



Напряжение,  
тревога,  
дискомфорт

Неуверенность,  
что-то смущает

Спокойствие,  
уверенность,  
комфорт

# Зелёный

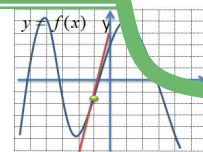
Символ юности и гармонии природы, её воскресения и обновления, оказывающему влияние на центр душевной энергии человека





# ПЛАН

1. Проверка домашнего задания
2. Устная работа
3. Изучение нового материала (исследовательская работа)
4. Обсуждение результатов (защита исследований)
5. Закрепление
6. Итог урока
7. Домашнее задание



# Тема: Производная.

## Применение производной

### для исследования функций

### на монотонность и экстремумы

**Цель:** сформировать начальное представление о приложениях производной в математике и в жизни;  
«открыть» зависимость между свойствами монотонности функции, экстремумами и знаками производной;  
рассмотреть применение производной для решения задач В8, В14 из материалов ЕГЭ.

# Проверка домашнего задания

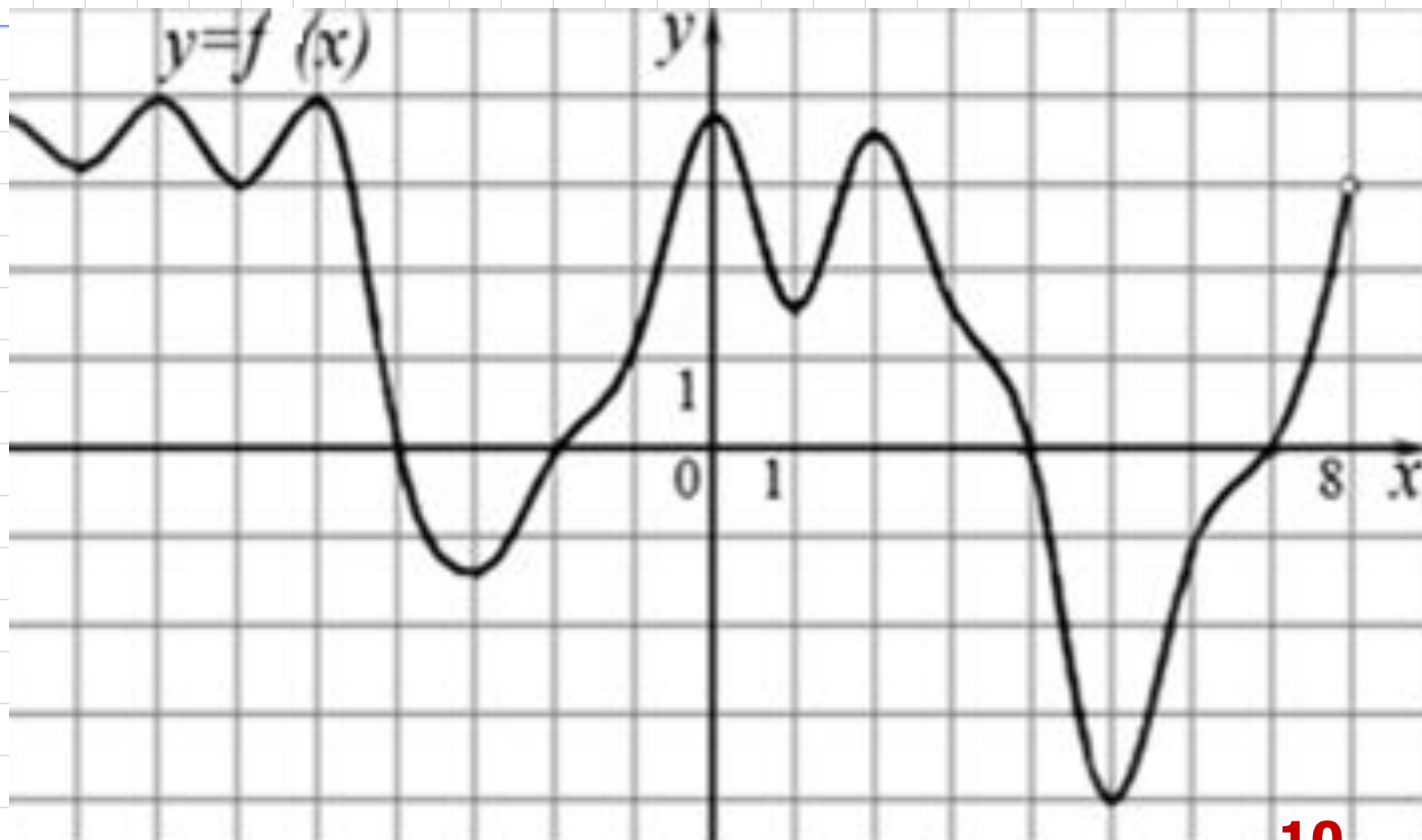
№ 777

- 2
- - 2
- - 2
- $3\sqrt{2}$

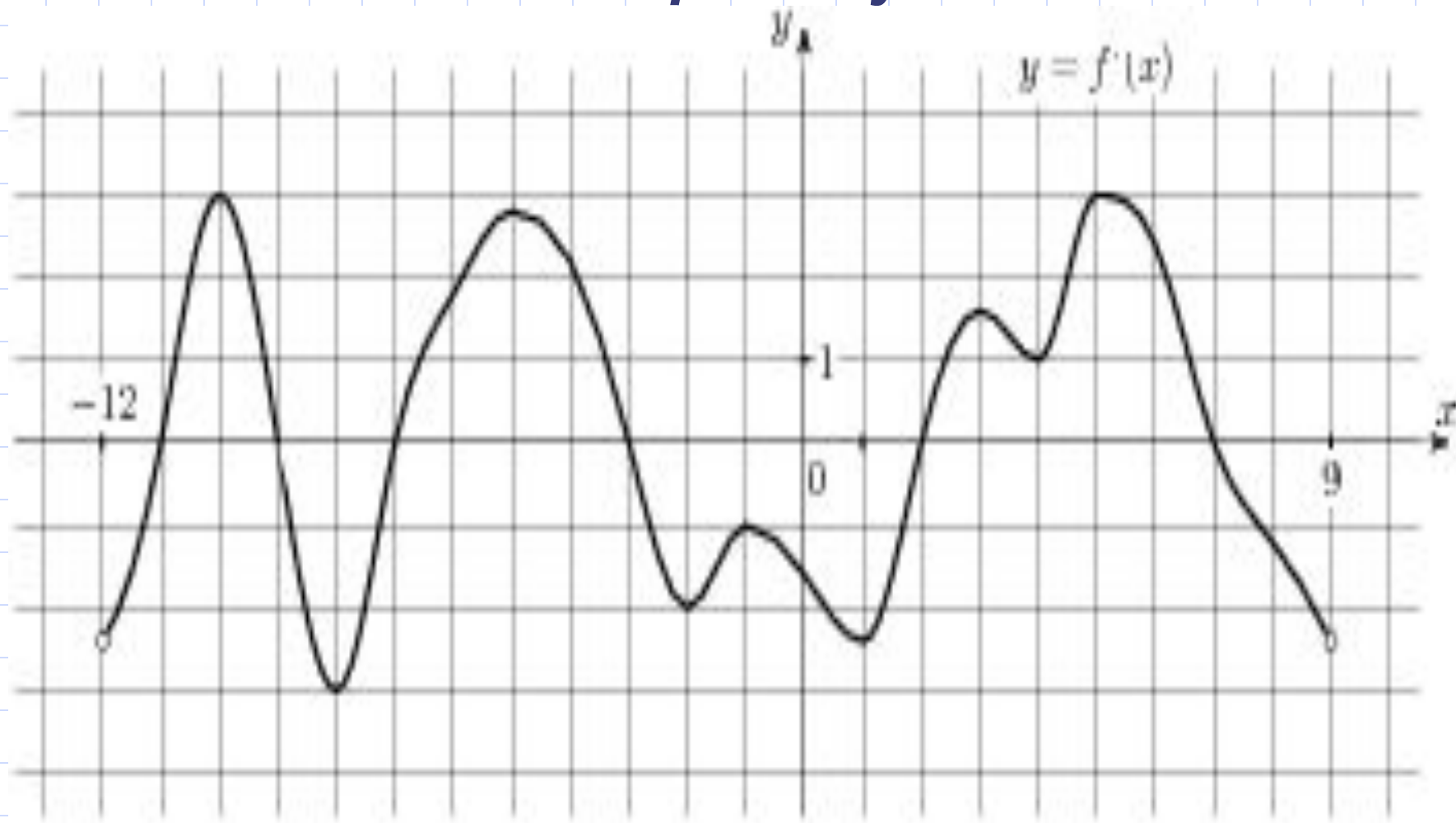
№ 823

- $y = 6x - 9$
- $y = -x + 5$
- $y = 3x - 2$
- $y = -5x - 1$

# Укажите количество промежутков монотонности функции

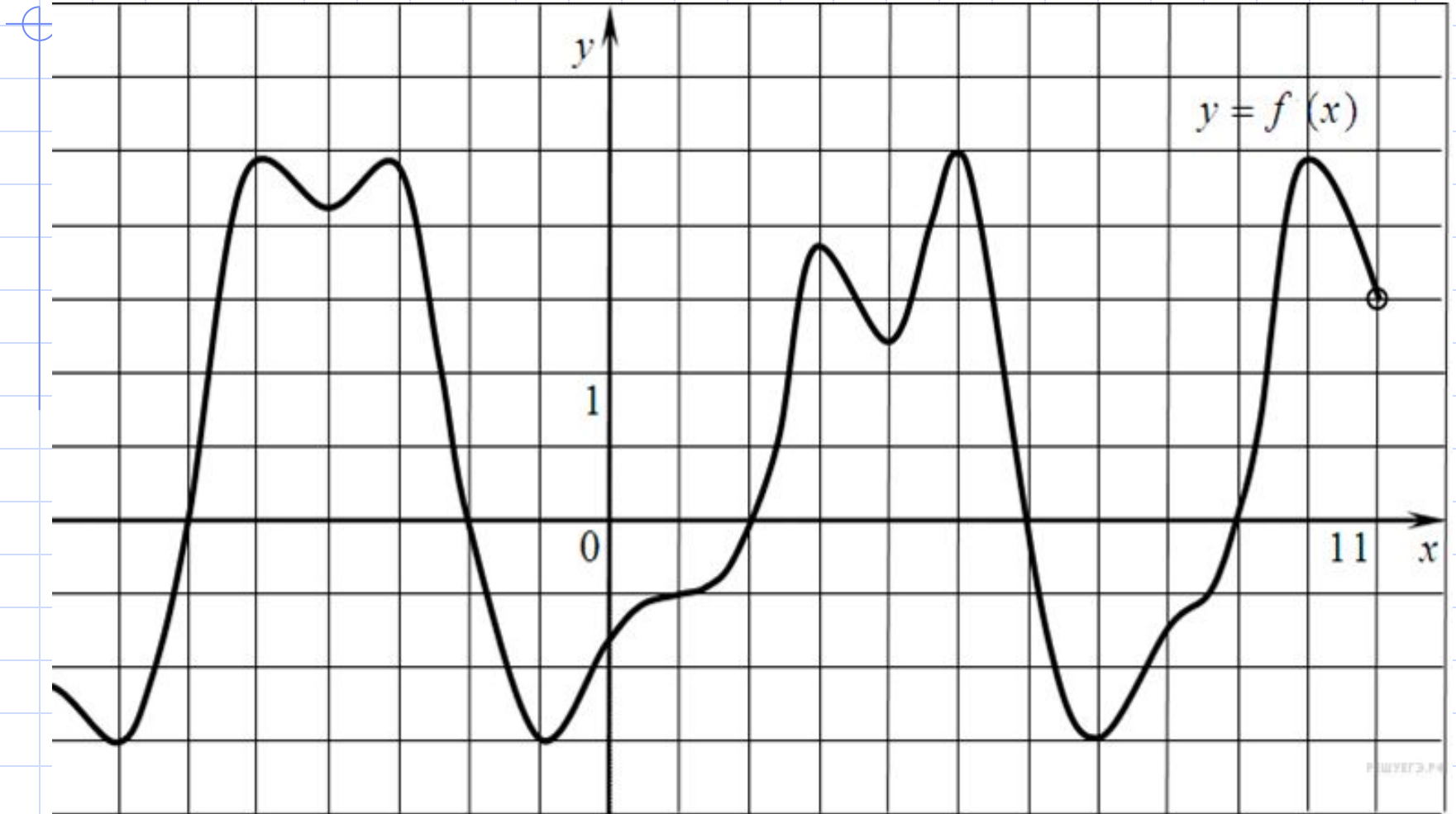


На графике найдите промежутки убывания  
и в ответе укажите сумму длин  
этих промежутков





