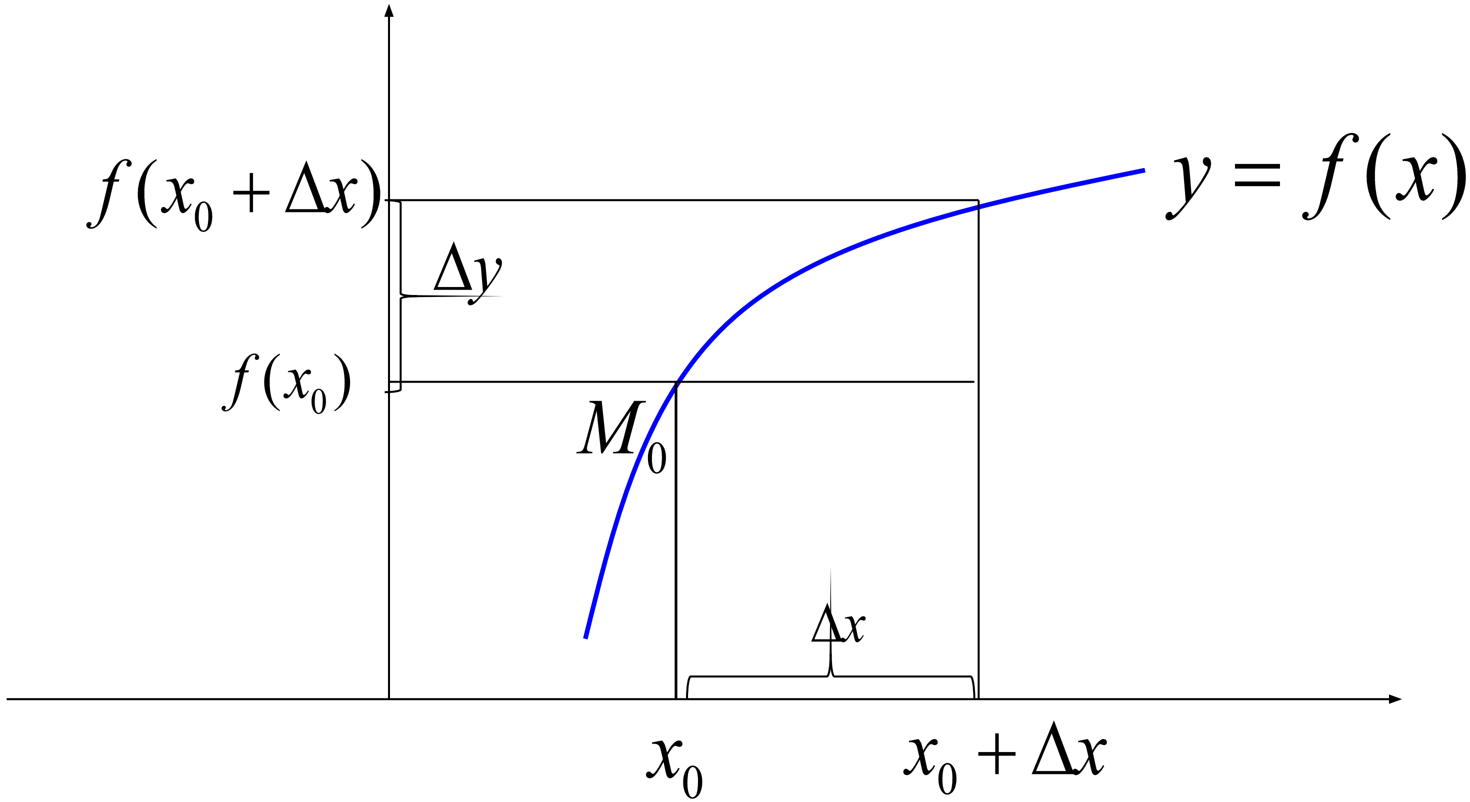
$$M_0\left(x_0, f(x_0)\right)$$

# Производная функции




$\Delta x$ - приращение аргумента

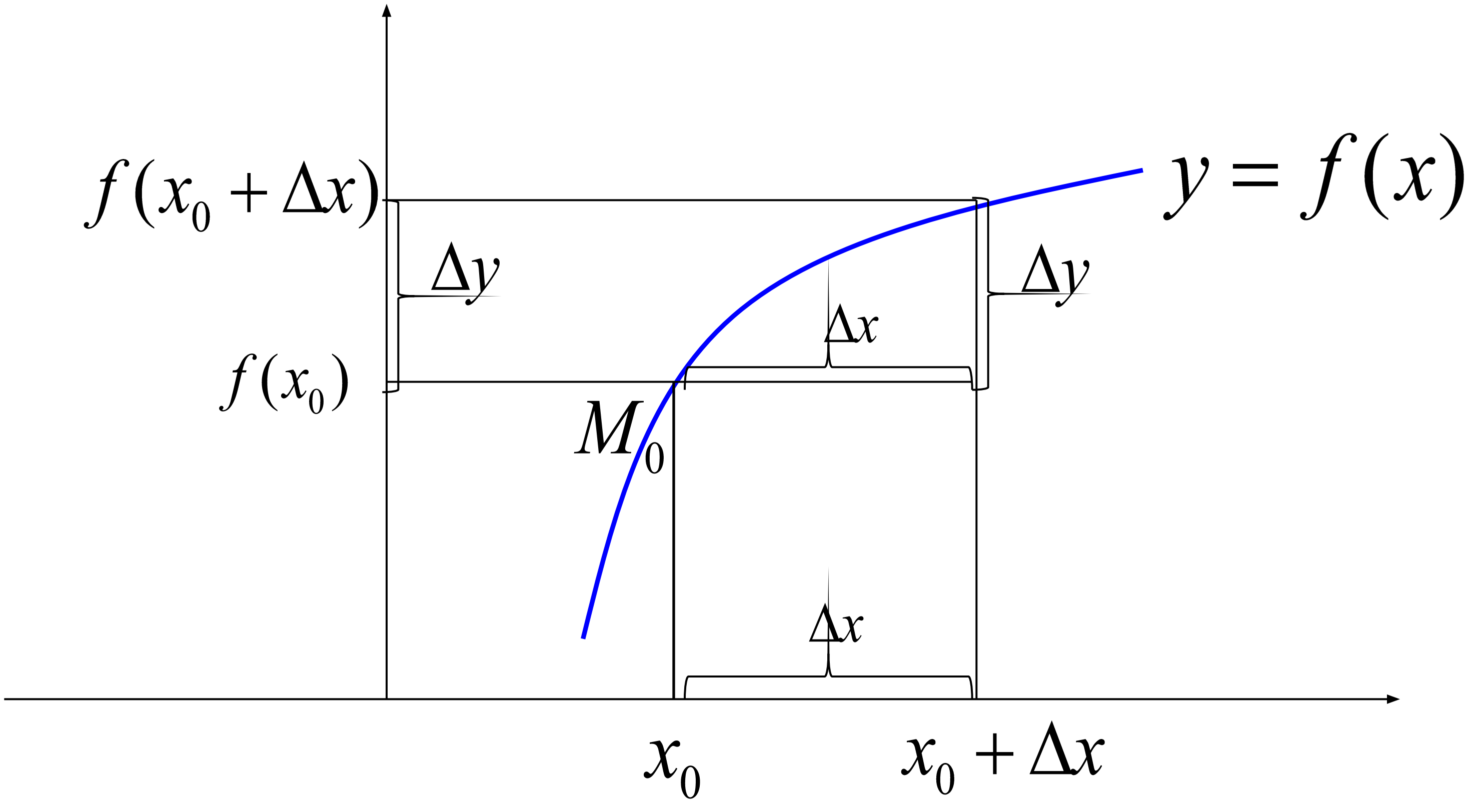
# Производная функции




$\Delta x$ - приращение аргумента

$\Delta y = f\left(x_0+\Delta x\right) - f\left(x_0\right)$ - приращение функции

# Производная функции




$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

скорость изменения функции на $[x_0, x_0+\Delta x]$

# Производная функции

<u>Опр.</u> Производной функции *y=f(x)* в точке $x_0$ называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к 0 (если этот предел существует).

