

НЕПОСРЕДСТВЕННЫЕ И КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Виды измерений

- Однократные непосредственные измерения
- Многократные непосредственные измерения
- Косвенные измерения

НЕПОСРЕДСТВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- **Непосредственным** называется измерение, при котором численное значение физической величины находят с помощью измерительного прибора.
- Примеры непосредственных измерений: измерение длины тела линейкой, длительности промежутка времени – секундомером, силы тока в проводнике – амперметром, массы тела – при помощи рычажных весов и гирь.

**ОДНОКРАТНЫЕ
НЕПОСРЕДСТВЕННЫЕ
ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ
ВЕЛИЧИН**

АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ

- Абсолютная погрешность однократного непосредственного измерения ΔX величины X складывается из погрешности измерительного прибора $\Delta_{\text{пр}}$ (инструментальной погрешности) и погрешности отсчета $\Delta_{\text{отс}}$

$$\Delta X = \Delta_{\text{пр}} + \Delta_{\text{отс}}$$

ПОГРЕШНОСТЬ ОТСЧЕТА

- Абсолютная погрешность отсчета $\Delta_{\text{отс}}$ берется равной половине цены деления шкалы измерительного прибора

$$\Delta_{\text{отс}} = \frac{1}{2} C$$

- Или равной цене деления шкалы прибора со «скачущей» стрелкой (например, у секундомера)

$$\Delta_{\text{отс}} = C.$$

ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

- Абсолютная погрешность прибора $\Delta_{\text{пр}}$ определяется на заводе-изготовителе и указывается в паспорте прибора

Абсолютная погрешность некоторых приборов

№	Приборы	Пределы измерения	Цена деления	Абсолютная погрешность прибора
1	Линейка ученическая	0 – 50 см	1 мм	1 мм
2	Лента измерительная	0 – 150 см	0,5 см	0,5 см
3	Штангенциркуль	0 – 150 мм	0,1 мм	0,05 мм

Алгоритм непосредственного измерения

1. Рассмотрите шкалу прибора, найдите цену минимального деления C шкалы прибора.
2. Измерьте физическую величину один раз, найдите ее измеренное значение $X_{и}$.
3. Найдите абсолютную погрешность прибора, используя справочные таблицы $\Delta_{пр}$.
4. Найдите абсолютную погрешность отсчета $\Delta_{отс}$ по цене деления прибора C .

5. Найди абсолютную погрешность измерения по формуле

$$\Delta X = \Delta_{\text{пр}} + \Delta_{\text{отс}}$$

Абсолютную погрешность округли до одной значащей цифры

6. Запиши результат измерения в виде

$$X = (X_{\text{и}} \pm \Delta X)$$

Измеренное значение округли при этом до разряда, оставшегося в абсолютной погрешности

7. Вычисли относительную погрешность измерения

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta X}{X_{\text{и}}}$$

КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Косвенные измерения

- **Косвенными** называются измерения физической величины, при которых значение физической величины находится по некоторой функциональной зависимости (формуле)

$$X = f(a, b, c)$$

- Измеренное значение X_u подсчитывают по измеренным значениям величин, используя функциональную зависимость

$$X = f(a, b, c)$$

- a, b, c - непосредственно измеренные величины (в их числе могут быть и величины известные заранее), причем

$$a = (a_u \pm \Delta a)$$

$$b = (b_u \pm \Delta b)$$

$$c = (c_u \pm \Delta c)$$

Относительная погрешность измерения

- По виду функциональной зависимости величины X от непосредственно измеренных величин рассчитывают относительную погрешность косвенного измерения

Зависимость величины X от других величин	Относительная погрешность ε_X косвенного измерения	Зависимость величины X от других величин	Относительная погрешность ε_X косвенного измерения
$X = a + b$	$\varepsilon_X = \frac{\Delta a + \Delta b}{a_u + b_u}$	$X = n \cdot a$	$\varepsilon_X = \frac{\Delta a}{a_u}$
$X = a - b$	$\varepsilon_X = \frac{\Delta a + \Delta b}{a_u - b_u}$	$X = a^n$	$\varepsilon_X = n \frac{\Delta a}{a_u}$
$X = a \cdot b$	$\varepsilon_X = \frac{\Delta a}{a_u} + \frac{\Delta b}{b_u}$	$X = \sqrt[n]{a}$	$\varepsilon_X = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta a}{a_u}$
$X = a/b$	$\varepsilon_X = \frac{\Delta a}{a_u} + \frac{\Delta b}{b_u}$	$X = \sin a$	$\varepsilon_X = \Delta a \cdot ctga$

