Лекція №5

МЕХАНІКА ГРУНТІВ

Грунт як деформоване тверде тіло. Напружено-деформований стан однорідного та шаруватого грунтового масиву

1.Грунт як деформоване тверде тіло

1.1. Про механіку ґрунтів

В розділі “Грунтознавство” вивчали походження різних ґрунтів, їх фізичні і будівельні властивості.

В розділі “Механіка ґрунтів” вивчаються механічні властивості грунтів, методи визначення напружень і деформацій в грунтових масивах, а також методи розрахунку ґрунтових масивів на міцність та стійкість.

Механічними прийнято називати властивості, які характеризують поведінку грунту під дією навантаження.

1.2. Поняття про навантаження, напруження, переміщення та деформації.

Навантаження

На ґрунтовий масив діють тривалі і короткочасні навантаження.

Тривалі (тривалістю від 10^2с до 10^2 років) :

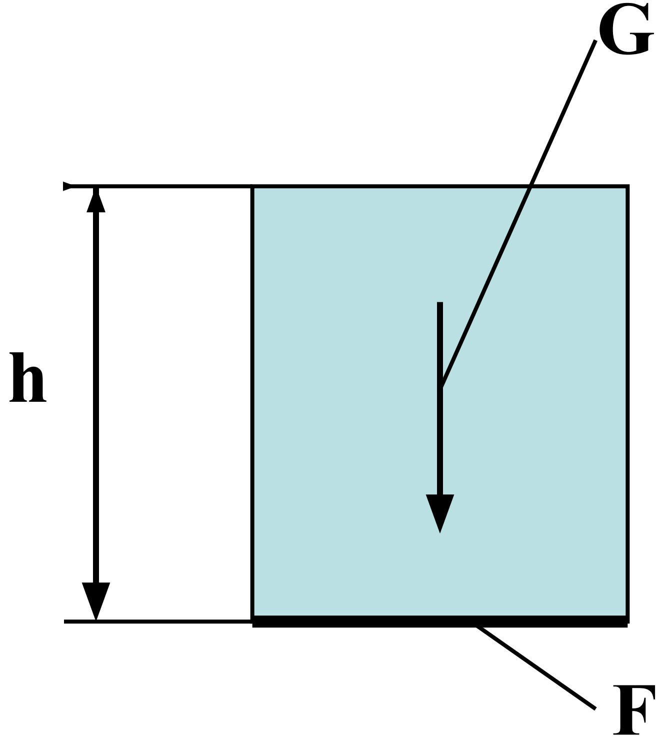
- **від власної ваги розташованого вище ґрунту;**
- **від ваги споруд, які опираються на ґрунт.**

Короткочасні (тривалістю від 10^{-3}с до 10 с):

- **від проїзду автомобілів, поїздів, літаків;**
- **від вібрації двигунів, генераторів, машин в приміщеннях.**

Приклади навантаження

1. На поверхню масиву площею F діє власна вага грунту G

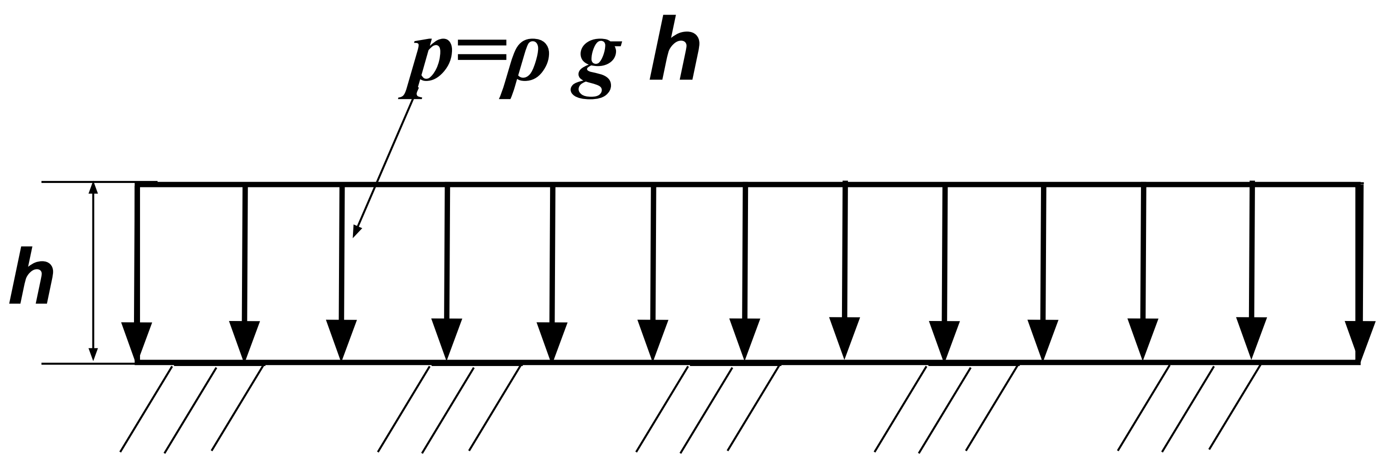


$$G = F \cdot h \cdot \rho \cdot g,$$

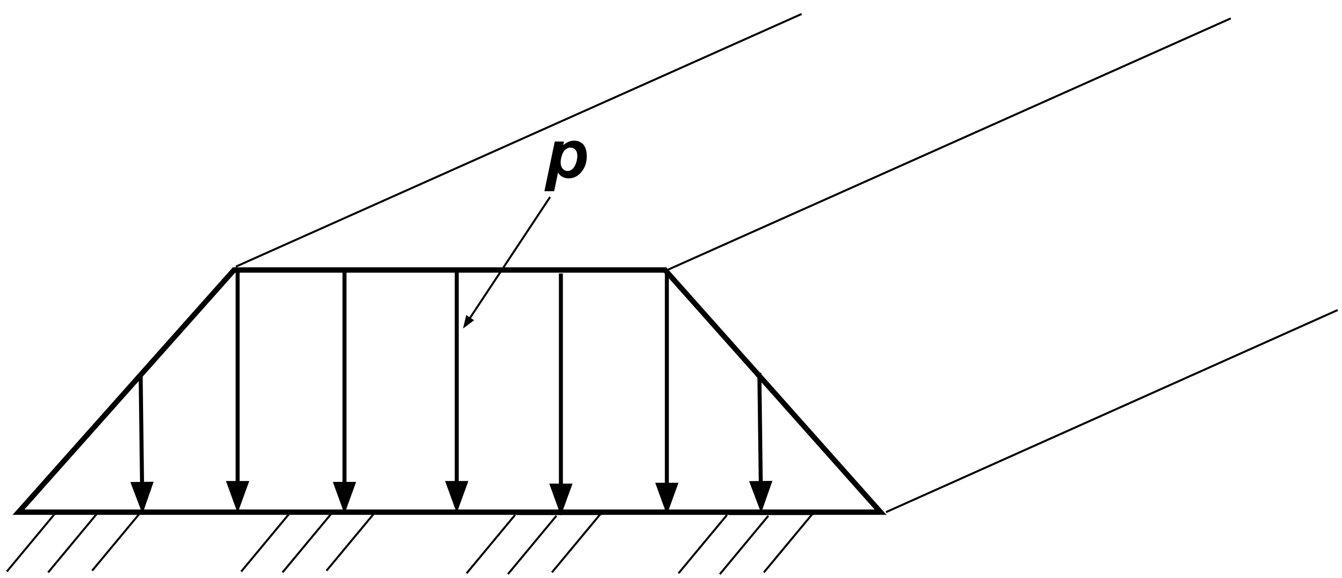
Це навантаження можна вважати суцільно розподіленим по всій поверхні.

Таким чином на масив, розміщений під шаром грунту товщиною h з щільністю ρ, діє рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю

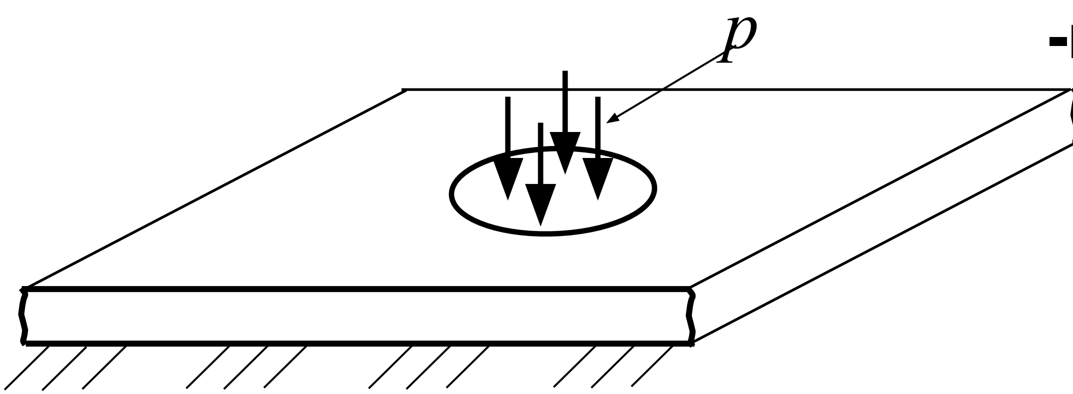
$$p = \frac{G}{F} = h \cdot \rho \cdot g$$



