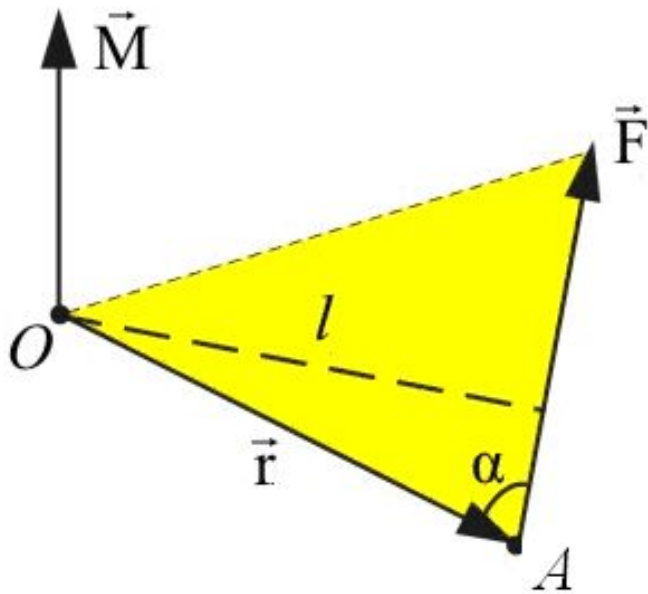


Динамика вращательного движения.

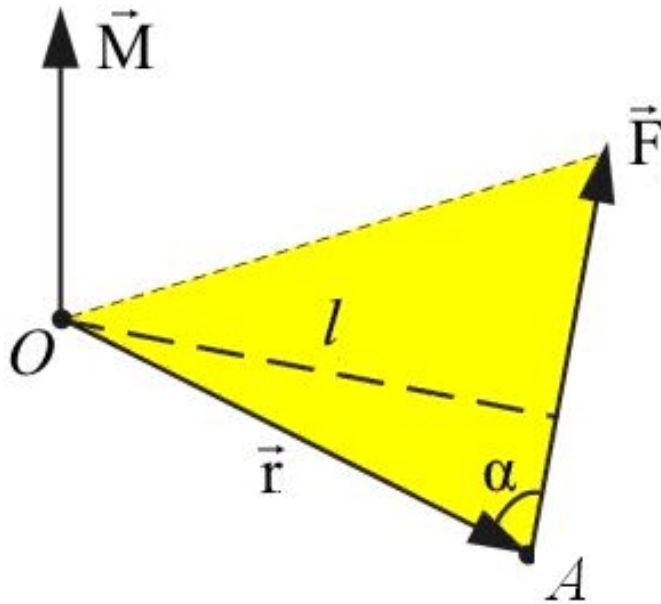
- I. Момент силы.
- II. Момент инерции. Теорема Штейнера.
- III. Кинетическая энергия вращающегося тела.
- IV. Основной закон динамики вращательного движения.
- V. Момент импульса. Закон сохранения импульса.
- VI. Сравнение характеристик и законов поступательного и вращательного движений.

Момент силы.



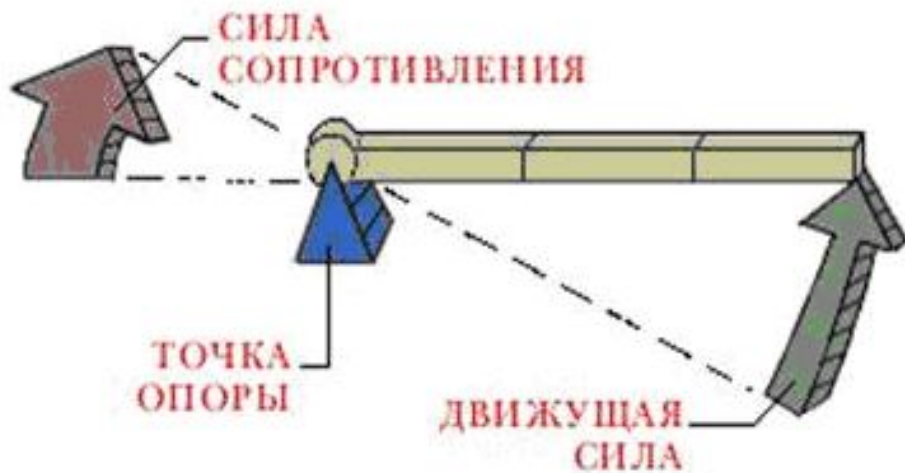
- Чтобы привести тело во вращение, необходимо хотя бы к одной точке (A) приложить внешнюю силу F .
- Линия действия силы не должна проходить через ось вращения (O).
- Радиус-вектор r проводится от оси вращения O до точки приложения силы A.
- Угол α между r и F .
- **Плечом силы** называется кратчайшее расстояние от оси до линии действия силы $l = r \sin \alpha$