**На графике найдите промежутки  
возрастания и в ответе укажите  
сумму длин этих промежутков**



**Материальная точка движется  
прямолинейно по закону**

$$x(t) = 3t^2 + 2t + 27,$$

**$x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  
 $t$  — время в сек, измеренное с начала  
движения.**

**Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в  
момент времени  $t = 2$ с.**



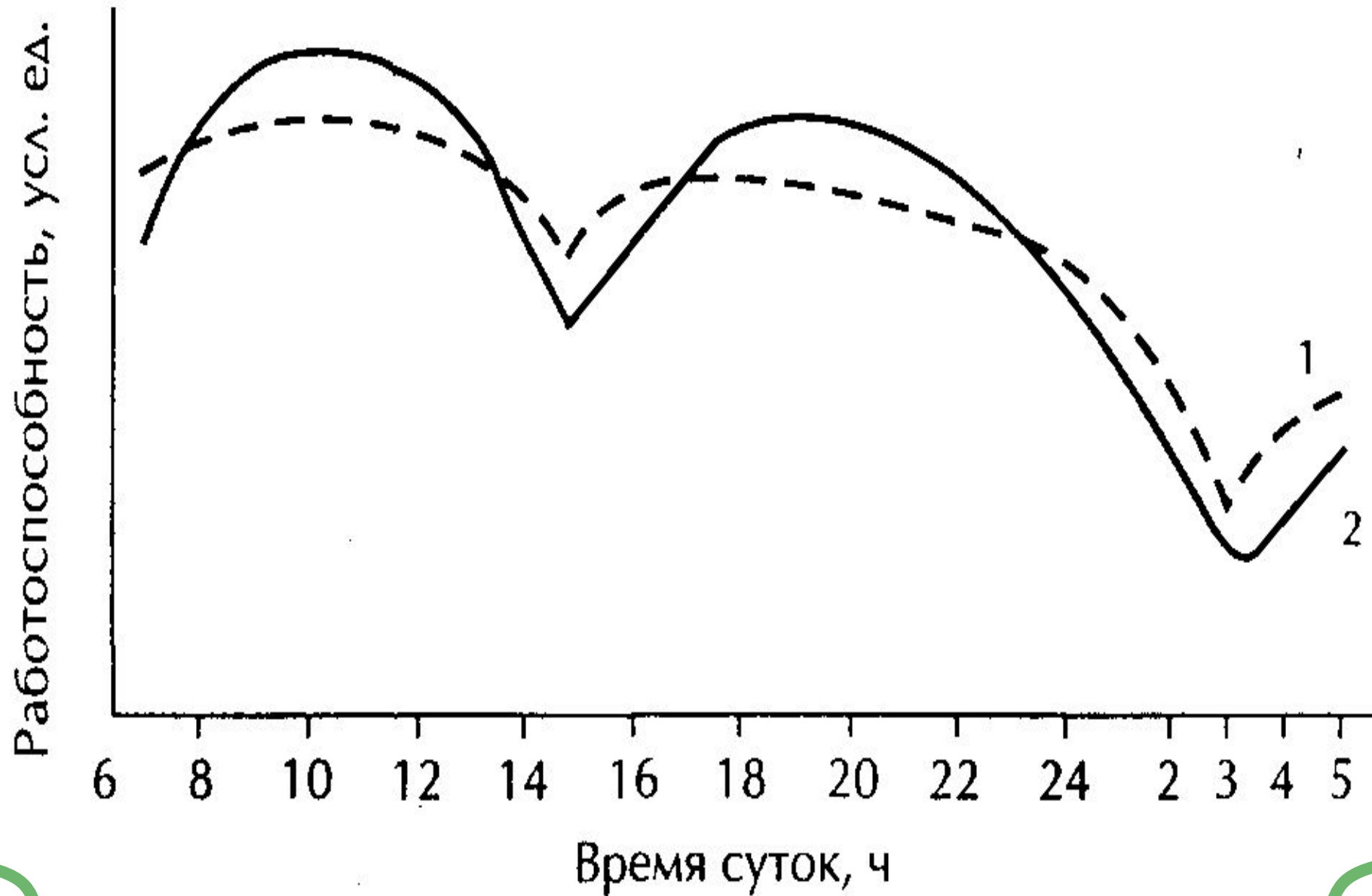
10

11

12

14

# КРИВАЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ



# Готовимся к ЕГЭ

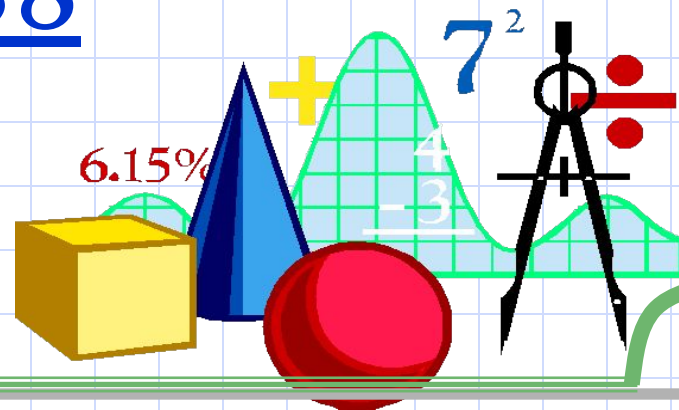


## ТРЕНАЖЁР

по теме

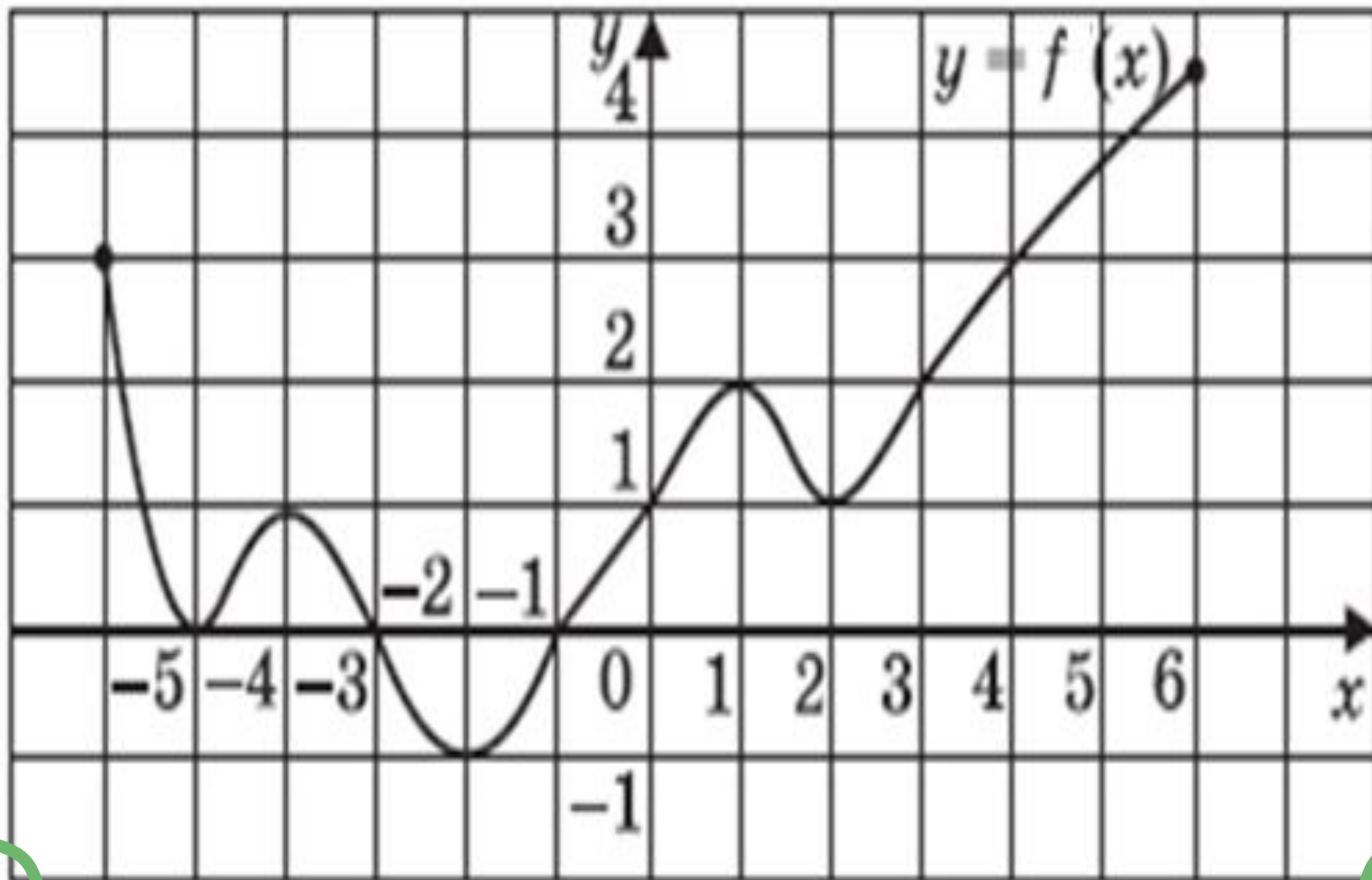
**«ПРОИЗВОДНАЯ»**

Задание В8

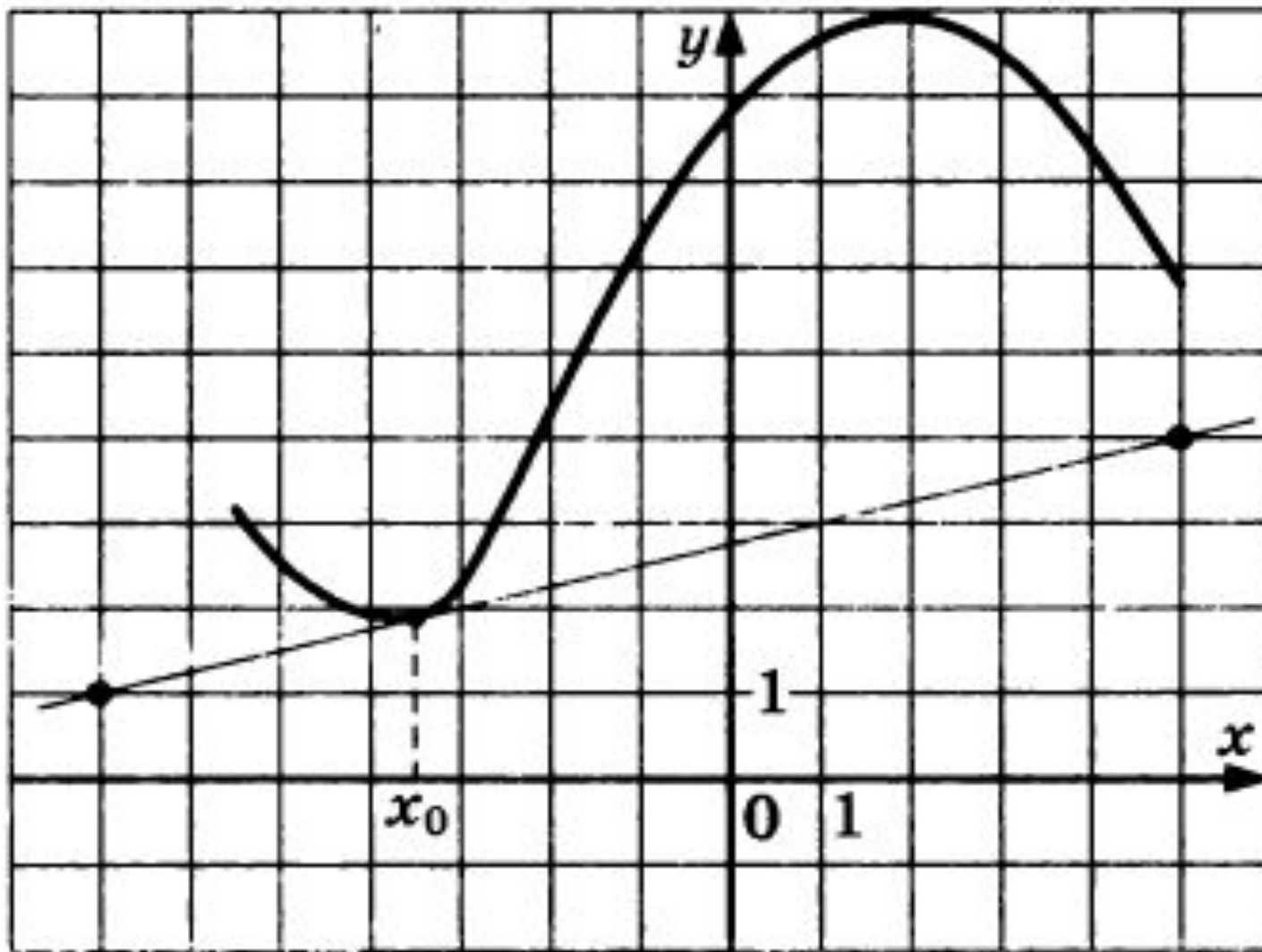


Справимся легко!!!