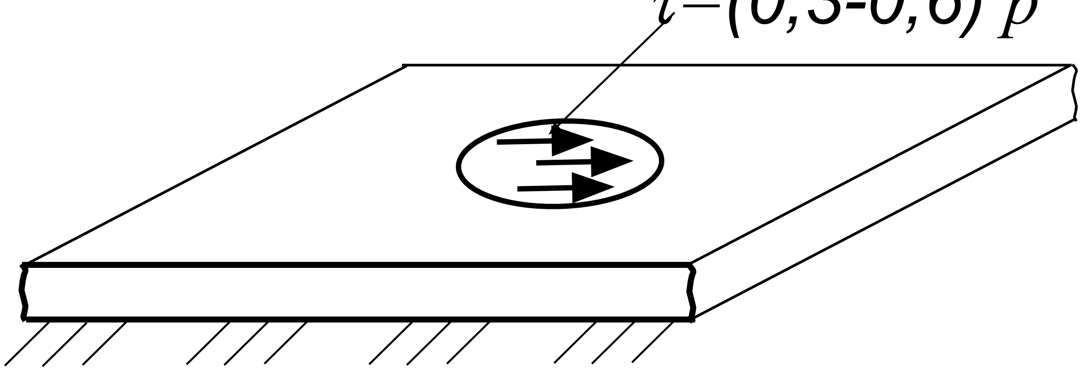
2. Навантаження від ваги насипу можна визначити розподіленим рівномірно уздовж безкінечної смуги, а поперек – по замкненій трапеції.



3. Навантаження від колеса автомобіля вважають рівномірно розподіленим по площині кола рівновеликого відбитку колеса



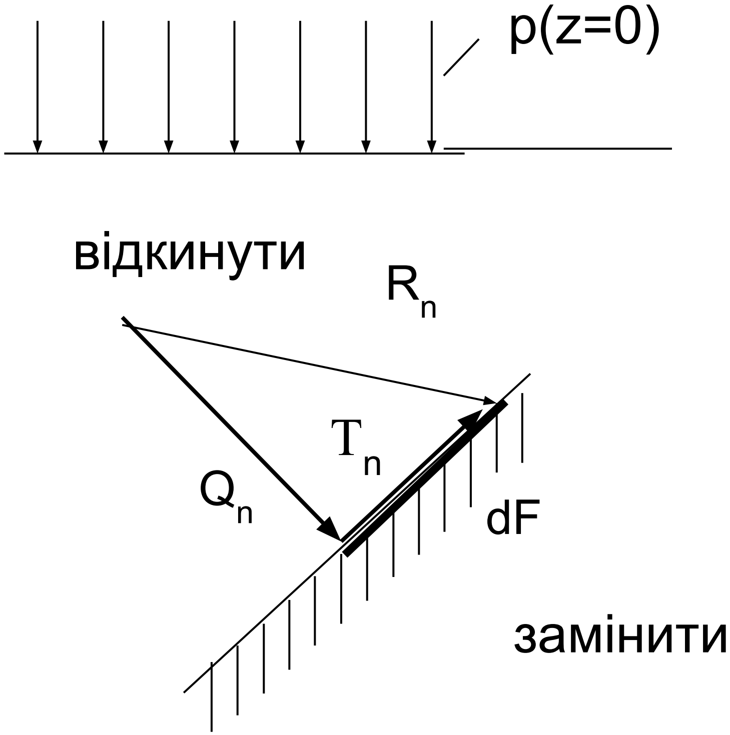
-нормальне навантаження (тривалість дії 0,1с – 10с, р≈0,5-1,0 МПа)



- дотичне навантаження при гальмуванні автомобіля (схили, перехрестя)

1.3. Напруження

Розглянемо навантажений ґрунтовий масив.



$$p_n = \frac{dR}{dF};\ p_n = \sqrt{\sigma_n + \tau_n}$$

$$\sigma_n = \frac{dQ_n}{dF};\ \ \tau_n = \frac{dT_n}{dF}$$

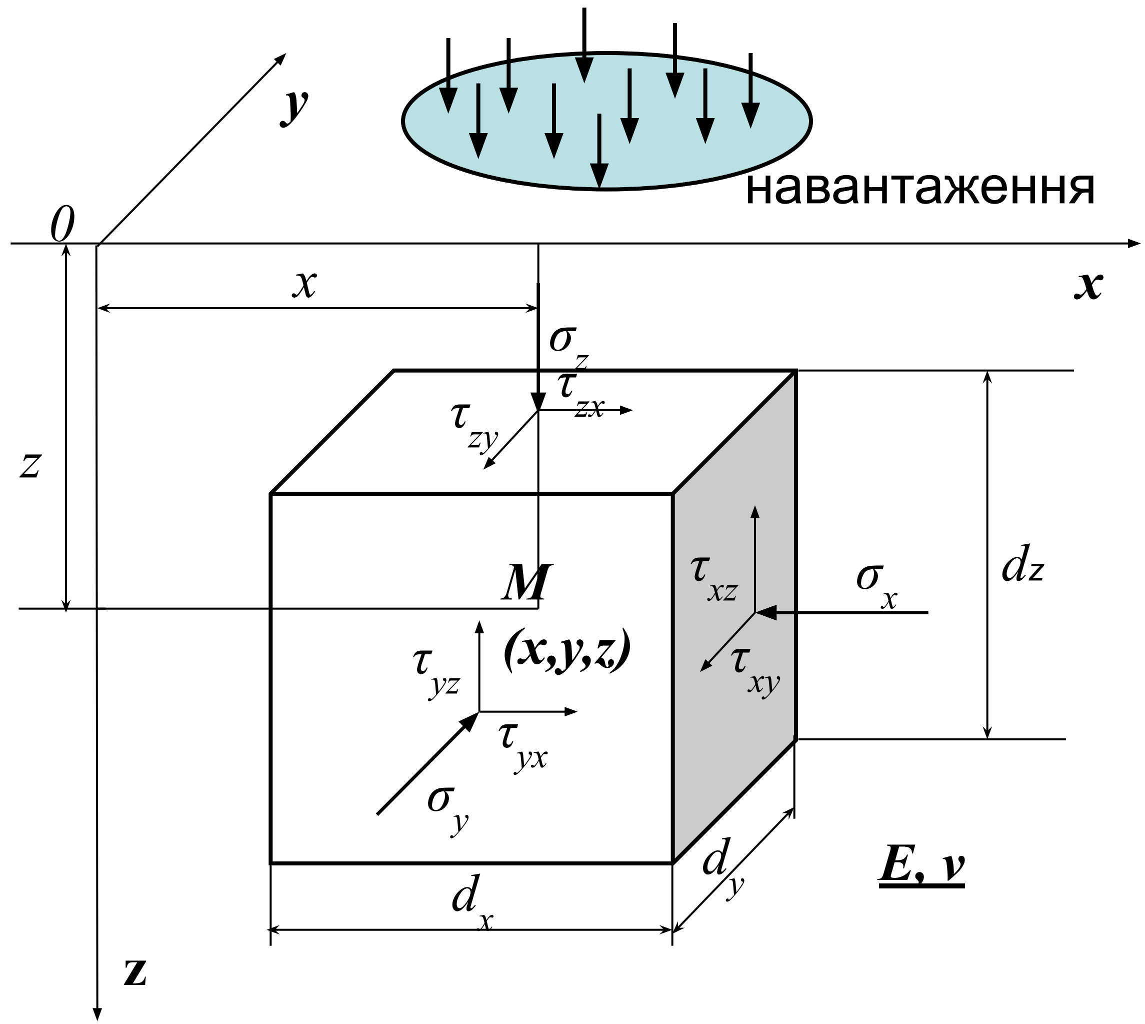
R – головний вектор внутрішньої сили, яка діє на дану площадку.

Якщо через деяку точку ґрунтового масиву, на поверхні якого діє навантаження p(z=0), провести довільну площину n і відкинути уявно всю частину масиву по один бік цієї площини, то потрібно замінити дію відкинутої частини на частину що залишилась - відповідною силою R. Внутрішня сила (p_n), яка приходиться на одиницю площі (F_n), називається напруженням.

Головний вектор напружень p_n зручно розкласти на складові: σ_n–нормальне напруження та τ_n – дотичне напруження.