Алгоритм косвенного измерения

1. Запиши формулу для расчета физической величины
 $X = f(a, b, c)$
2. Вычисли измеренное значение физической величины, подставив в формулу измеренные значения величин, ранее известных

$$X_u = f(a_u, b_u, c_u)$$

3. Рассчитай относительную погрешность по виду функциональной зависимости
4. Рассчитай абсолютную погрешность измерения по формуле

Абсолютную погрешность округли до одной значащей цифры

$$\Delta X = \varepsilon_x \cdot X_u$$

5. Результат измерения (истинное значение) представляют в виде

$$X = (X_u \pm \Delta X)$$

при этом значение X_u округляют или уточняют до разряда, оставшегося в значении после его округления

Задача 1

- При помощи вольтметра и амперметра надо измерить сопротивление проводника, если при напряжении на концах проводника $(U \pm 0.1) В$ в нем возник ток, сила которого $(I \pm 0.05) А$.

Проанализируем данные задачи.

$$U_u = 4,8 \text{ В}, \Delta U = 0,1 \text{ В}, I_u = 1,10 \text{ А}, \Delta I = 0,05 \text{ А}.$$

1. используя формулу закона Ома, выполняют косвенное измерение сопротивления проводника:

$$R_u = \frac{U_u}{I_u} = \frac{4,8 \text{ В}}{1,10 \text{ А}} = 4,4 \text{ Ом}$$

2. По таблице находят формулу для расчета относительной погрешности и вычисляют погрешность:

$$\varepsilon_K = \frac{\Delta U}{U_u} + \frac{\Delta I}{I_u} = \frac{0,1}{4,8} + \frac{0,05}{1,10} = 0,021 + 0,045 = 0,066 = 0,07$$

3. Вычисляют абсолютную погрешность измерения:

$$\Delta R = \varepsilon_R \cdot R_u = 0,07 \cdot 4,36 = 0,29 = 0,3 \text{ (Ом)}.$$

4. Результат косвенного измерения записывают в виде интервала, содержащего истинное значение величины:

$$R = (R_u \pm \Delta R) = (4,4 \pm 0,3) \text{ (Ом)}.$$

Относительные погрешности величин, входящих в функциональную зависимость, по которой производят косвенное измерение, могут значительно отличаться друг от друга. При этом погрешности одних величин могут быть пренебрежимо малы по сравнению с погрешностями других.

Например, допустим, что величина измеряется косвенно по формуле

$$X = a/v,$$

причем $\varepsilon_a = 0,05, \varepsilon_v = 0,003$.

Тогда имеем, что

$$\varepsilon_X = \varepsilon_a + \varepsilon_v = 0,05 + 0,003 = 0,053 = 0,05 = \varepsilon_a.$$

Следовательно, в этом случае погрешность величины v пренебрежимо мала по сравнению с погрешностью величины a . Поэтому погрешность величины X определяется только погрешностью величины a .

При выполнении лабораторных работ величины, у которых относительные погрешность пренебрежимо малы, могут быть известны заранее (например, табличные величины). В этих случаях вычисления погрешностей выполняются по упрощенным формулам, без учета погрешностей таких величин.

Задача 2

Определить длину окружности, если ее диаметр $d = (1,2 \pm 0,1)м$, пренебрегая погрешностью числа π .

Решение: 1) $L = \pi \cdot d = 3.768м$

2) $\varepsilon_L = \frac{\Delta d}{d_u}, \varepsilon_L = \frac{0.1}{1.2} = 0.08(3) = 0.083$

3) $\Delta L = \varepsilon_L \cdot L_u = 0,313 = 0,3м$

4) $L = (L_u \pm \Delta L) = (3.8 \pm 0.3)м$

Ответ: $L = (3.8 \pm 0.3)м$.

Решите самостоятельно

Задача 3.

Определить массу сена в скирде, если ее объем $V = (450 \pm 3) \text{ м}^3$, а средняя плотность $\rho = (92 \pm 1) \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $m = (41 \pm 7) \cdot 10^3 \text{ кг}$

Задача 4.

Определить скорость молокоотдачи, если за время дойки $t = (360 \pm 1) \text{ с}$

От коровы получено $m = (8,50 \pm 0,50) \text{ кг}$ молока.

Справка: скорость молокоотдачи важная характеристика, позволяющая определить пригодность коровы к доению доильным аппаратом.