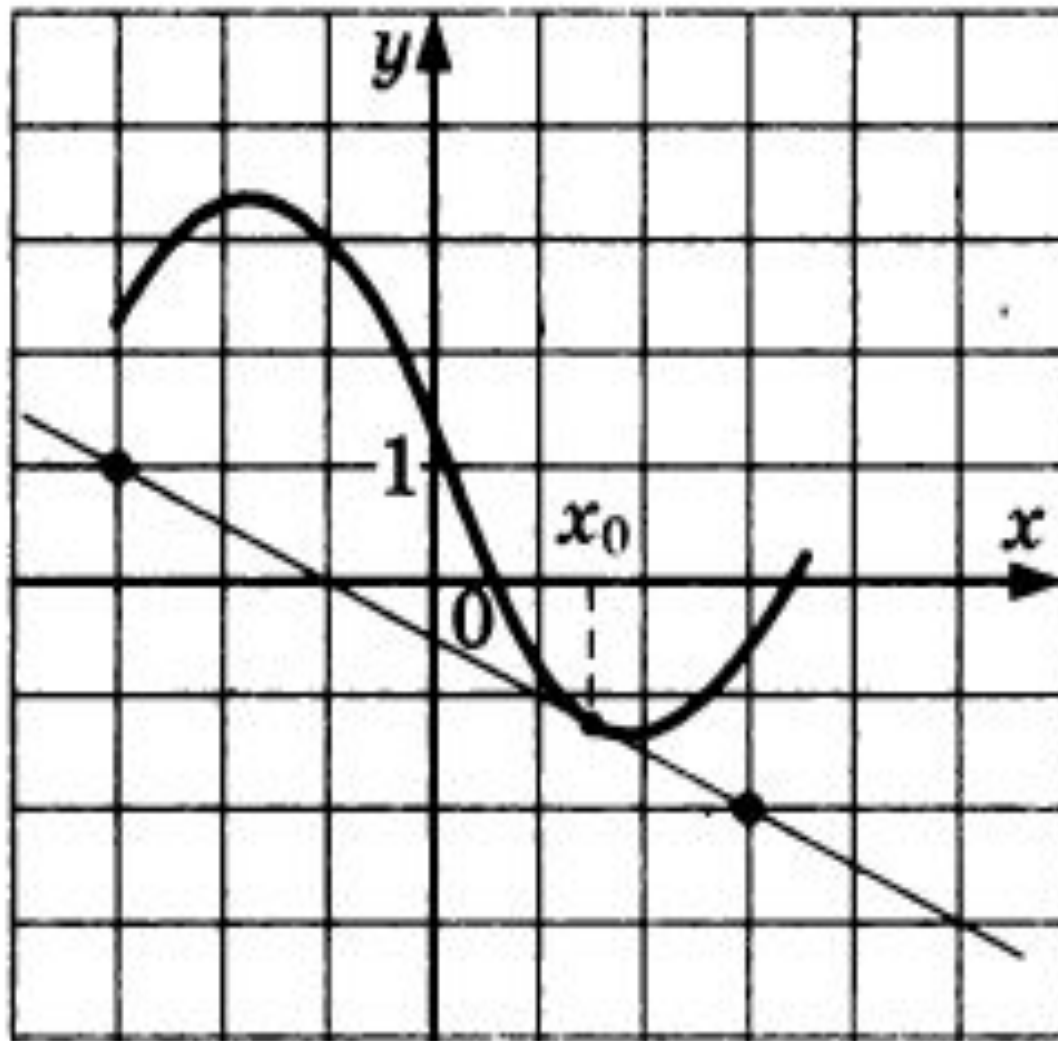
Назовите количество промежутков - убывания функции  
- возрастания функции



На рисунке изображен *график функции  $y = f(x)$*  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной в точке  $x_0$ .

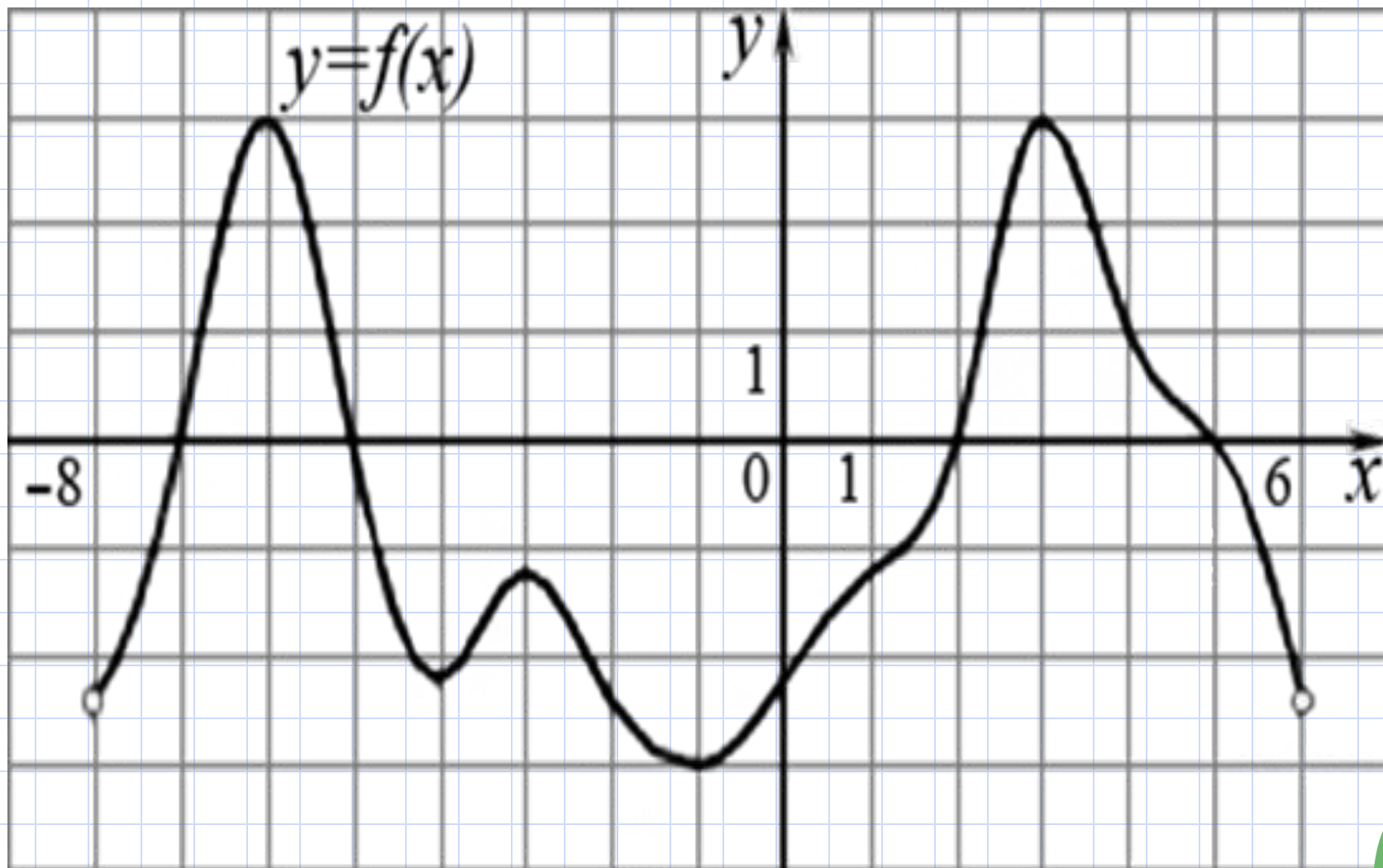


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной в точке  $x_0$



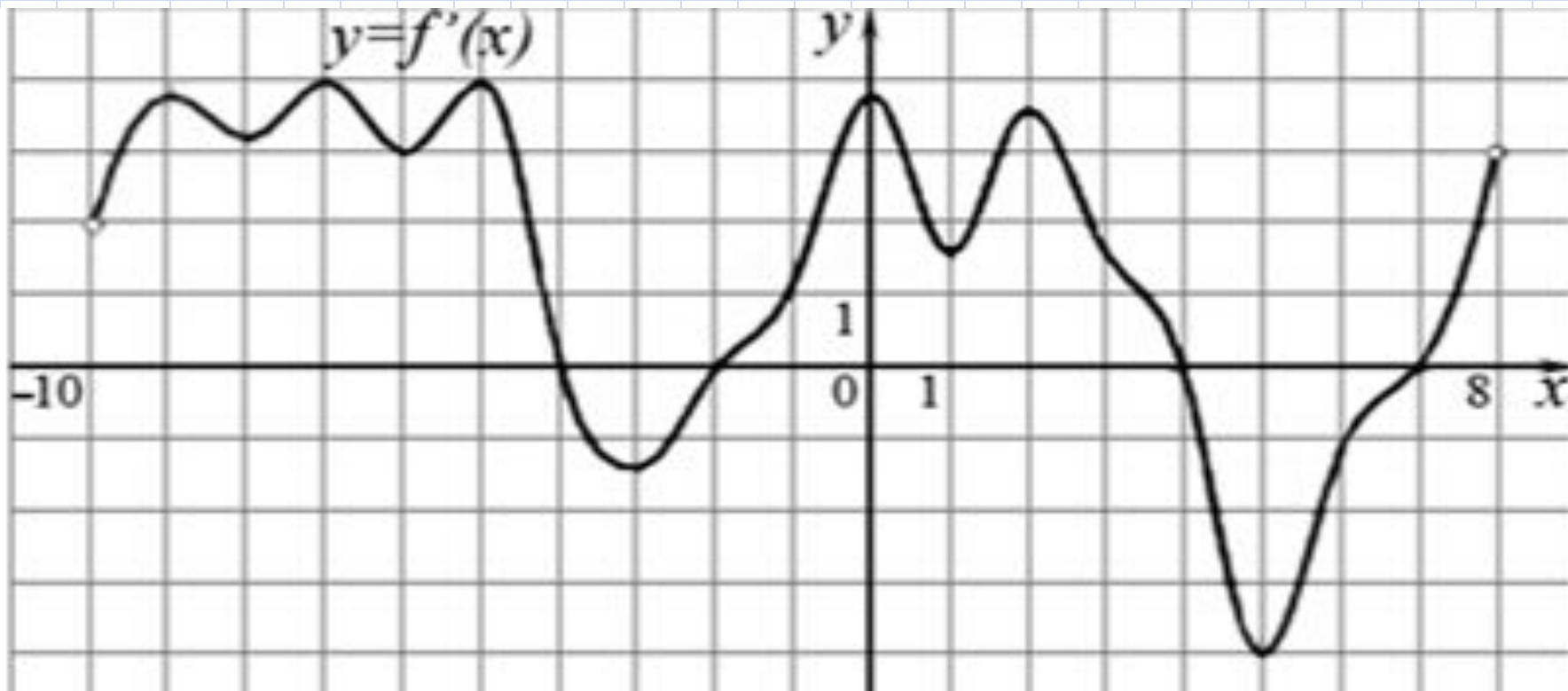


Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на промежутке  $(-8; 6)$



# Легко ли???

(Задание В8 ЕГЭ) По графику функции  $y = f'(x)$  ответьте на вопросы:



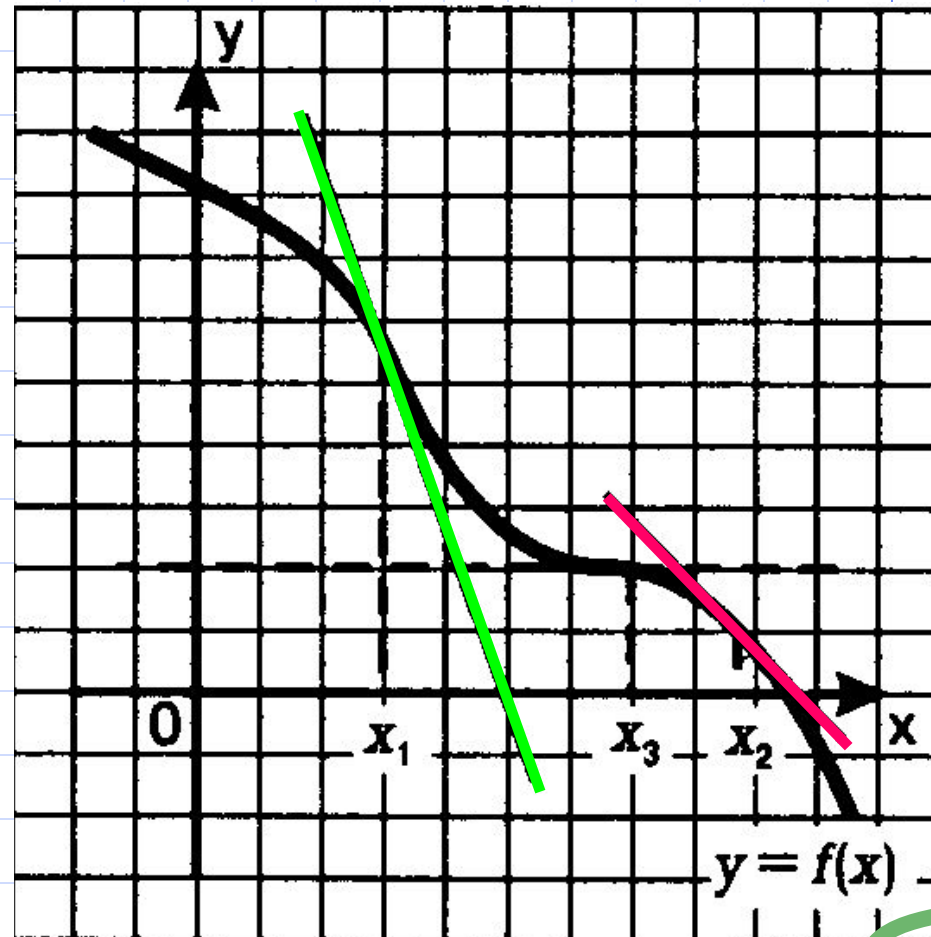
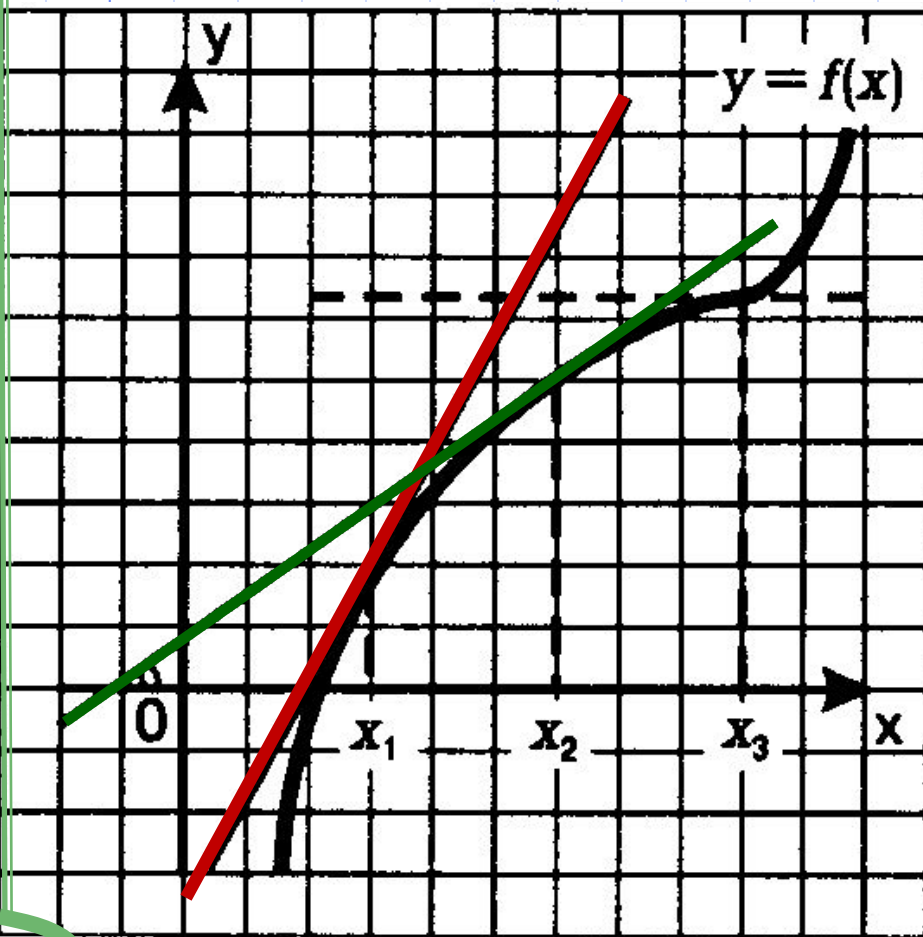
- Сколько точек максимума имеет эта функция?
- Назовите точки минимума функции.
- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Найдите длину большего промежутка убывания этой функции.

В любой точке  $x$  из области определения возрастающей дифференцируемой функции:

$$f'(x) \geq 0$$

В любой точке  $x$  из области определения убывающей дифференцируемой функции:

$$f'(x) \leq 0$$



**«Мир – рвался в опытах Кюри  
Атомной, лопнувшей бомбой  
На электронные струи  
Невоплощённой гекатобомбой ...»**



**Андрей Белый  
(Борис Николаевич Бугаев)**



**«Начинать исследования можно по-разному...**

**Все равно начало почти всегда оказывается весьма несовершенной, нередко безуспешной попыткой.**

**Есть истины, как страны, наиболее удобный путь, к которым становится известным лишь после того, как мы испробуем все пути.**

**Кому-то приходится, рискуя собой, сходить с проторенной дороги, чтобы указать другим правильный путь...**

**На пути к истине мы почти всегда обречены, совершать ошибки»**

**Дени Дидро**

# Проблема???

1 группа

Функция

$$y=x^4-2x^2-3$$

Найти промежутки монотонности

Производная

(убывания и возрастания)

2 группа

Функция

$$y=x^3+3x^2-1$$

Найти точки экстремума

Производная

(точки минимума и максимума)

3 группа

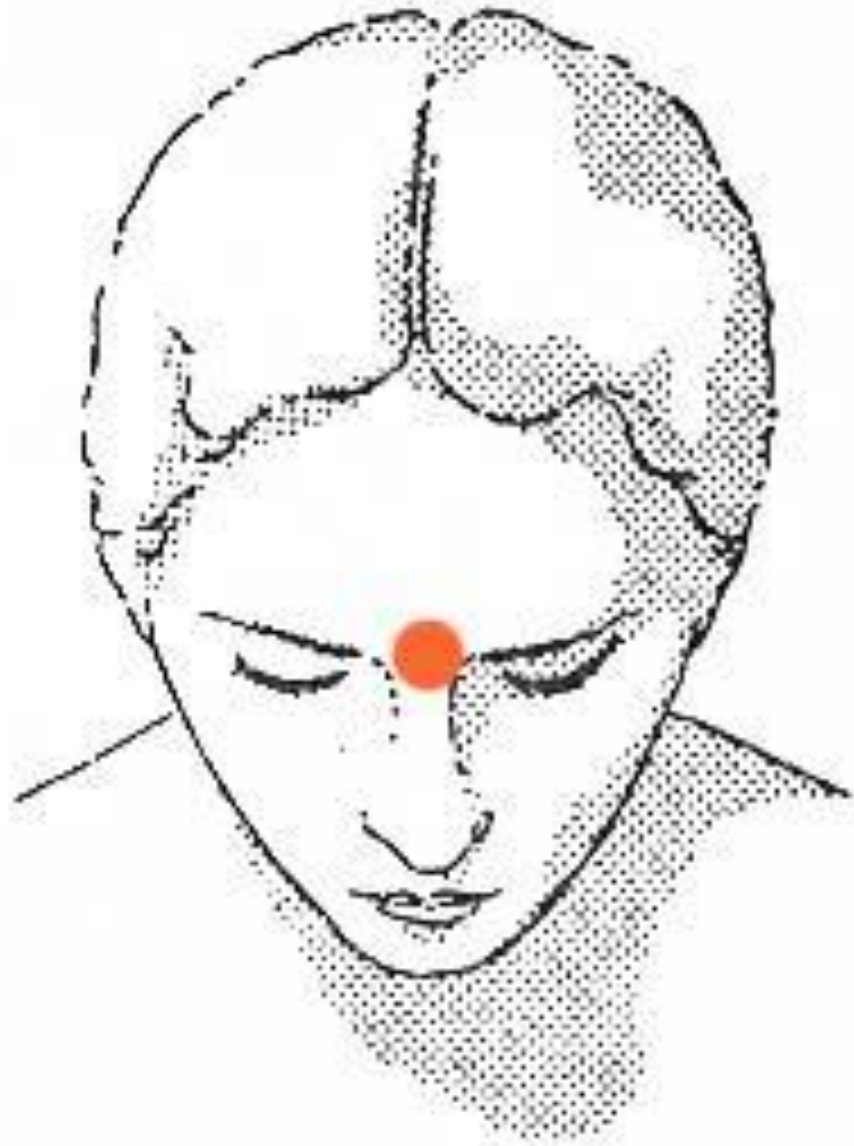
Функция

$$y=x^3-9x$$

Найти промежутки монотонности и точки экстремума

Производная

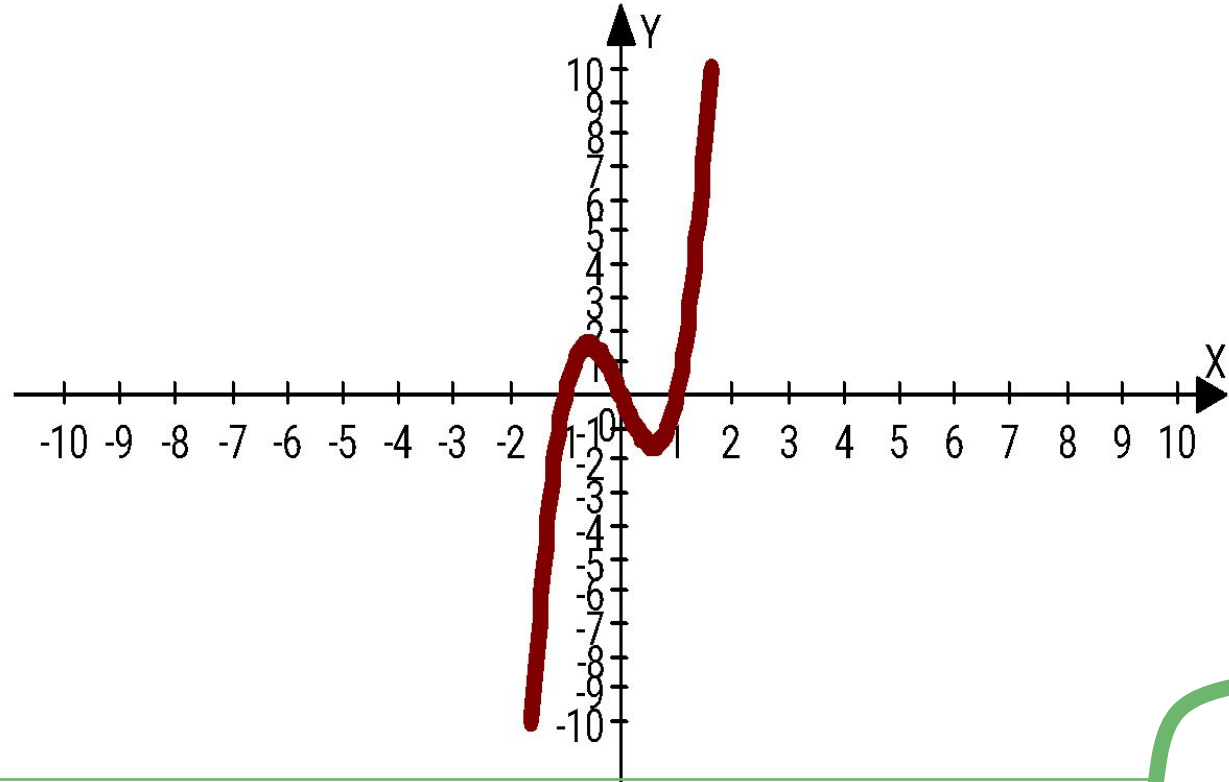
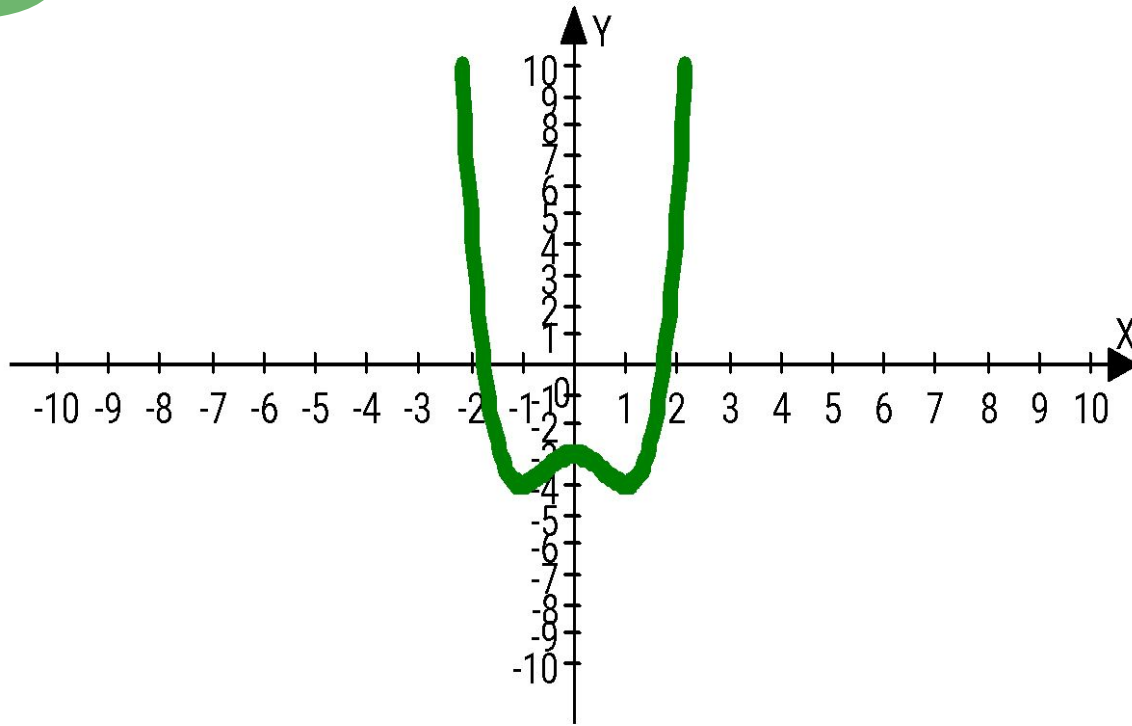