1.4. Напружений стан в довільній точці ґрунтового масиву

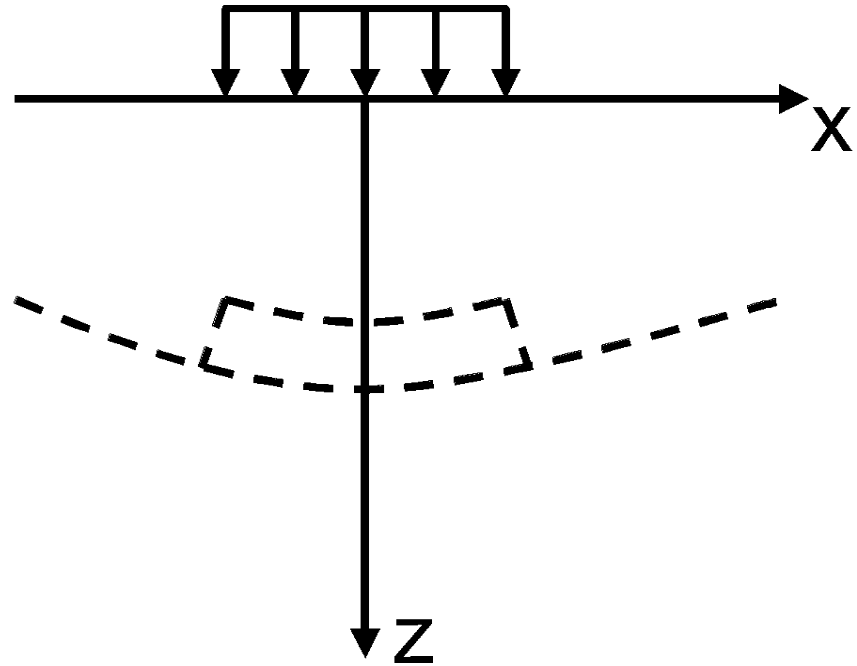
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$
$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$
$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$



Щоб охарактеризувати напружений стан в довільній точці M(x,y,z) ґрунтового масиву, розміщують початок декартових координат (0) в деякій точці поверхні масиву, виділяють поблизу точки M елементарний паралелепіпед з ребрами dx,dy,dz і позначають σ_x – вертикальне нормальне напруження. σ_y,σ_z– горизонтальні нормальні напруження. τ_{zy}, τ_{yz} однакові між собою по закону “парності” дотичних напружень, які діють по гранях паралельних осі X; τ_{zx}, τ_{xz} – те ж, паралельних осі У; τ_{xy}, τ_{yx}– те ж, паралельних осі Z.

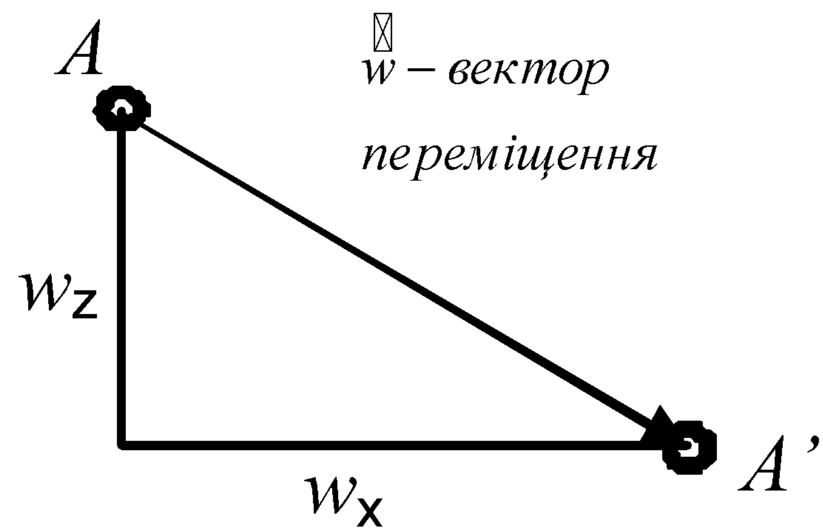
Враховуючи попарну рівність дотичних напружень, для повної характеристики напруженого стану необхідно знайти 3 нормальні і три дотичні компоненти напружень. Вони повинні бути встановлені, як функції координат точки, в якій визначаються напруження і як функція величин, які характеризують навантаження і матеріал масиву

1.5. Переміщення і деформація

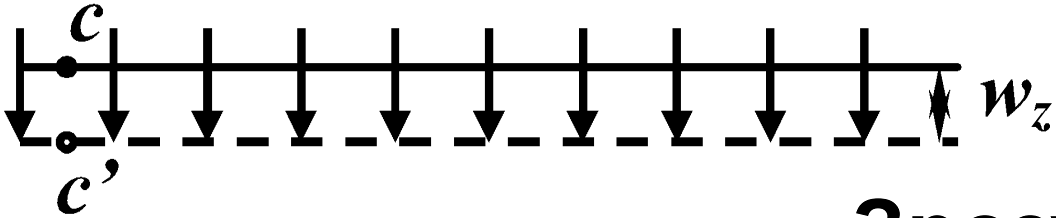


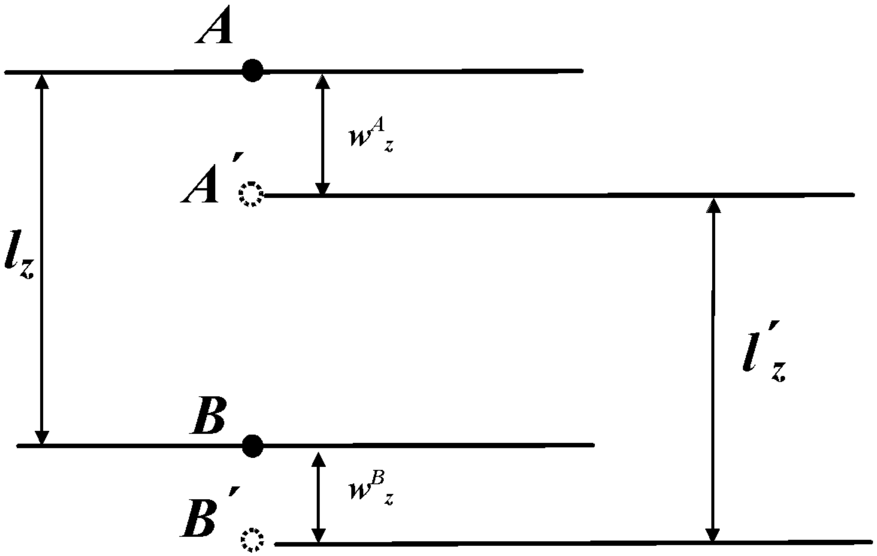
Напруження приводить до появи переміщень і деформацій (за Ньютоном, – сила – це причина переміщення).

<u>Переміщення – це зміна положення точки тіла</u> (векторна величина). Вектор переміщення $\vec{w}$ можна розкласти на складові w_z ,w_x



Наприклад, при рівномірному навантаженні всієї горизонтальної поверхні масиву нормальним до неї навантаженням всі точки цієї поверхні будуть мати однакові вертикальні переміщення w_z.





Зрозуміло, що точка А переміститься більше ніж В, так як вона “осяде” на стільки ж, і крім того “обіжметься” відрізок АВ. Тому $l_z > l_z$
(*тобто* $\Delta\, l_z = l_z' - l_z < 0$ - стиск)

Деформація– це зміна положення точок тіла відносно одна одній. Деформація буквально – зміна форми). Наприклад, при рівномірному навантаженні всієї поверхні масиву відстань між т.А і т.В змінилась на

$\Delta l = l'_Z - l_Z$ – абсолютна деформація.

Відношення $\varepsilon_Z = \dfrac{\Delta l}{l_Z}$ – відносна деформація в напрямку осі z.

Деформації і переміщення грунту зумовлені такими процесами:

1) обтиснення частинок і їх агрегатів;
2) зменшення оболонки зв’язаної води в зоні контакту при наближенні частинок;
3) обтиснення порової води та повітряних бульбашок;
4) руйнування агрегатів із частинок що склеїлись і руйнування окремих частинок;
5) видавлювання вільної води із пор;
6) перепакування зерен шляхом взаємного переміщення.

Переміщення і деформації, зумовлені першими трьома процесами, оборотні пружні (elastic) тобто вони зникають після розвантаження, а зумовлені останніми трьома процесами – не оборотні (plastic) тобто вони залишаються після розвантаження. Тому повне переміщення і повна відносна деформація складаються із пружної (e) і залишкової частин (p) :

$$w = w^{(e)} + w^{(p)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon^{(e)} + \varepsilon^{(p)}$$