Момент силы.



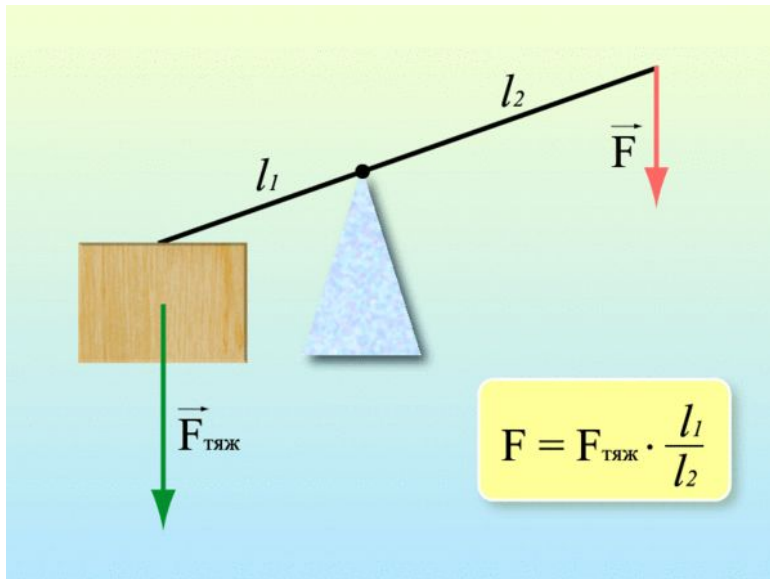
- Произведением силы на плечо называется **вращающим моментом** или **моментом силы** относительно оси вращения
- $$M = F l = F r \sin \alpha$$
- Направление вектора M определяется по **правилу правой руки**: четыре согнутых пальца показывают направление движения тела, большой палец показывает направление момента силы.
- Вектор M направлен вдоль оси вращения.

Правило рычага



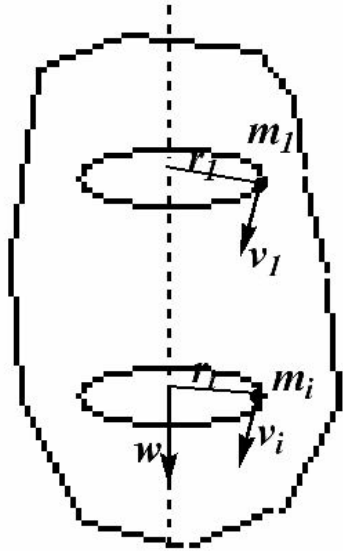
- Каким ключом проще открутить болт: с длинной или короткой ручкой?
- Необходимо рассмотреть 2 момента сил:
 - 1 - момент силы сопротивления (он будет направлен в плоскость экрана)
 - 2 - момент движущей силы (направлен из плоскости экрана)
- Чем длиннее ручка ключа, тем меньше движущая сила.