**Это внемеридианная межбровная точка, является точкой "скорой помощи" при бессознательных состояниях. Используется также при интоксикациях, головных болях, лицевых невралгиях, неврозах.**



# 1 группа Гипотеза





(подтверждение гипотезы)

## Теорема 1.

Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство

$$f'(x) \geq 0$$

(причем равенство  $f'(x)=0$  выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция  $y=f(x)$  возрастает на промежутке  $X$ .

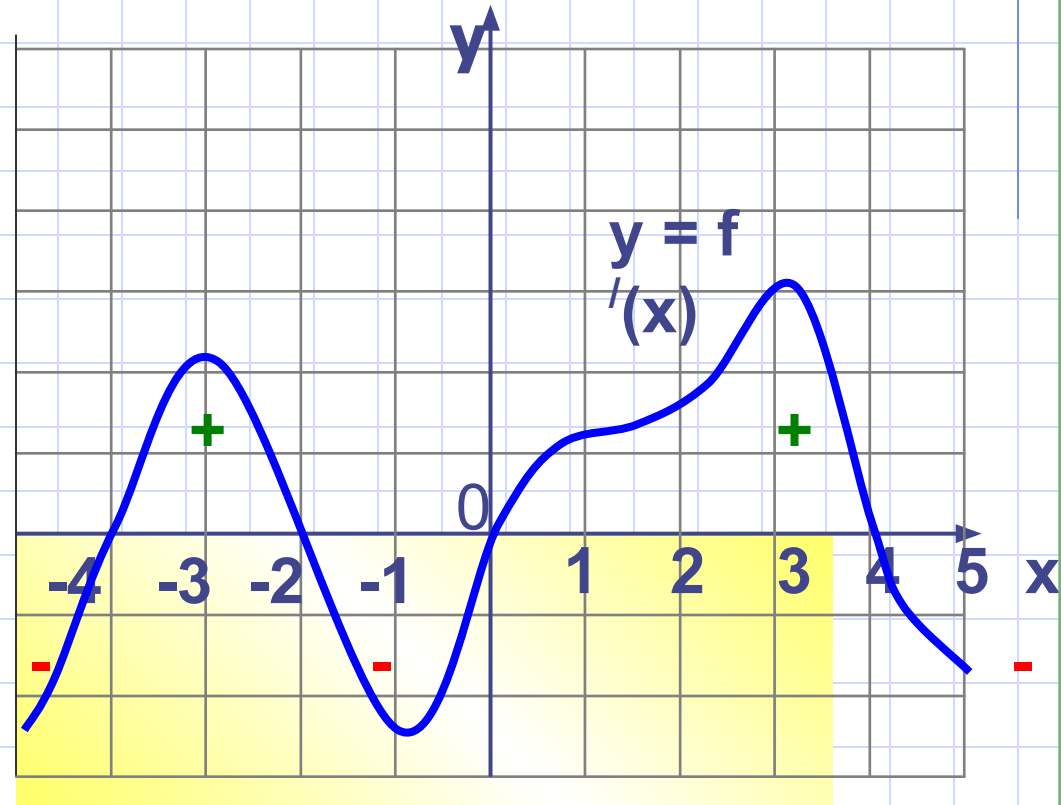
## Теорема 2.

Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство

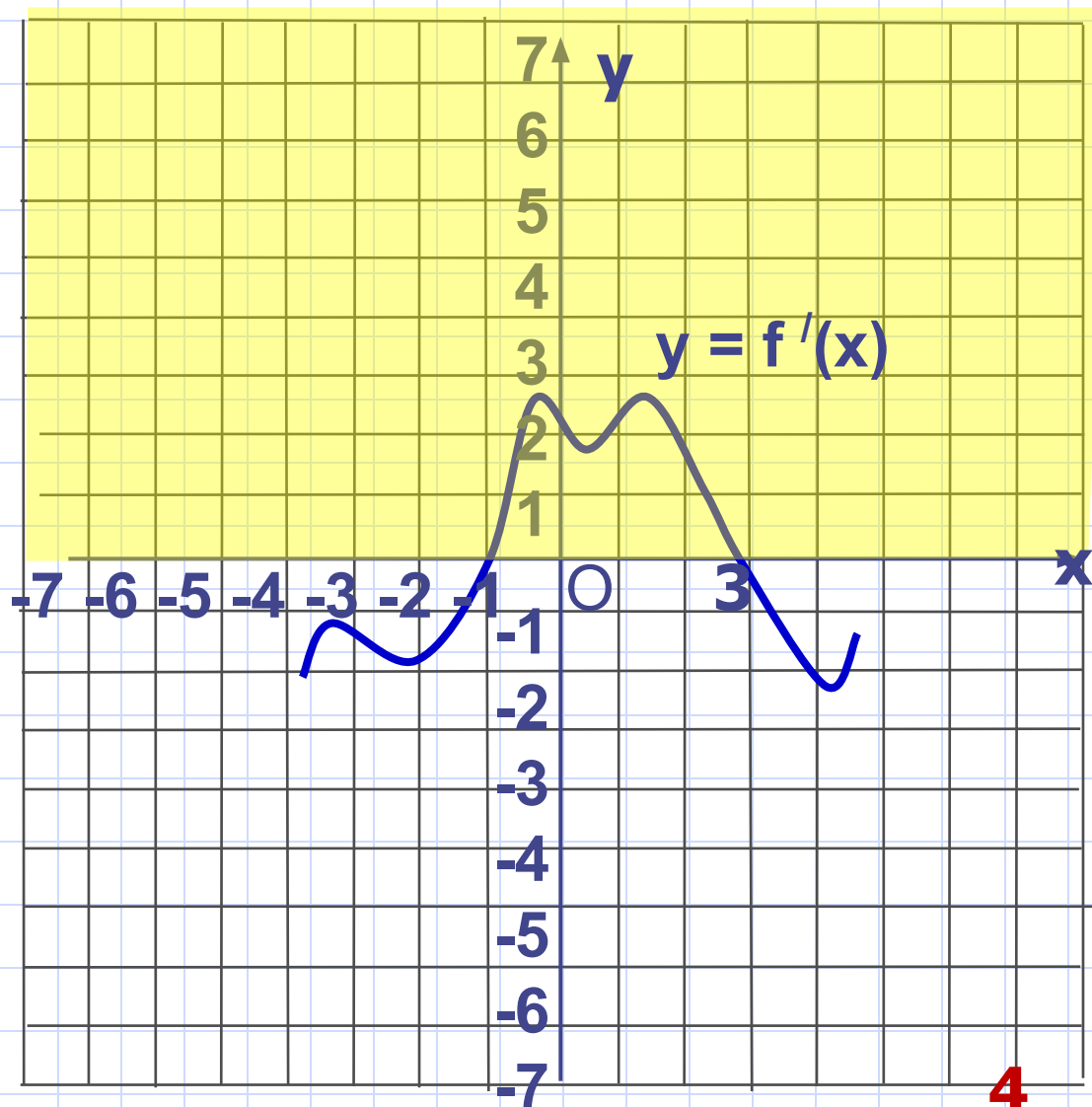
$$f'(x) \leq 0$$

(причем равенство  $f'(x)=0$  выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция  $y=f(x)$  убывает на промежутке  $X$ .

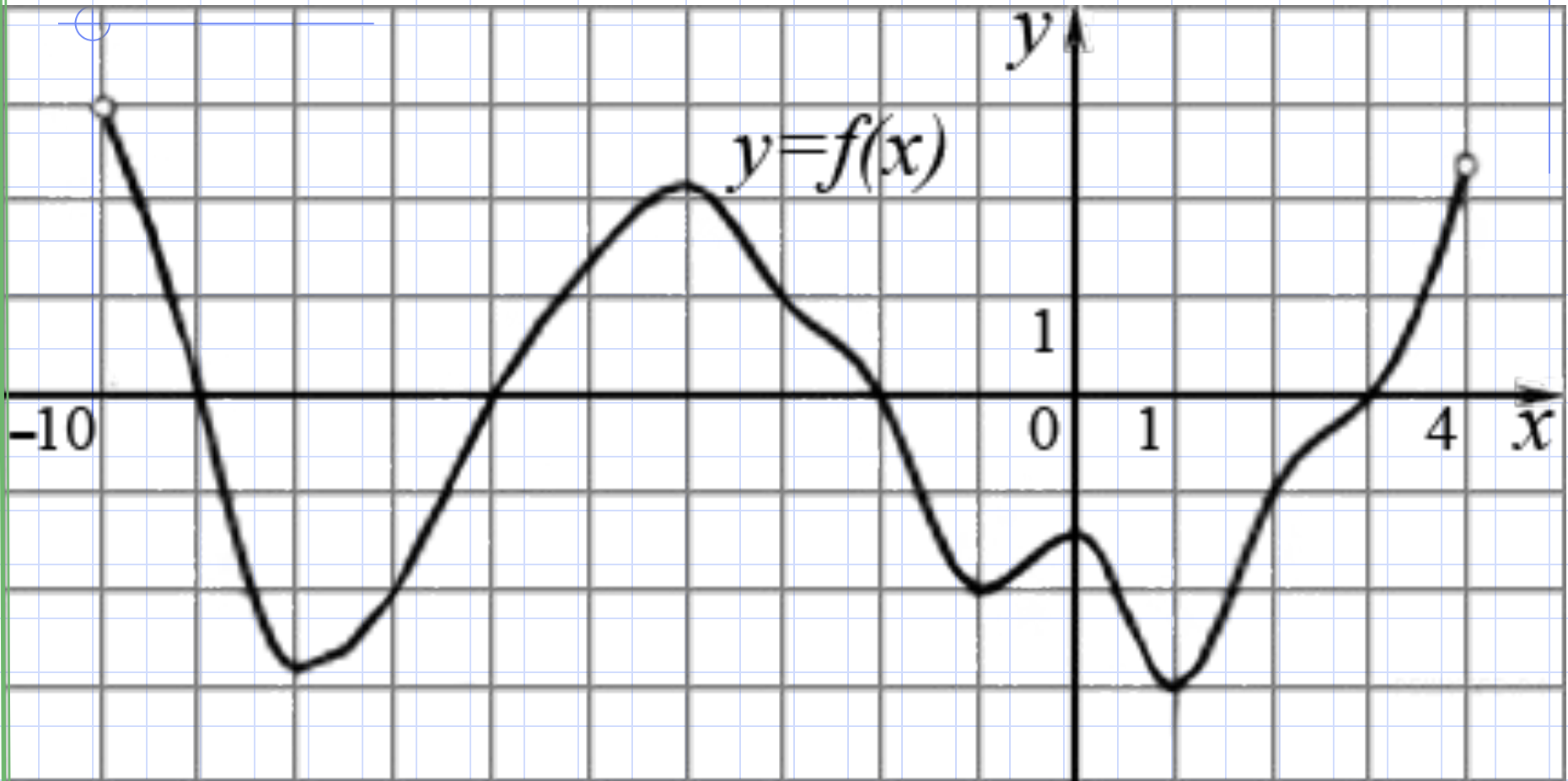
На рисунке изображен график производной функции, заданной на промежутке  $[-5;5]$ . Исследуйте функцию на монотонность и укажите число промежутков убывания.