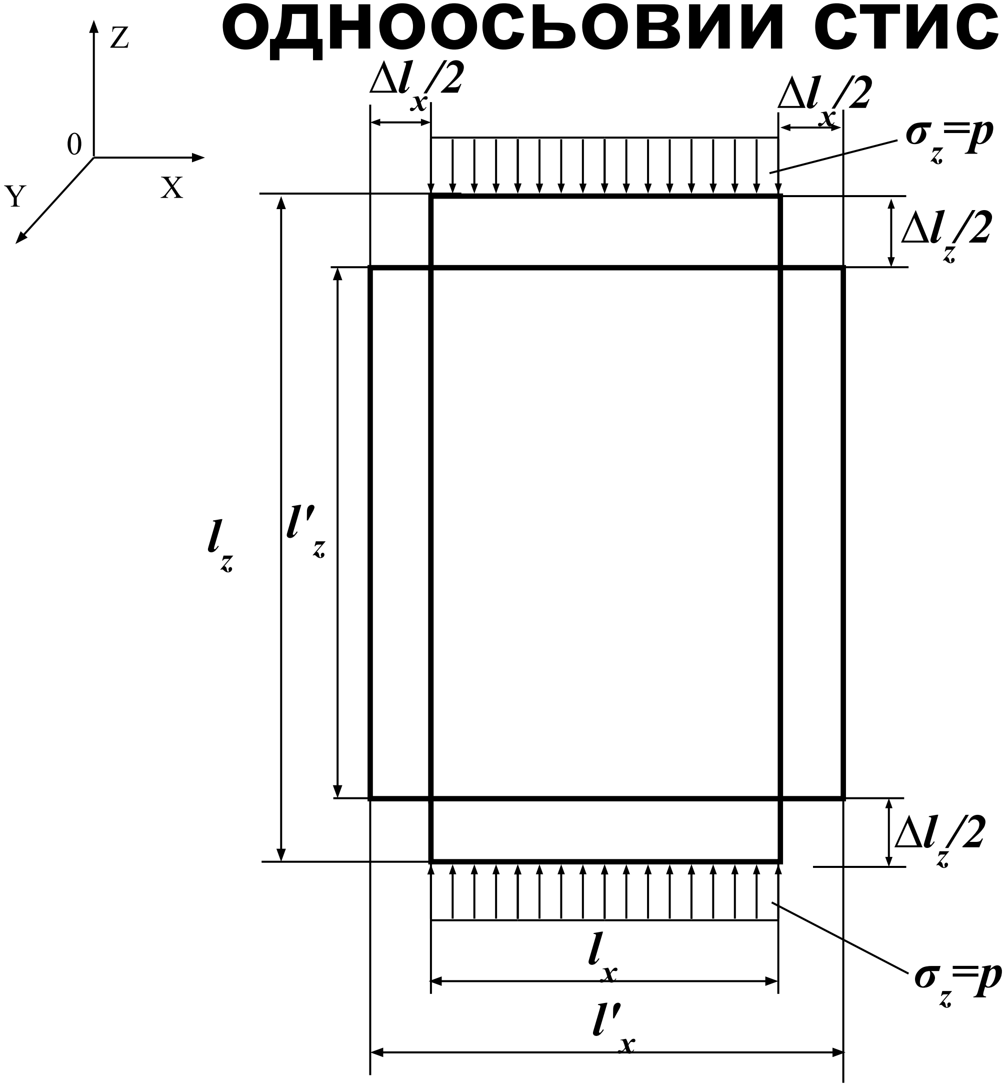
1.6. Деформаційні характеристики ґрунту

Механічні властивості ґрунту, які характеризують його поведінку під дією навантаження, поділяються на дві групи: деформаційні та міцнісні. Деформаційні характеристики визначають здатність ґрунтового масиву змінювати розміри і форму під дією навантаження. Міцнісні визначають здатність ґрунту протистояти дії навантажень.

До деформаційних характеристик відносяться: модуль пружності, модуль деформації, коефіцієнт пружної поперечної деформації, коефіцієнт поперечної деформації, а також коефіцієнт стисливості, просідання, консолідації.

Модуль пружності і коефіцієнт пружної поперечної деформації

Схема випробування зразка на одноосьовий стиск



При випробуванні грунту на одноосьове стискування нормальне напруження σ_z викликає зменшення поздовжнього розміру l_z до l_z' й збільшення поперечного розміру l_x до l_x'.

Як відомо, абсолютною поздовжньою деформацією є різниця:

$$\Delta l_Z = l_Z' - l_Z$$

$$\Delta lx = l_X' - l_X$$

абсолютною поперечною:

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta l_Z}{l_Z}$$

відносною

поздовжньою:

$$\varepsilon_X = \frac{\Delta l_X}{l_X}$$

відносною

Якщо залишкова деформація відсутня, то повна деформація рівна пружній

$$\varepsilon = \varepsilon^{(e)} + \varepsilon^{(p)} = \varepsilon^{(e)} + 0 = \varepsilon^{(e)}$$

Досвід показав, що в цьому випадку тобто при повністю оборотній деформації для багатьох матеріалів справедливий закон Гука (Р.Гук –1660р) :

<u>поздовжня відносна деформація пропорційна напруженню, що її викликало</u>

$$\varepsilon_Z^e = \frac{\sigma_Z}{E_e}$$

Постійна E_e – називається модулем пружності (модулем Юнга) і є важливою деформаційною характеристикою пружніх властивостей матеріалу.

Із закону Гука випливає, що модулем пружності є відношення поздовжнього нормального напруження до викликаної ним повздовжньої відносної пружної деформації в умовах одновісного напруженого стану :

$$E_e = \frac{\sigma_Z}{\varepsilon_Z^{(e)}}.$$

Приклади типових значеннь модуля пружності E_e:

сталь - 200000 МПа,
бетон – 30000 МПа,
оргскло – 3000 МПа,
пісок – 100 МПа,
супісок і глина в пластичному стані –20-100 МПа.

Поздовжня і поперечна пружні деформації також пов’язані одна з одною:

$$\varepsilon_X^{(e)} = -\nu_e \cdot \varepsilon_Z^{(e)}$$

де : ν_e – постійна, яка називається <u>коефіцієнтом пружної поперечної деформації</u> (<u>коефіцієнт Пуассона, 1892р</u>).

<u>Коефіцієнтом Пуассона називається взяте з від’ємним знаком відношення поперечної до поздовжньої відносних пружніх деформацій в умовах одновісного напруженого стану</u>

$$\nu_e = \frac{-\varepsilon_X^{(e)}}{\varepsilon_Z^{(e)}}$$

Типові значення ν_e :

сталь – 0,3,

бетон – 0,16,

пісок – 0,25,

супісок і суглинок в пластичному стані – 0,35.

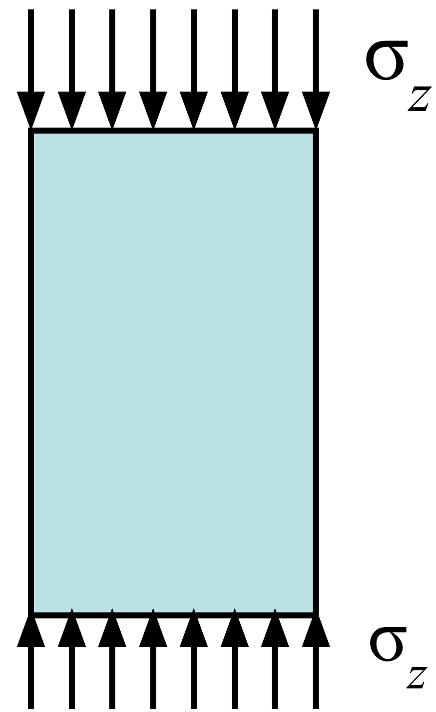
Для ідеального пружнього тіла E_e , ν_e – повний набір констант в тому розумінні, що вони дають всю інформацію про властивості тіла, необхідних для визначення виникаючих в ньому напружень, переміщень, деформацій при різних навантаженнях.

Зв'язок між напруженням та деформаціями у просторовому напруженому стані

При одновісному напруженому стані коли

$$\sigma_z \neq 0, \qquad \sigma_x = \sigma_y = 0,$$

Закон Гука дає деформації



$$\varepsilon_Z^e = \frac{\sigma_Z}{E_e}$$

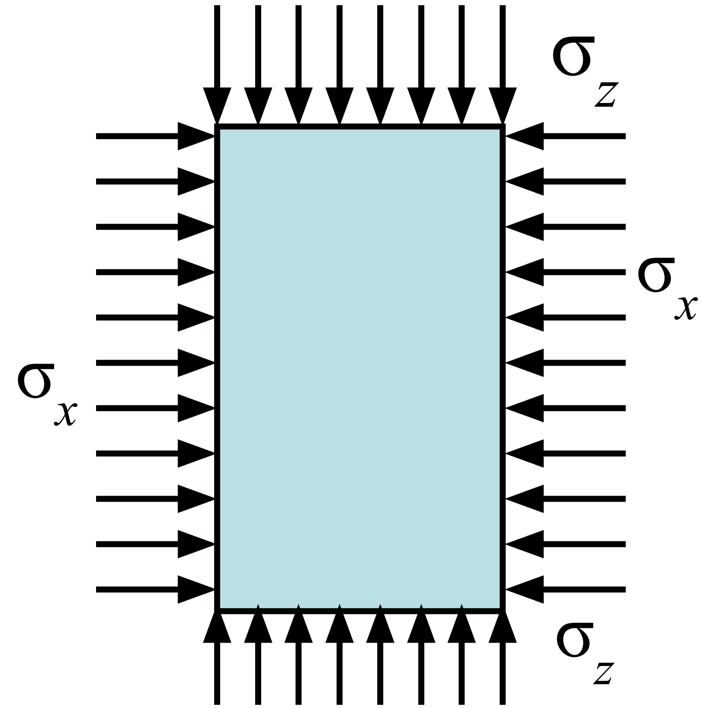
$$\varepsilon_x^{(e)} = \varepsilon_y^{(e)} = -\nu_e \varepsilon_z^{(e)} = -\nu_e \frac{\sigma_z}{E_e}$$

При просторовому напруженому стані:

$$\sigma_z \neq 0,$$

$$\sigma_x \neq 0,$$

$$\sigma_y \neq 0,$$



В трьохвимірному напруженому стані залежність між напруженнями та пружними відносними деформаціями відображається трьома рівняннями закону Гука (відносні деформації визначаються додаванням виходячи з незалежності дії сил):

$$\varepsilon_X^{(e)} = \frac{1}{E_e}\left[\sigma_X - \nu_e(\sigma_y + \sigma_Z)\right]$$

$$\varepsilon_y^{(e)} = \frac{1}{E_e}\left[\sigma_y - \nu_e(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_Z^{(e)} = \frac{1}{E_e}\left[\sigma_Z - \nu_e(\sigma_X + \sigma_y)\right]$$

За допомогою цих залежностей розв’язані різноманітні задачі про напружено-деформаційний стан суцільного середовища і розроблений потужний апарат розрахунку.