Правило рычага



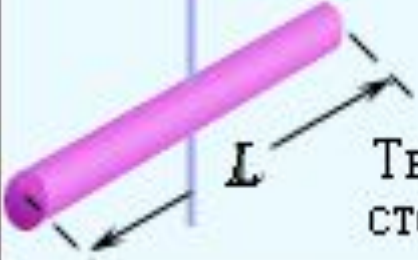





- Какие физические величины уравниваются при взвешивании на рычажных весах?
- Моменты сил.
- В уравновешенном состоянии сила тяжести будет равна приложенной силе только в том случае, если плечи l_1 и l_2 будут равны.

Момент инерции.

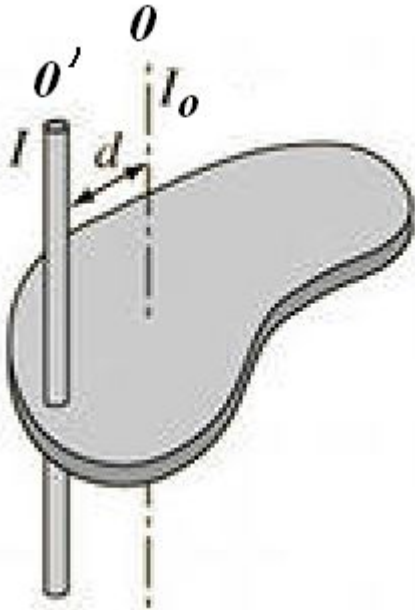


- Масса не может служить мерой инертности тела при вращательном движении.
- Вводится понятие *момента инерции* I .
- *Моментом инерции* материальной точки называется скалярная физическая величина
$$I = m r^2$$
- Если вращается твердое тело, состоящее из множества материальных точек, то момент инерции тела находится
$$I = \sum m_i r_i^2.$$
- Момент инерции зависит от массы тела, формы и размеров, ориентации оси вращения.
- $[I] = [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$

Моменты инерции некоторых тел относительно оси, проходящей через центр масс.

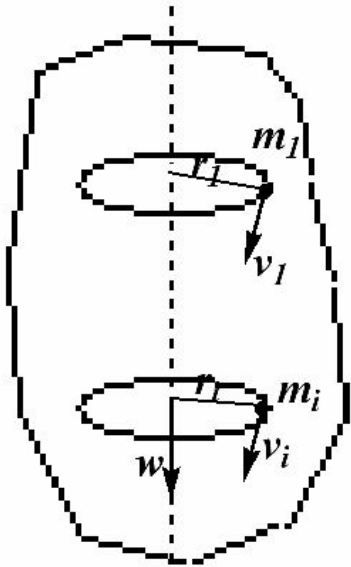
$I_C = \frac{1}{12}ML^2$  <p>Твердый стержень</p>	$I_C = \frac{2}{5}MR^2$  <p>Шар</p>	$I_C = \frac{2}{3}MR^2$  <p>Тонкостенная сферическая оболочка</p>
$I_C = MR^2$  <p>Тонкостенный цилиндр</p>	$I_C = \frac{1}{2}MR^2$  <p>Диск</p>	$I_C = \frac{1}{4}MR^2$  <p>Диск</p>

Теорема Штейнера.



- Момент инерции тела относительно произвольной оси O' определяется формулой $I = I_0 + m d^2$
- где I_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;
- m – масса тела;
- d – расстояние между осями.

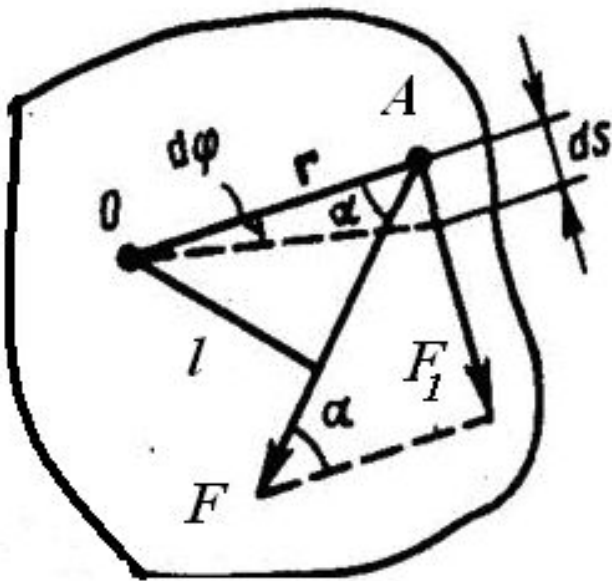
Кинетическая энергия вращения.



- Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся вокруг оси.
- Разобьем его на маленькие объемы с массами m_i , находящихся на расстоянии r_i от оси.
- Их угловая скорость одинакова
$$\omega = v_1 / r_1 = v_2 / r_2 = \dots = v_i / r_i = v_n / r_n$$
- Кинетическая энергия вращения тела будет равна сумме кинетических энергий объёмов

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \frac{\omega^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2}$$

Основной закон динамики вращательного движения.

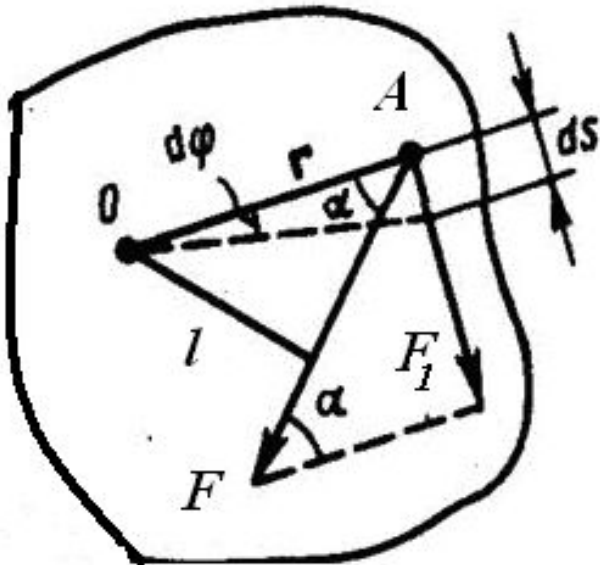


- Под действием силы F , приложенной к телу в некоторой точке A оно повернулось на угол $d\varphi$.
- При этом совершается работа
$$dA = F_1 dS$$
- малое перемещение
$$dS = r d\varphi$$

(при малых углах $\operatorname{tg} d\varphi \approx d\varphi$)
- Сила $F_1 = F \sin \alpha$
- Подставив, получим
$$dA = F r \sin \alpha d\varphi = M d\varphi$$

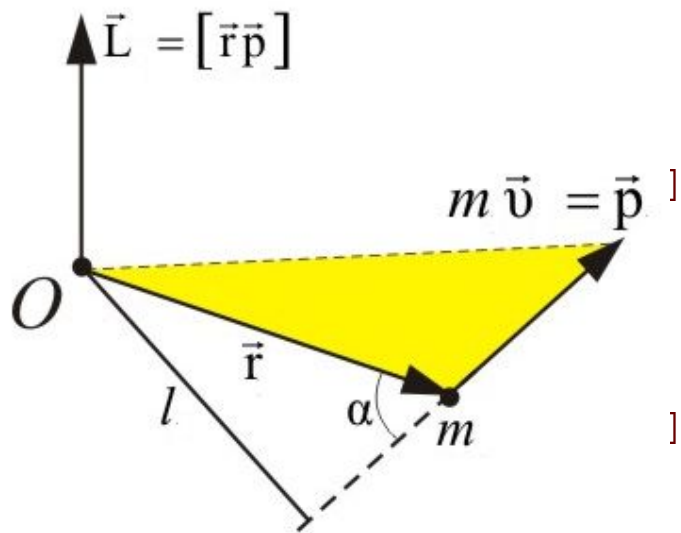
т. к. $r \sin \alpha = l$ (плечо силы F)
 $F l = M$ (момент силы)

Основной закон динамики вращательного движения.