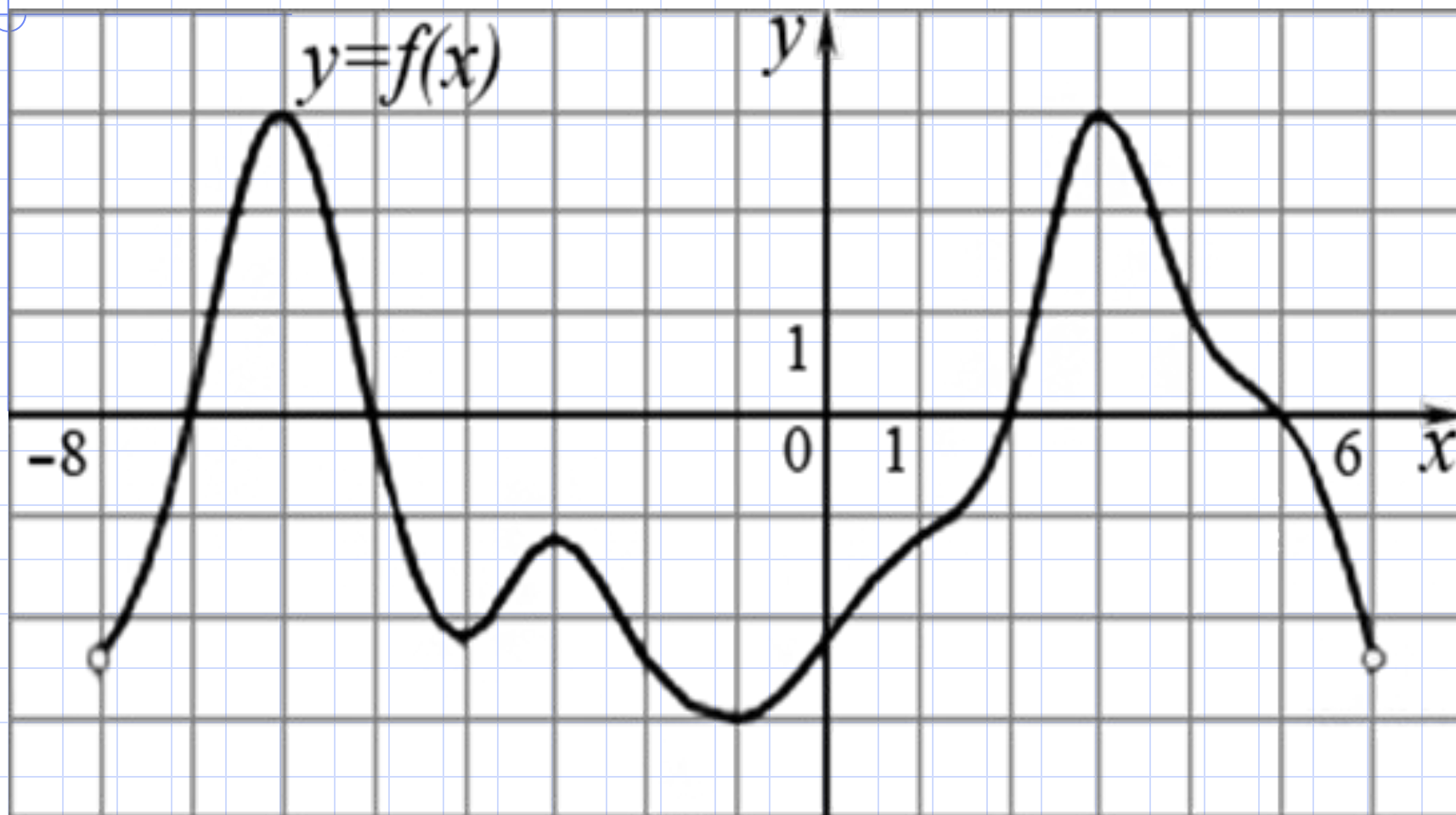
На рисунке изображен график производной функции. Найдите промежуток возрастания и укажите длину промежутка возрастания этой функции.



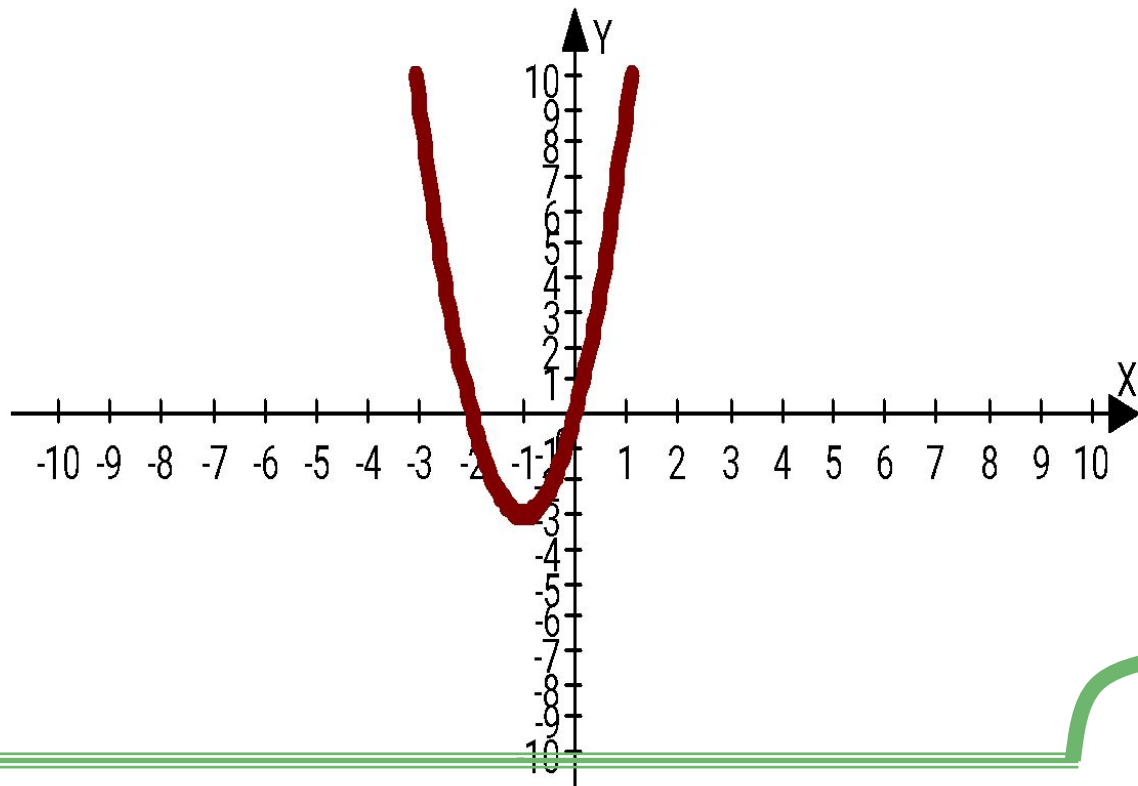
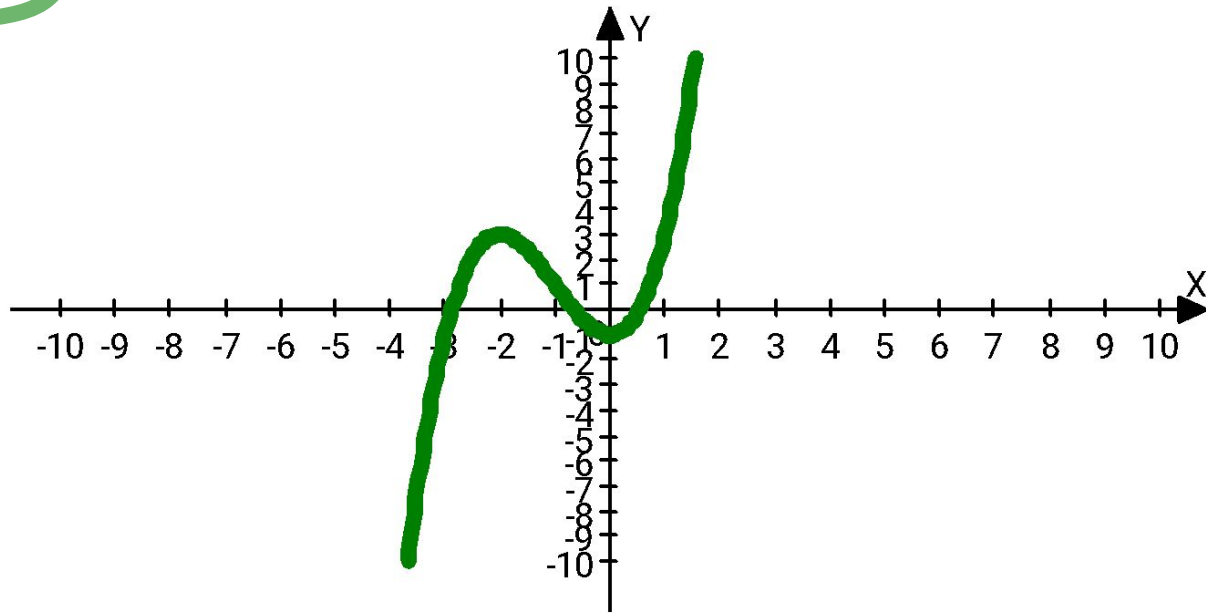
определенной на интервале  $(-10; 4)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



## 2 группа Гипотеза



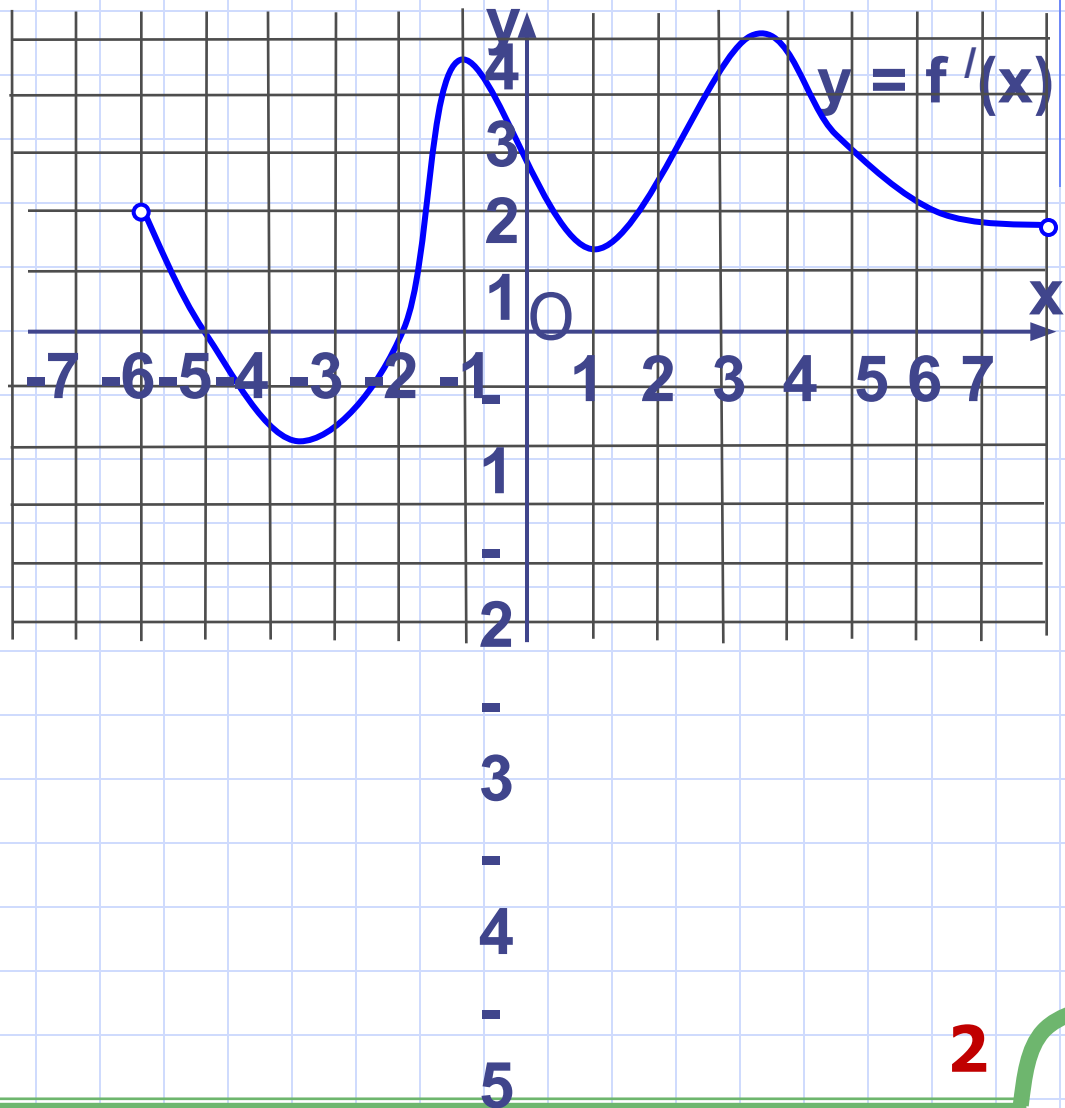
**Теорема:** Пусть функция непрерывна на промежутке  $X$  и имеет внутри промежутка стационарную точку  $x=x_0$ . Тогда:

**а)** если у этой точки существует такая окрестность, в которой при  $x < x_0$  выполняется неравенство  $f'(x) < 0$ , а при  $x > x_0$  – неравенство  $f'(x) > 0$ , то  $x=x_0$  – точка минимума функции;

**б)** если у этой точки существует такая окрестность, в которой при  $x < x_0$  выполняется неравенство  $f'(x) > 0$ , а при  $x > x_0$  – неравенство  $f'(x) < 0$ , то  $x=x_0$  – точка максимума функции;

**в)** если у этой точки существует такая окрестность, что в ней и слева, и справа от точки  $x_0$  знаки производной одинаковы, то в точке  $x_0$  экстремума нет.

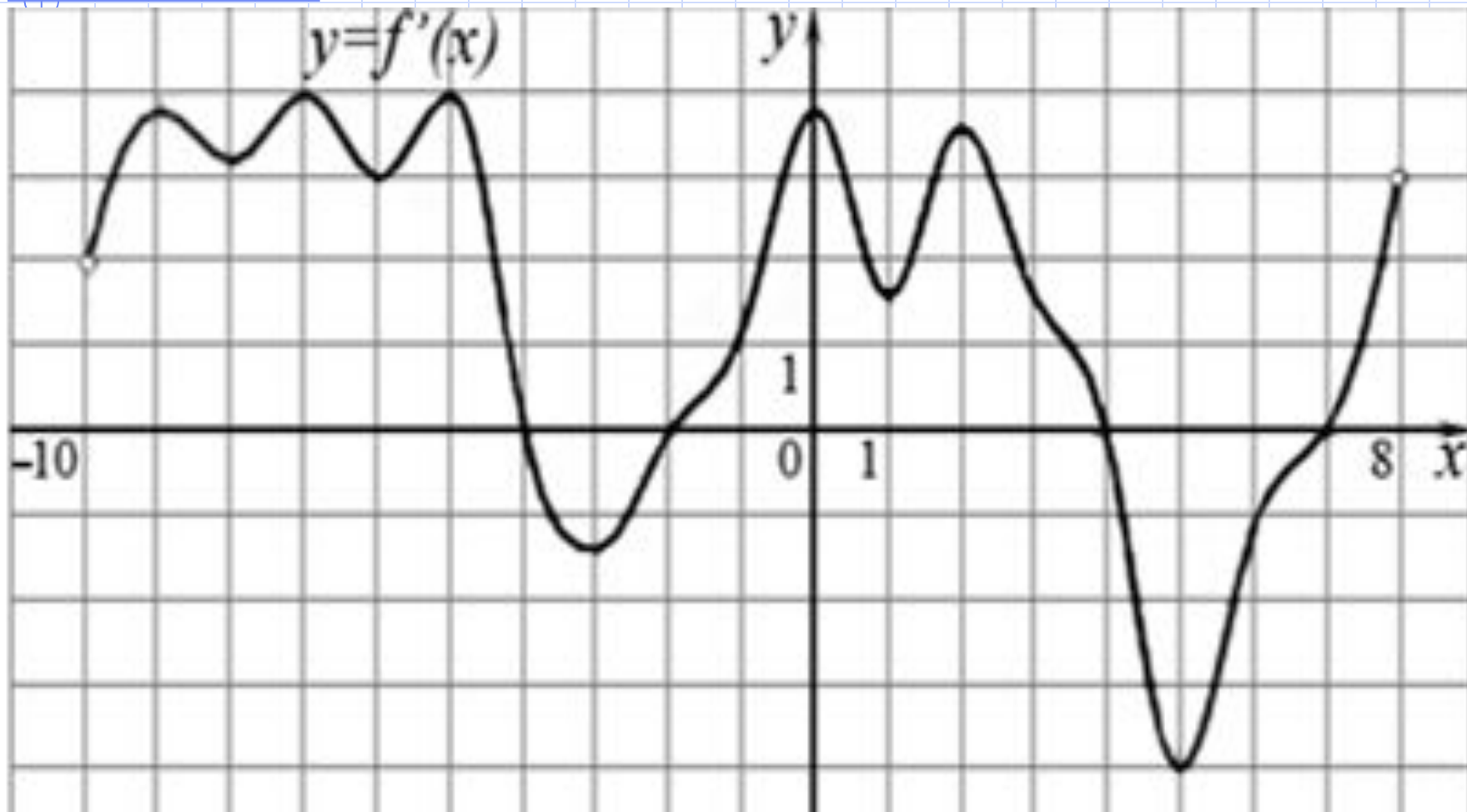
На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ .  
Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремумы и  
укажите количество ее точек экстремума



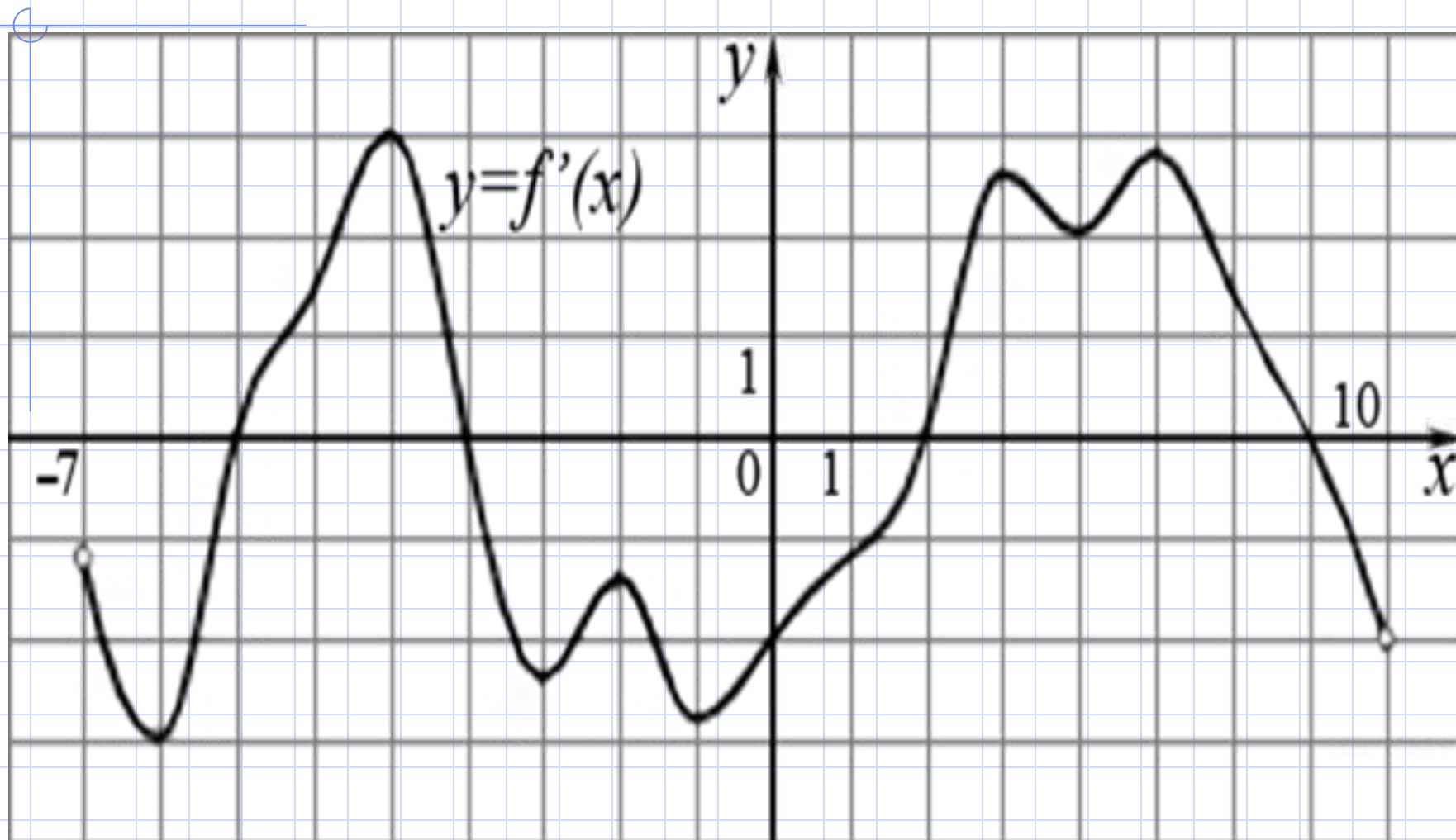


На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 8)$ .