2. Напружено-деформований стан однорідного грунтового масиву

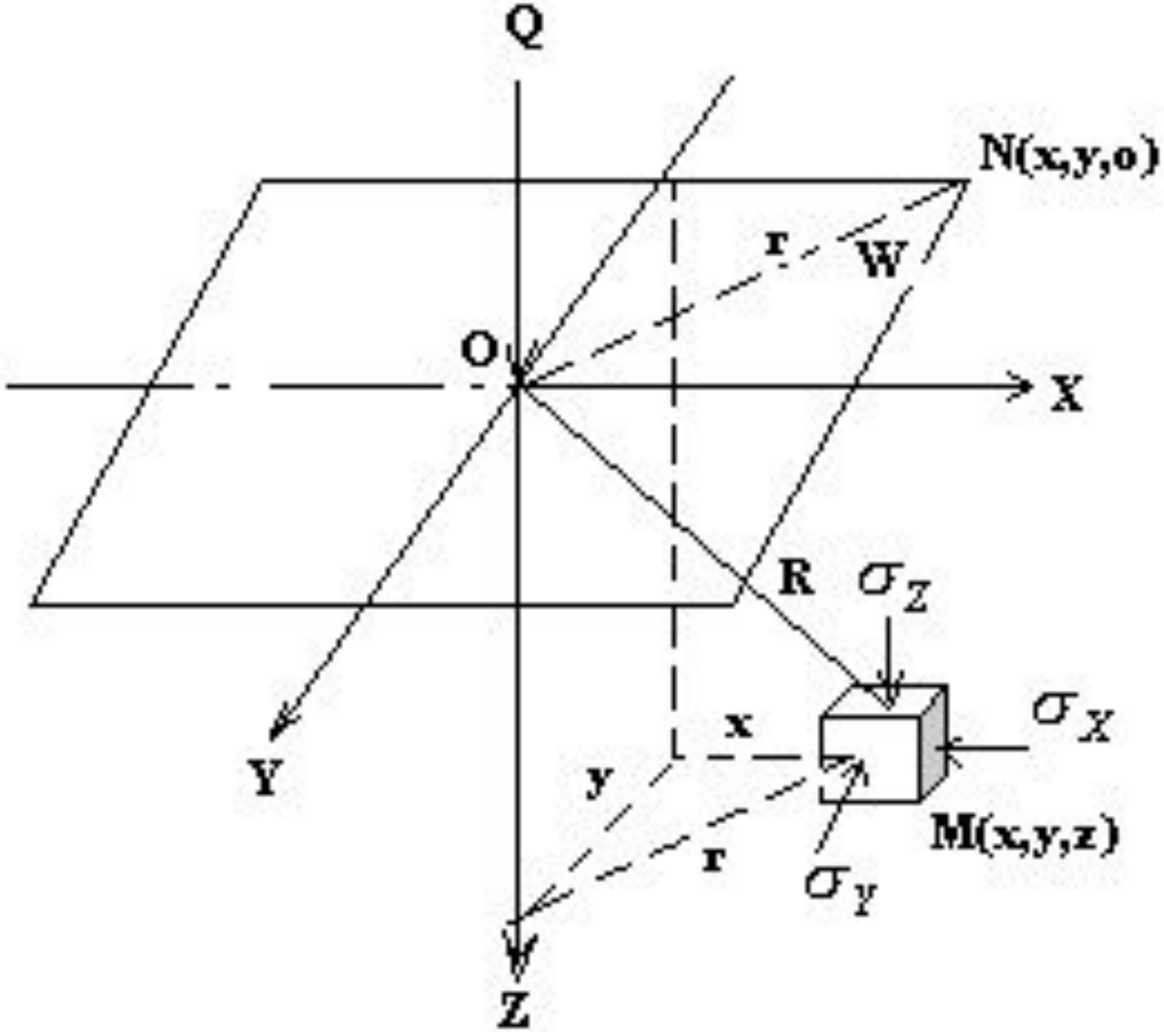
2.1. Граничний стан в механіці грунтів

Всі інженерні споруди розраховують за двома групами граничного стану:

1. **По непридатності до експлуатації – по міцності, несучій здатності, загальній стійкості;**
2. **По непридатності до нормальної експлуатації – по переміщенням, по місцевій стійкості.**

Для цього потрібно вміти знаходити напруження в грунті

2.2. Дія зосередженого навантаження на однорідний ґрунтовий масив



Розглядається ґрунтовий масив, який являє собою однорідний напівпростір – частина простору обмежена площиною Х0У. Матеріал напівпростору характеризується модулем Е (пружності або деформації) і коефіцієнтом поперечної деформації ν. Вважається, що залежність між напруженням і деформацією лінійна, тобто відповідає закону Гука.

В точці, яка співпадає з початком координат, прикладене зосереджене навантаження перпендикулярне граничній площині. Потрібно в довільній точці М(x, y,z) визначити напруження і переміщення.

Точне розв'язання цієї задачі одержав Жозеф Буссінеск – французький математик і механік у 1885 році методами теорії пружності.

<u>Напруження</u> по горизонтальній площині, паралельній граничній площині, визначається формулами:

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}; \quad \tau_{zx} = -\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{x \cdot z^2}{R^5},$$

$$\tau_{zy} = -\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{y \cdot z^2}{R^5}.$$

В механіці грунтів стискуючі нормальні напруження вважаються додатні "+".

Вертикальні переміщення точок поверхні масиву

$$w_{(r,z=0)} = \frac{Q\cdot(1-\nu^2)}{\pi\cdot E\cdot r}.$$

В цих формулах $R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ **- найкоротша відстань від точки, в якій визначається напруження, до точки прикладання сили;**

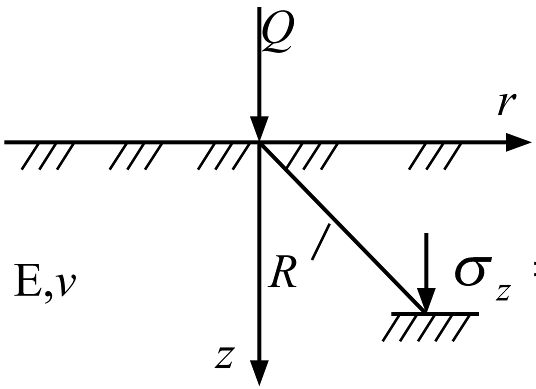
$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

– найкоротша відстань від даної точки до лінії дії зосередженого навантаження (тобто до осі Z).

Часткові випадки

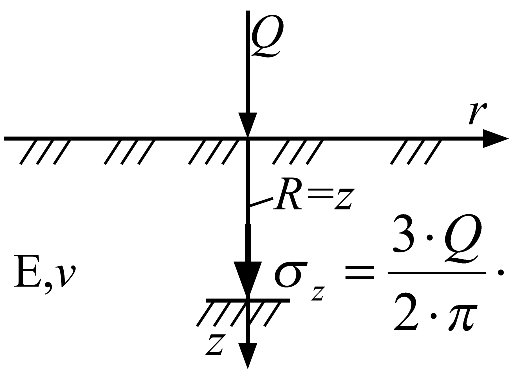
Вертикальне нормальне напруження

при r≠0, z≠0



$$\sigma_z = \frac{3\cdot Q}{2\cdot\pi}\cdot\frac{z^3}{R^5}$$

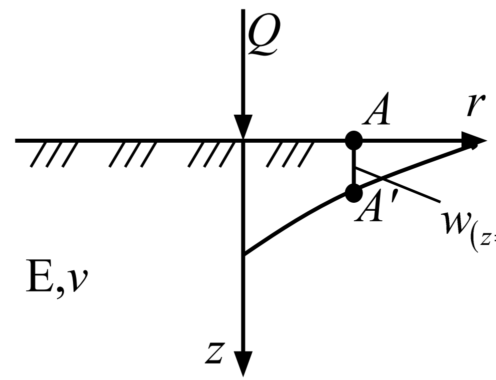
при r=0, z≠0



$$\sigma_z = \frac{3\cdot Q}{2\cdot\pi}\cdot\frac{1}{z^2}$$

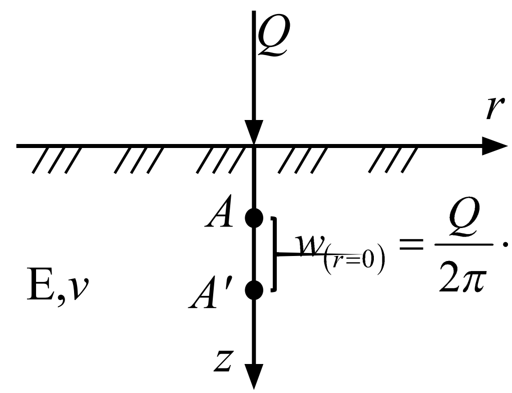
Вертикальне переміщення

при r≠0, z=0



$$w_{(z=0)} = \frac{Q}{\pi}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{(1-\nu)}{E}$$