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Обозначения для производной: $f'(x),\ y',\ \dfrac{dy}{dx}$

# Что показывает производная?

$$f'(x_0) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

при малых $\Delta x$

Если $\Delta x = 1$ , то

$$f'(x_0) \approx f(x_0 + 1) - f(x_0)$$

Производная приближенно показывает на сколько изменится функция, если аргумент х увеличится на 1 единицу (абсолютная скорость роста функции).

# Правила дифференцирования

1. Производная постоянной равна 0.

$$\tilde{N}' = 0$$

# Правила дифференцирования

2. Производная суммы двух или нескольких функций равна сумме их производных

$$(f+g)' = f' + g'$$

# Правила дифференцирования

3. $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$

# Правила дифференцирования

3. $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$

Следствие Постоянный множитель можно выносить за знак производной.

$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$

# Правила дифференцирования

4. Если g(x)≠0, то

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

# Производные основных элементарных функций

1. Логарифмическая функция.

$$y = \log_a x \qquad y' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$y = \ln x \qquad y' = \frac{1}{x}$$

# Производные основных элементарных функций

2. Показательная функция.

$$y = a^x \qquad y' = a^x \ln a$$

$$y = e^x \qquad y' = e^x$$

# Производные основных элементарных функций

3. <u>Степенная функция</u>.

$$y = x^n \qquad y' = n\,x^{n-1}$$

# Производные основных элементарных функций

4. Тригонометрические функции.

$$y = \sin x$$

$$y' = \cos x$$

# Производные основных элементарных функций

4. Тригонометрические функции.

$$y = \cos x$$

$$y' = -\sin x$$

# Производные основных элементарных функций

4. Тригонометрические функции.

$$y = tg\, x$$

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

# Производные основных элементарных функций

4. Тригонометрические функции.

$$y = ctg\,x$$

$$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

5. Обратные тригонометрические функции.

$$y = \arcsin x \qquad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \arccos x \qquad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \mathrm{arc}\,tg\,x \qquad y' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$y = \mathrm{arc}\,ctg\,x \qquad y' = -\frac{1}{1+x^2}$$

# Производная сложной функции

Теорема. Пусть *h(x)=g(f(x))* – сложная функция. Тогда

$$h'(x) = g'\big(f(x)\big) \cdot f'(x)$$

# Производные высших порядков

$f'(x)$ называется производной 1-го порядка.

$f''(x) = \left( f'(x) \right)'$ - производная 2-го порядка.

# Производные высших порядков

$f'(x)$ называется производной 1-го порядка.

$f''(x) = \left( f'(x) \right)'$ - производная 2-го порядка.

$f'''(x) = \left( f''(x) \right)'$ - производная 3-го порядка.

# Производные высших порядков

$f'(x)$ называется производной 1-го порядка.

$$f''(x) = \left(f'(x)\right)'$$ - производная 2-го порядка.

$$f'''(x) = \left(f''(x)\right)'$$ - производная 3-го порядка.

$$f^{(4)}(x) = \left(f'''(x)\right)'$$ - производная 4-го порядка.

# Производные высших порядков

$f'(x)$ называется производной 1-го порядка.

$f''(x)=\left(f'(x)\right)'$ - производная 2-го порядка.

$f'''(x)=\left(f''(x)\right)'$ - производная 3-го порядка.

$f^{(4)}(x)=\left(f'''(x)\right)'$ - производная 4-го порядка.

..............................................................

$f^{(n)}(x)=\left(f^{(n-1)}(x)\right)'$ - производная *n*-го порядка.