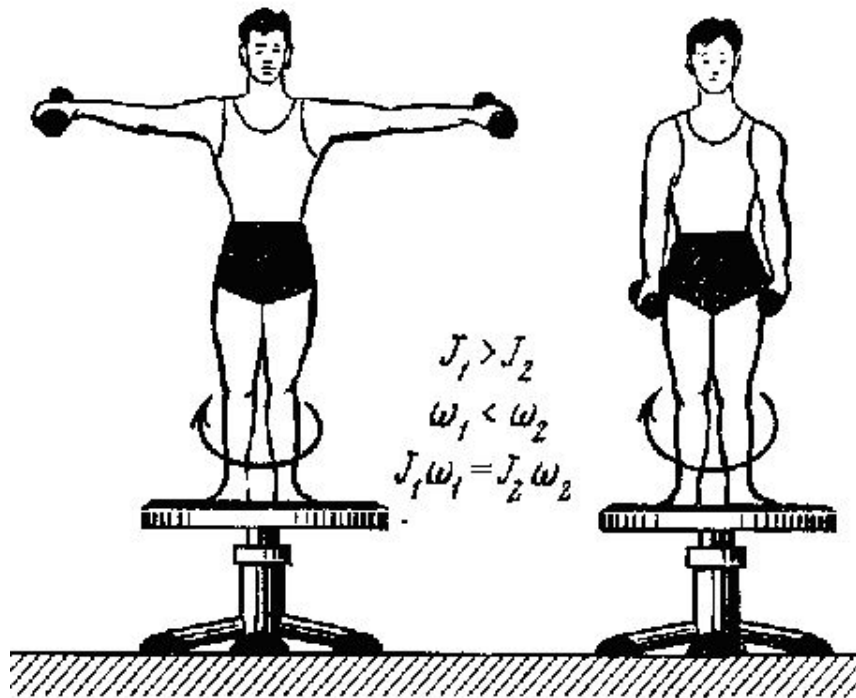
- Работа идет на изменение кинетической энергии
$$dE = d(I \omega^2)/2 = I \omega d\omega$$
- $dA = dE$ или $M d\varphi = I \omega d\omega$
- Поделив обе части уравнения на dt ,
получаем $M d\varphi/dt = I \omega d\omega/dt$
- т.к. $d\varphi/dt = \omega$ и $d\omega/dt = \varepsilon$
- $M = I \varepsilon$ - это основной закон динамики вращательного движения.

Момент импульса вращающегося тела.



- **Моментом импульса (количества движения)** материальной точки m относительно неподвижной точки O называется величина $\mathbf{L} = [\mathbf{r} m\mathbf{v}] = [\mathbf{r} \mathbf{p}]$. Его направление совпадает с направлением правого винта при его вращении от r к p .
- Модуль момента импульса
$$L = r p \sin \alpha = r m v \sin \alpha,$$
где α – угол между векторами r и p .
- **Момент импульса** относительно оси вращения равен $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$

Закон сохранения момента импульса.



- Момент импульса замкнутой системы с течением времени не изменяется.

$$I \omega = const.$$

- Выполнение данного закона наглядно демонстрируется на примере скамьи Жуковского.

Сравнение характеристик и законов поступательного и вращательного движений.

Поступательное движение		Вращательное движение	
Путь	S	Угол поворота	φ
Скорость	$v = \frac{dS}{dt}$	Угловая скорость	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Ускорение	$a = \frac{dv}{dt}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
	$v = v_0 \pm at$ $S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ $S = \int_0^t v dt$		$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$ $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\varphi = \int_0^t \omega dt$

Основное уравнение динамики поступательного движения	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$	Основное уравнение динамики вращательного движения	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
Закон сохранения импульса	$m\vec{v} = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса	$I\vec{\omega} = \text{const}$
Работа	$A = F \cdot S$	Работа вращения	$A = M \cdot \varphi$
Кинетическая энергия	$K = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия вращающегося тела	$K_{\text{вр.}} = \frac{I\omega^2}{2}$
Полная энергия тела, катящегося с высоты h			
$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$			