при r=0, z≠0



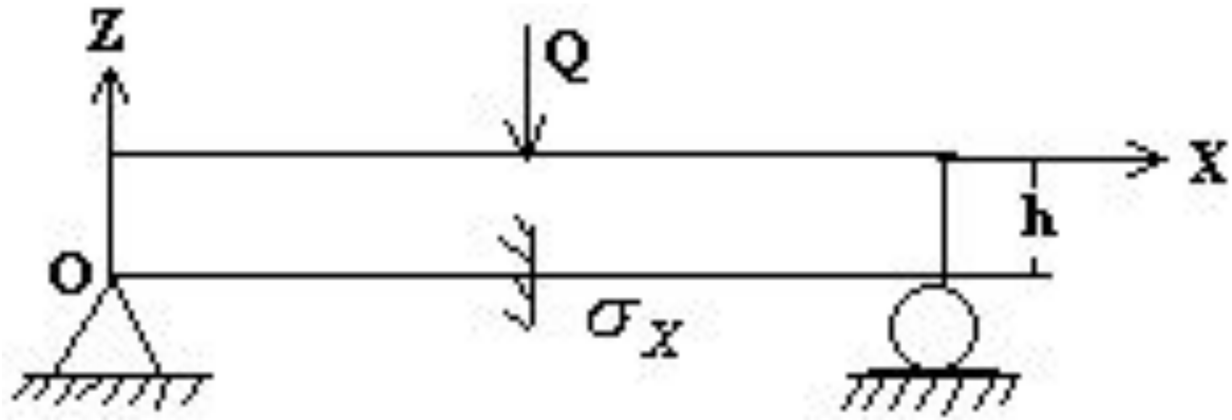
$$w_{(r=0)} = \frac{Q}{2\pi}\cdot\frac{1}{z}\cdot\frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{E}$$

Із формули Буссінеска випливає, що напруження по горизонтальній площадці не залежить від Е та ν, тобто вони не залежать від деформаційних характеристик матеріалу масиву (грунт, залізо, пух).

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}; \qquad \tau_{zx} = -\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{x \cdot z^2}{R^5},$$

$$\tau_{zy} = -\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{y \cdot z^2}{R^5}.$$

Аналогічно ця особливість характерна також для балки на двох опорах:



$$M_{\max} = \frac{Ql}{4}; \qquad W = \frac{bh^2}{6}; \qquad \sigma_X = \frac{M_{\max}}{W}$$

<u>Приклад</u>:

До горизонтальної поверхні масиву прикладено вертикальне зосереджене навантаження 400 кН. Визначити вертикальне нормальне напруження під точкою прикладання навантаження на глибинах 2, 3 і 4 м

Дано:

Q=400 кН; r=0, x=0.

Знайти:

σ_z*(z=2 м) - ?;* σ_z *(z=3 м) - ?;* σ_z *(z=4 м) - ?*

Розв'язок:

За формулою Буссінеска - $\sigma_z = \dfrac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot \dfrac{z^3}{R^5};$

Оскільки

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = |z|,$$

тоді

$$\sigma_z = \frac{3}{2\cdot\pi} Q \frac{1}{z^2} \approx 0{,}5 \cdot Q \cdot \frac{1}{z^2}.$$

Таким чином

$$\sigma_{z=2} = 0{,}5 \cdot 400 кН \cdot \frac{1}{2^2 м^2} = 50 кПа = 0{,}05\ МПа$$

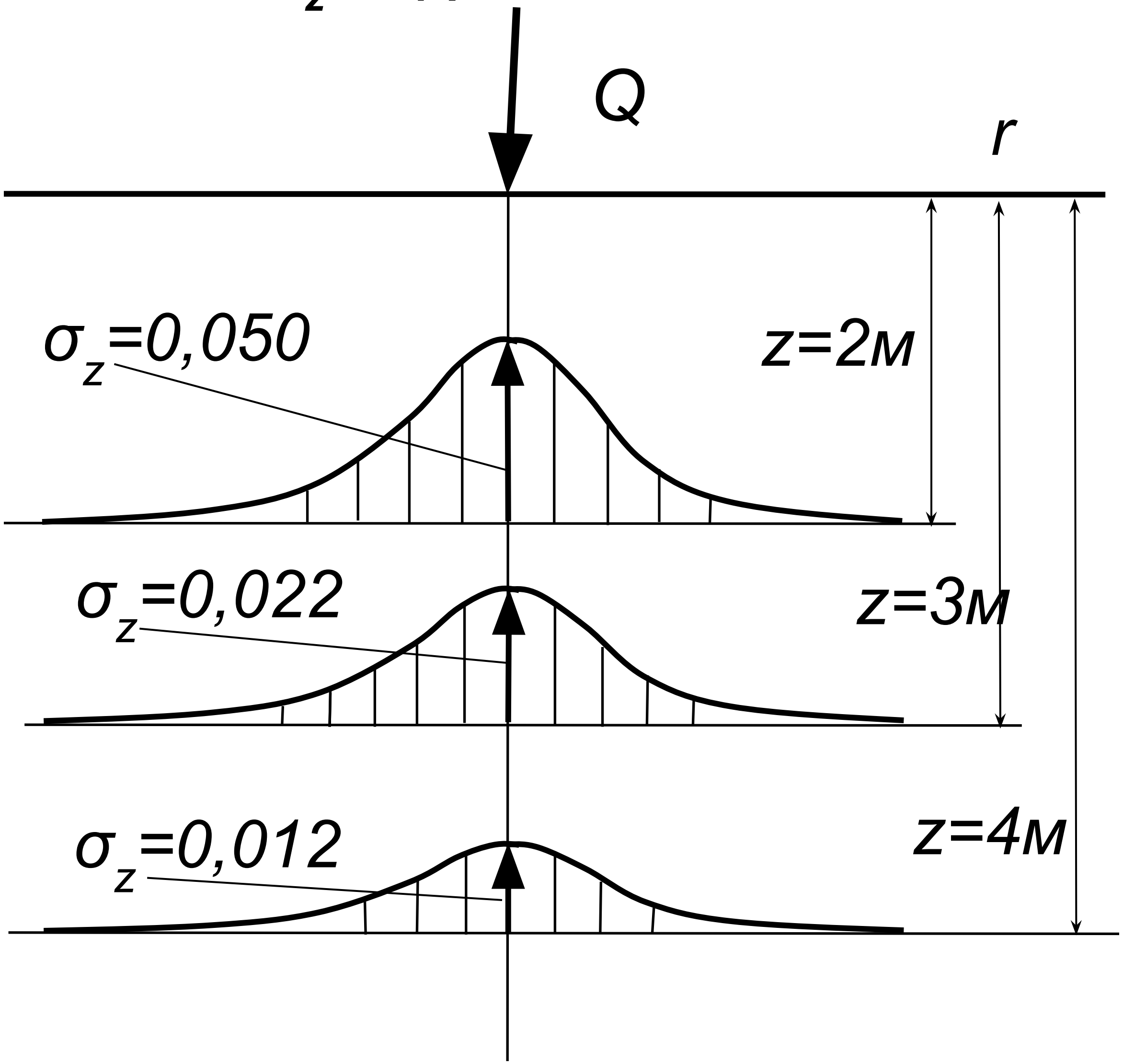
$$\sigma_{z=3} = 0{,}5 \cdot 400 кН \cdot \frac{1}{3^2 м^2} = 22 кПа = 0{,}022\ МПа$$

$$\sigma_{z=4} = 0{,}5 \cdot 400 кН \cdot \frac{1}{4^2 м^2} = 12{,}5 кПа = 0{,}012\ МПа$$