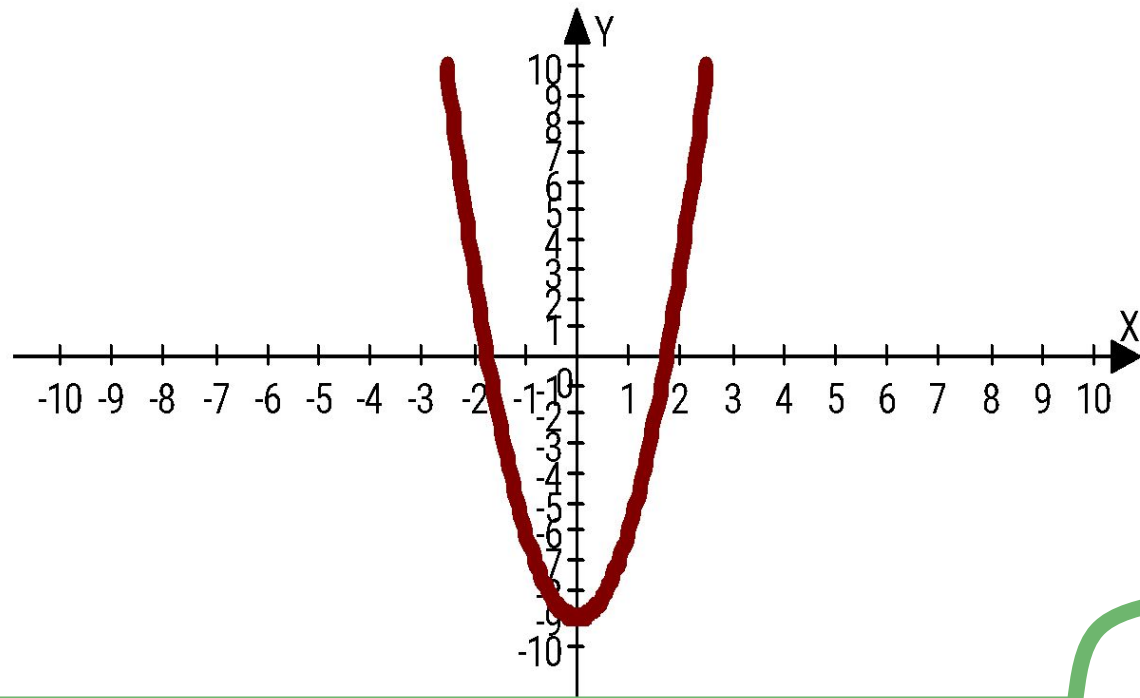
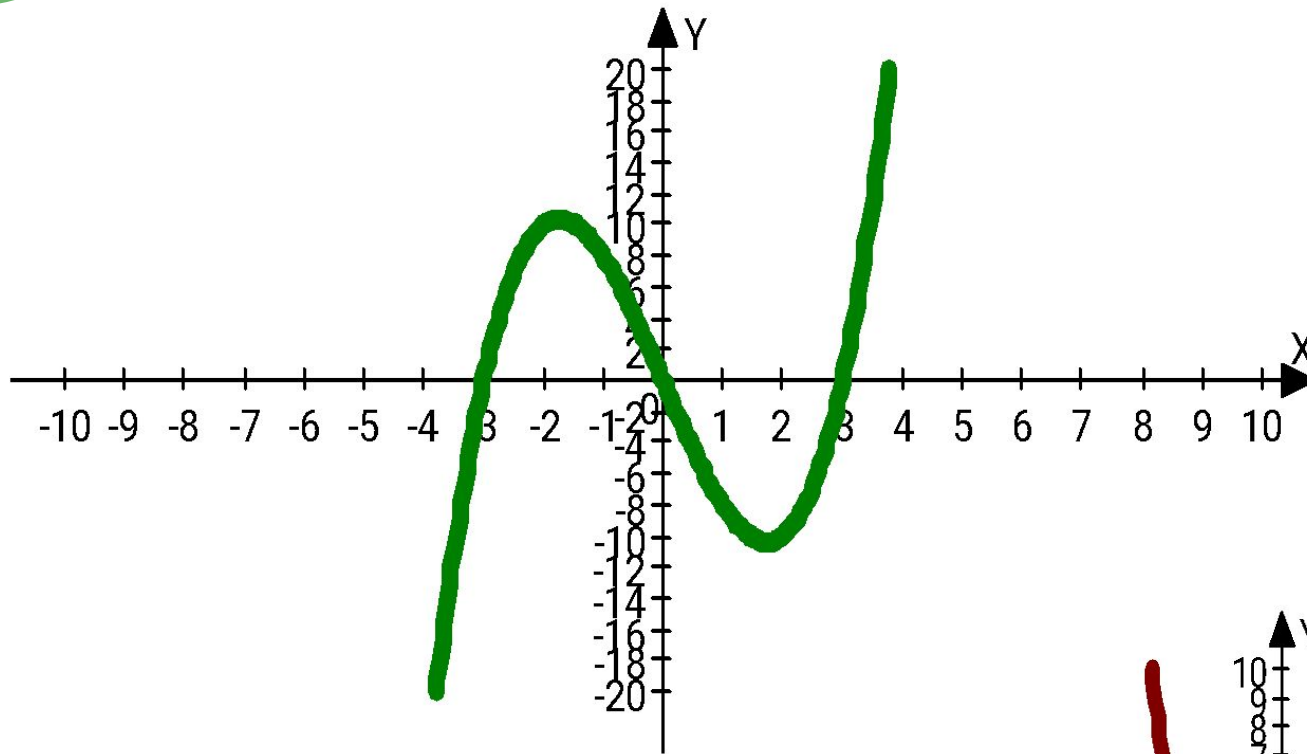
Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ .



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ ,  
определенной на интервале  $(-7; 10)$ .  
Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$

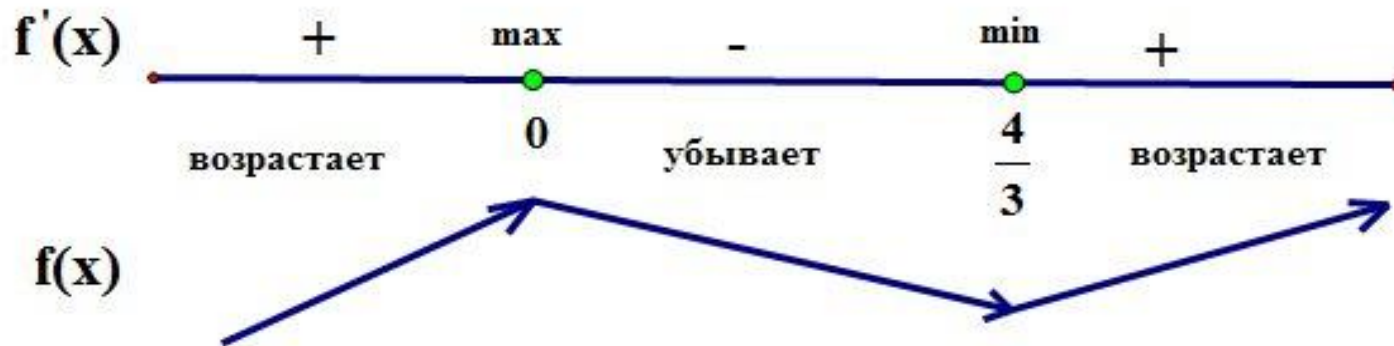


# 3 группа Гипотеза



## Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы:

1. Найти производную  $f'(x)$
2. Найти стационарные точки ( $f'(x) = 0$ )
3. Отметить эти точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.

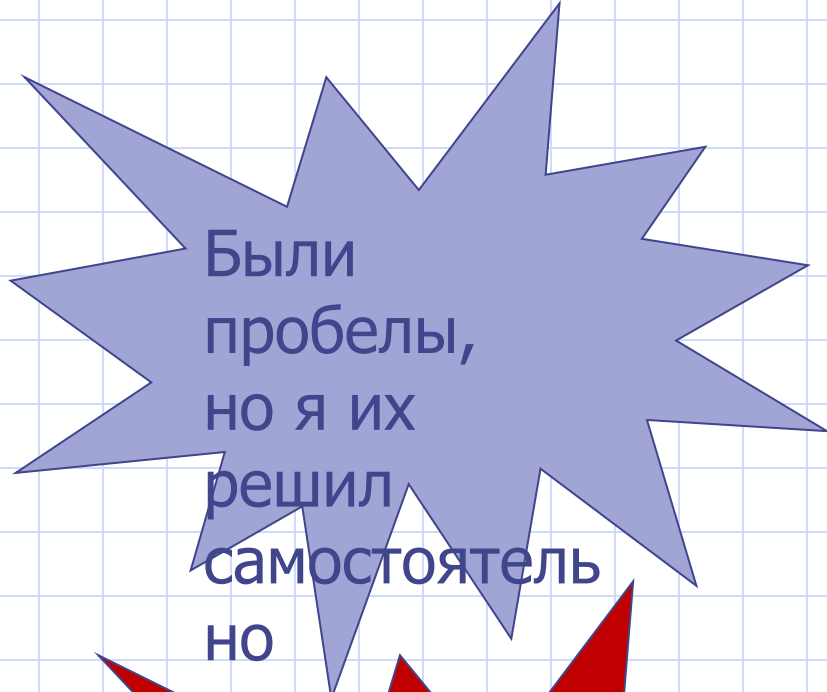


4. Сделать выводы о монотонности функции и о её точках экстремума.

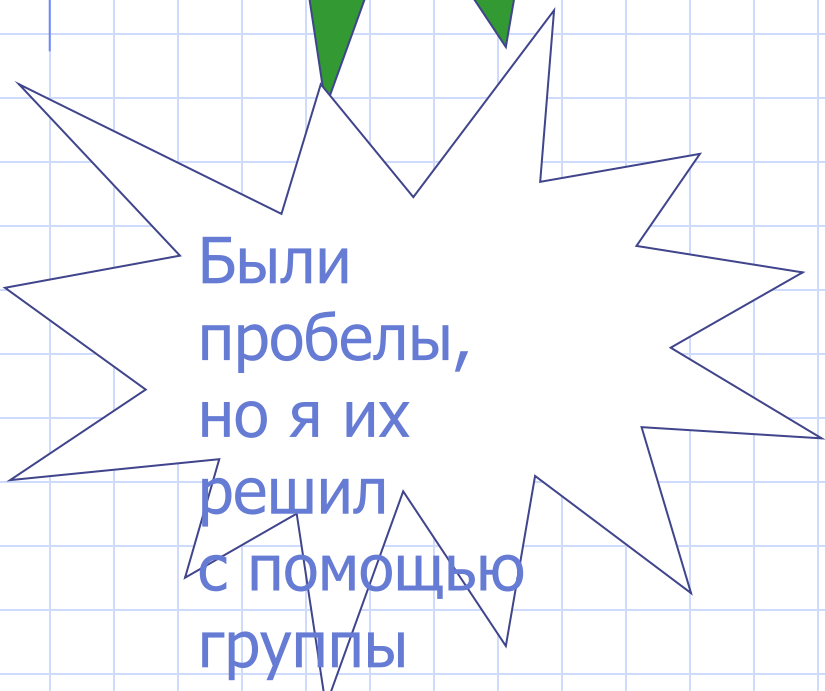
# ПОДВОДИМ ИТОГИ УРОКА:



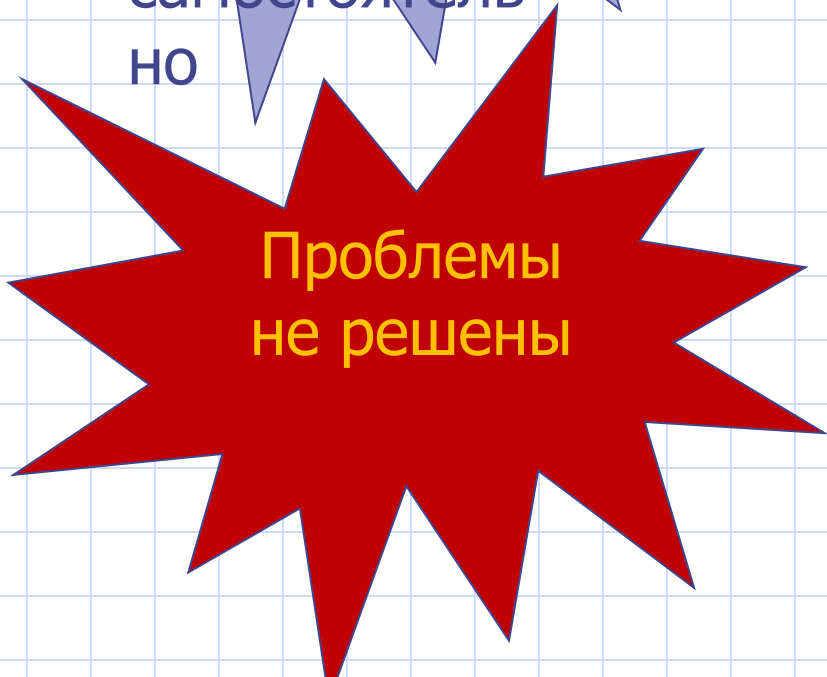
Отлично  
изучил тему



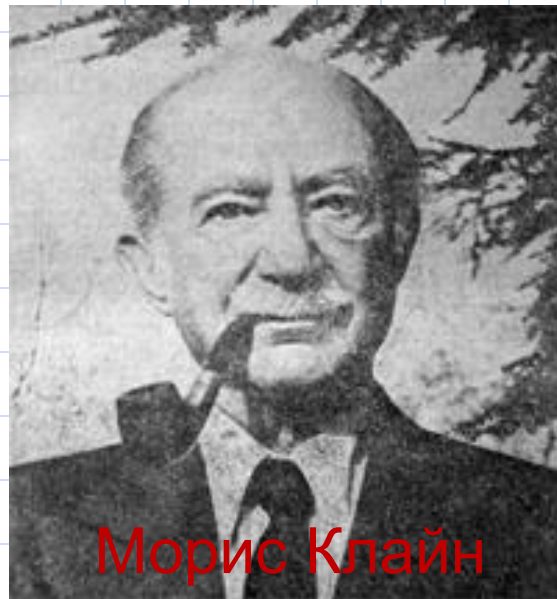
Были  
пробелы,  
но я их  
решил  
самостоятель  
но



Были  
пробелы,  
но я их  
решил  
с помощью  
группы



Проблемы  
не решены



Морис Клайн

«Музыка может возвышать или умиротворять  
душу,  
живопись – радовать глаз,  
поэзия – пробуждать чувства,  
философия – удовлетворять потребности  
разума,  
инженерное дело – материальную сторону  
жизни,

а математика способна достичь всех этих

## Домашнее задание

1. Применение производной в любой области
2. На сайте школы <http://smotrowabudasoh.ucoz.ru>  
ВЫПУСКНИКАМ – РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ЗАДАНИЕ В8 (ФГОС)
3. <http://mathege.ru> открытый банк заданий по математике
4. Стр 182 п. 35 № 867, № 883
5. Задания по выбору на оценку 3, 4, 5