Скорость молокоотдачи есть масса молока, получаемая от коровы в единицу времени, она определяется по формуле $c = \frac{m}{t}$.

Ответ: $c = (2,36 \pm 0,02) \cdot 10^{-2} \text{ кг/с}$

Задача 5.

Определить площадь круглой пластины, если известен ее диаметр:

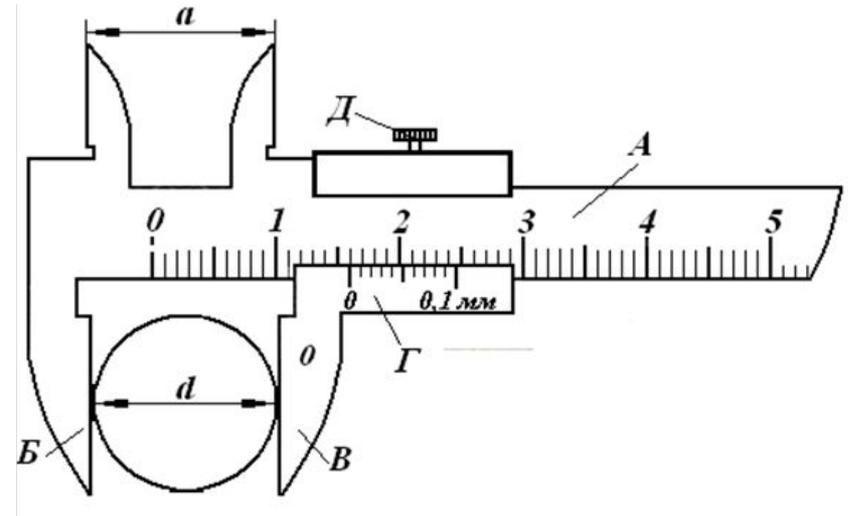
$d = (1,2 \pm 0,1) \text{ м}$.

Ответ: $S = (\quad ? \quad) \text{ м}^2$

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Штангенциркуль

- Штангенциркуль применяется для измерений длин и расстояний, не превышающих 25-30 см с точностью (в зависимости от типа штангенциркуля) от 0,1 до 0,02 мм.
- Измерения длин по линейным шкалам становятся более точными за счет применения линейного нониуса.
- 2) Устройство штангенциркуля
- Состоит штангенциркуль (см. рис.) из стальной линейки А, несущей основную шкалу с ценой деления 1 мм; с левой стороны линейки имеется неподвижная «щечка» Б. Другая «щечка» В снабжена нониусом Г и может перемещаться вдоль линейки А. Когда «щечки» Б и В соприкасаются, нуль основной шкалы и нуль нониуса совпадают.
- Линейный нониус представляет собой короткую вспомогательную линейку с делениями, передвигаемую вдоль основания шкалы; деления на нониусе нанесены так, что 9 миллиметровых делений основной шкалы равняются по длине 10 делениям нониуса; это означает, что при цене деления основной шкалы $C_{\text{ш}} = 1$ мм цена деления нониуса $C_{\text{н}} = 0,9$ мм..
- Разность цен делений основной шкалы и нониуса называется ценой точности нониуса:
- $$C_{\text{т}} = C_{\text{ш}} - C_{\text{н}}$$
- Значение цены точности нониуса обычно указано на подвижной части штангенциркуля.



Методика измерения линейных размеров объекта при помощи штангенциркуля

- Для того, чтобы штангенциркулем произвести измерение, измеряемый предмет помещают между «щечками», которые сдвигают до соприкосновения (без сильного нажима) с предметом и закрепляют винтом Д. После этого фиксируют показания штангенциркуля по основной шкале и нониусу и находят измеренное значение величины по формуле линейного нониуса
- $$L_n = n_{и} + C_T \cdot k.$$
- Здесь $n_{и}$ – число целых делений основной шкалы штангенциркуля, лежащих в момент измерения левее нулевой метки нониуса; k – значение метки нониуса, совпавшей с какой-то меткой основной шкалы; C_T – цена точности нониуса (значение обычно указано на подвижной части штангенциркуля).

- измерение диаметра d тела штангенциркулем с ценой точности нониуса $C_T = 0,1$ мм. Число целых делений основной шкалы, лежащих левее нуля нониуса $n_{и} = 15$; совпадает с некоторым делением основной шкалы восьмое деление нониуса, т.е. $k = 8$. Отсюда следует, что
- $d_{и} = 15 + 0,1 \cdot 8 = 15,8$ мм.