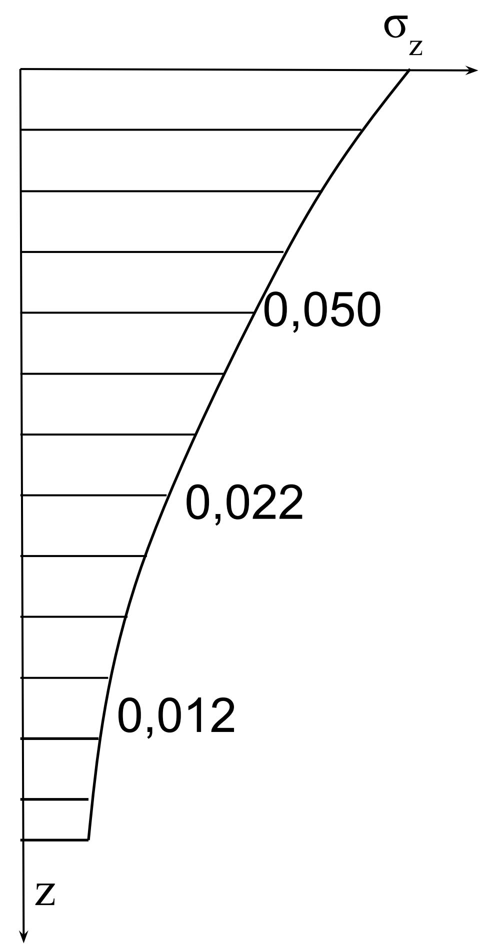
Характер епюр σ_z та w_z

Епюри напружень σ_z

Епюри σ_z =f (r)при різних z

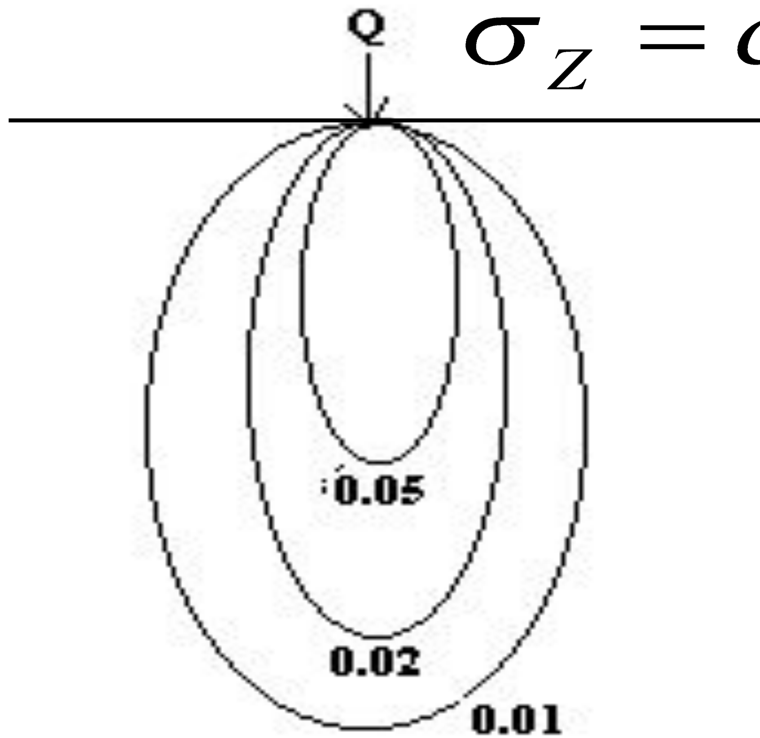


Епюра зміни σ_z (r=0)= f (z)

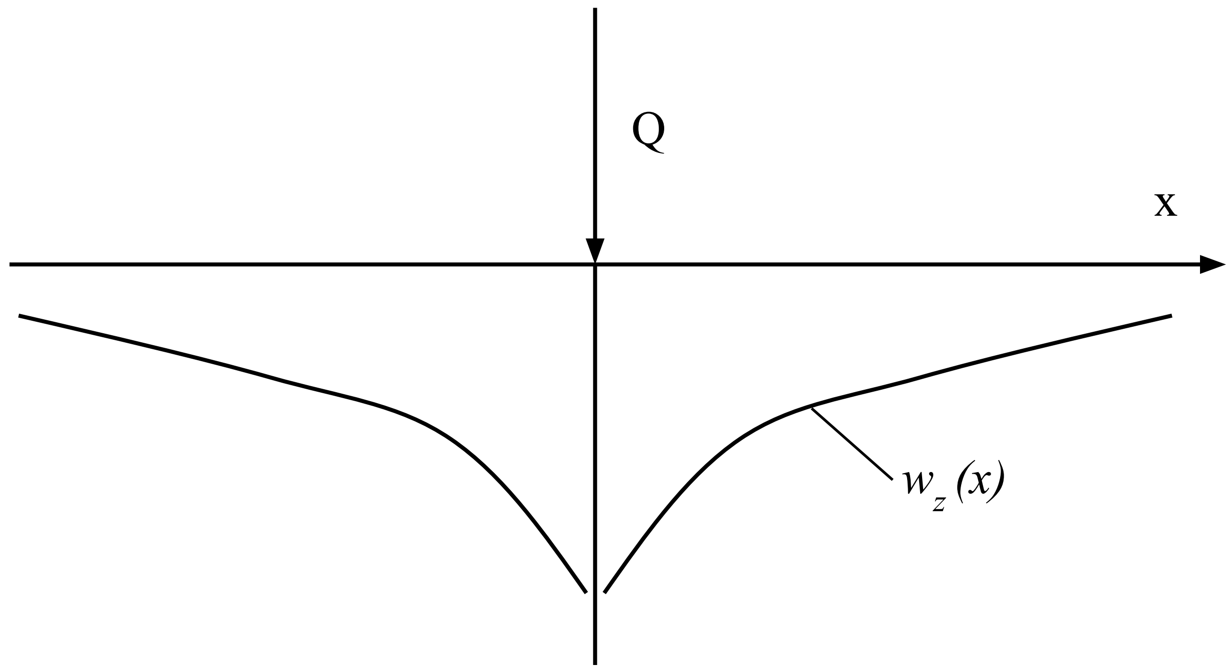


Ізобари σ_z (лінії рівних σ_z) “цибулина” напружень

$$\sigma_Z = const$$



Епюра вертикальних переміщень *w*



В точці прикладання навантаження отримаємо $\sigma_z \to \infty$ і $w \to \infty$.

2.3. Визначення напружень і переміщень масиву під дією різних навантажень

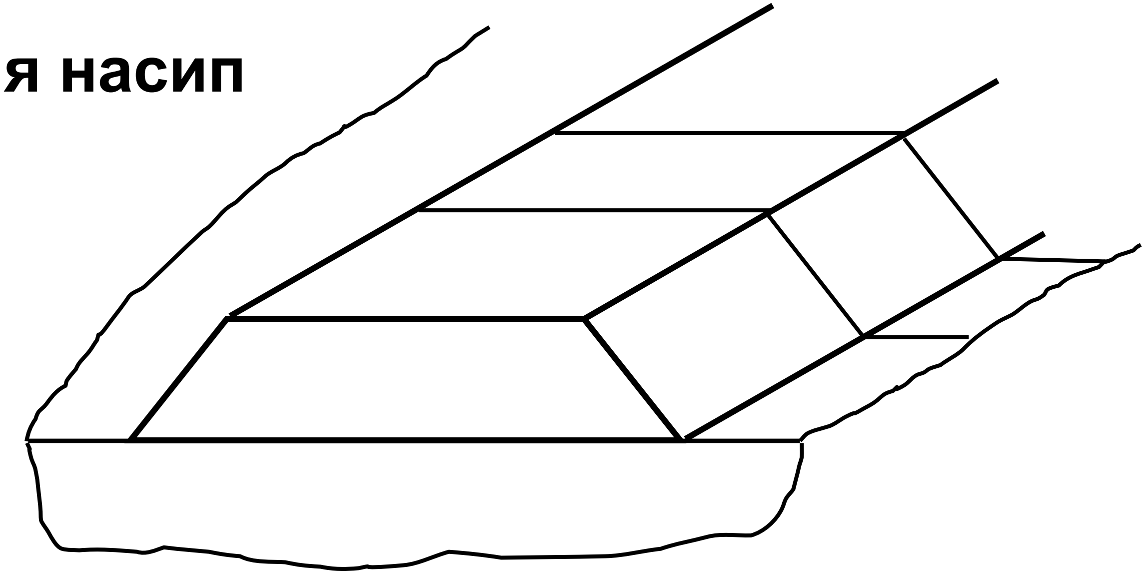
Відрізняють дві основні схеми визначення напружень і переміщення ґрунтового масиву:

1. **Умови плоскої задачі.**
2. **Умови просторової задачі.**

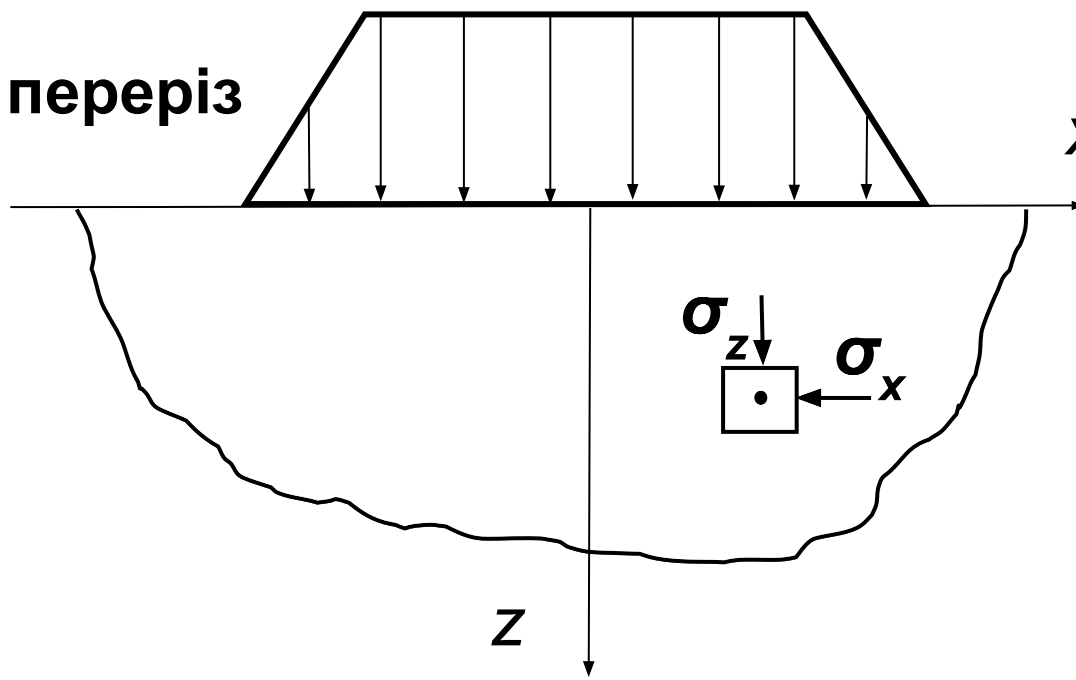
Плоска задача

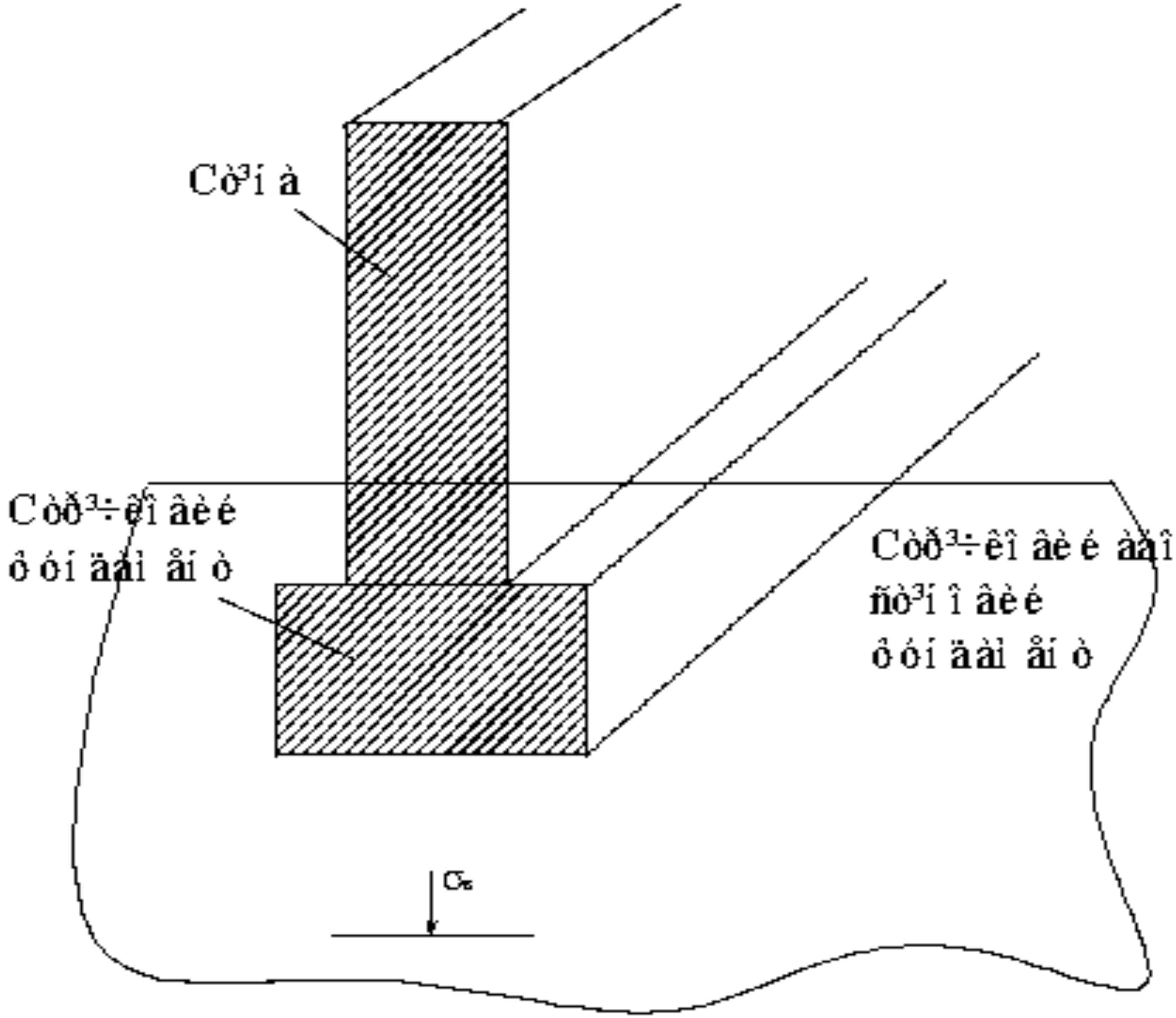
Розрахункову схему плоскої задачі використовують у випадках, коли вздовж однієї із координатних осей навантаження і напружений стан не міняються. Наприклад, довжина автодорожнього насипу який має приблизно постійну висоту, може значно перевищувати його ширину. Оскільки в усіх поперечних перерізах насипу і розміщеного під ним масиву напружено-деформований стан від власної ваги грунту однаковий, достатньо визначити його для одного з цих перерізів. Другим прикладом є стрічковий або стіновий фундамент.

Дорожня насип

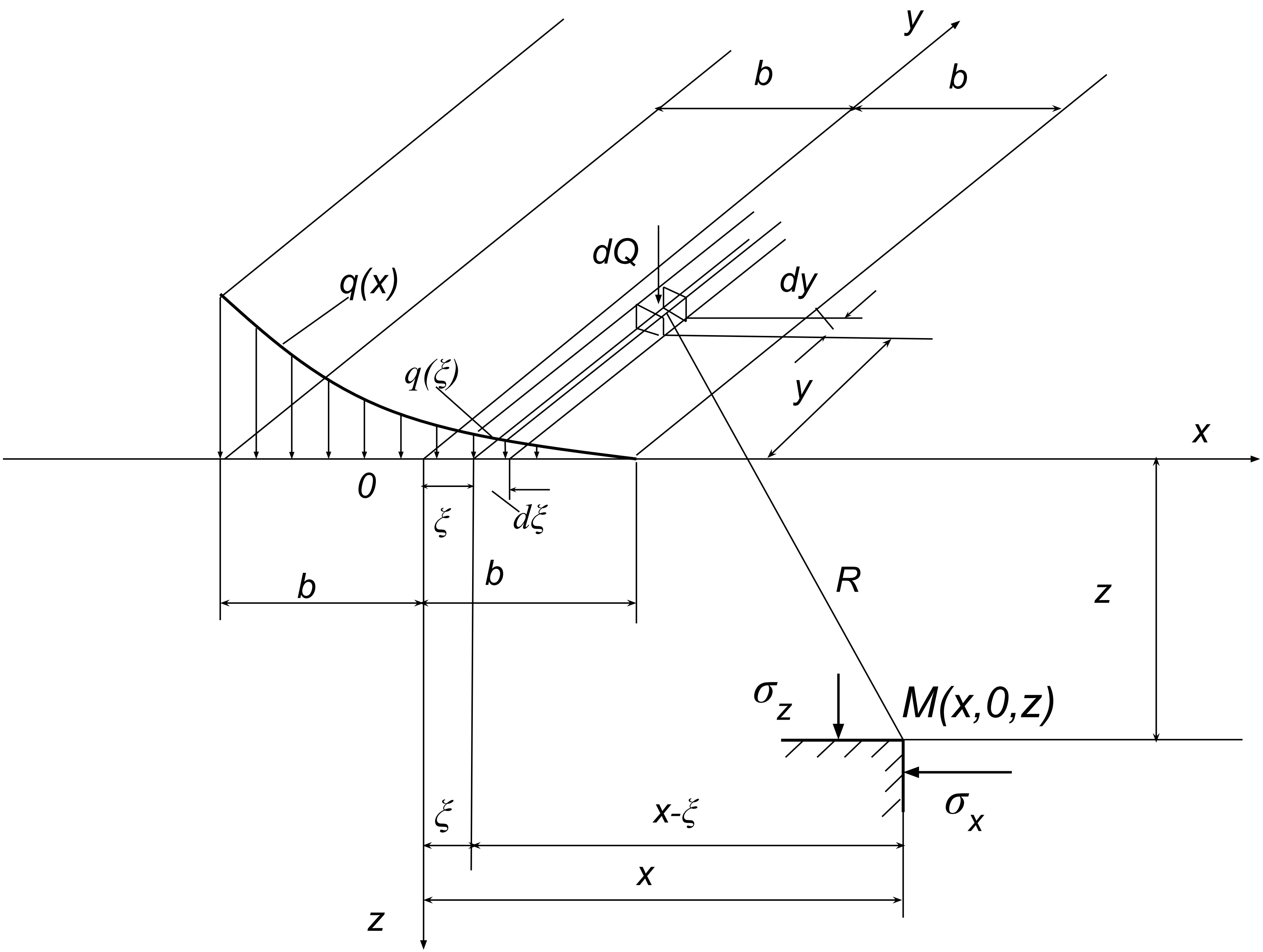


Типовий переріз




Cò³i à
Còð³÷êî âèé
ò óí äài åí ò
Còð³÷êî âèé àäî
ñò³í î âèé
ò óí äài åí ò
σz

Загальна розрахункова схема плоскої задачі



Нехай вертикальне навантаження розподілене по горизонтальній смузі, яка безмежно простирається вздовж осі "У" і має ширину 2b уздовж осі "Х". По довжині смуги інтенсивність навантаження не міняється , а по ширині міняється по закону q(x). Вибираємо типовий поперечний переріз площиною XOZ і визначимо вертикальне нормальне напруження σ_Z у точці M(x;y=0;z).

Для цього виділимо на відстані ξ вздовж осі X і y вздовж осі У від початку координат елементарну ділянку поверхні масиву площею dξdy.

На цю ділянку діє елементарне навантаження dQ=q(ξ)dξdy. Будемо його вважати зосередженим.

Тоді по формулі Буссінеска напруження $d\sigma_z$ в точці М від навантаження dQ буде

$$d\sigma_z = \frac{3z^3}{2\pi} \cdot \frac{dQ}{R^5} = \frac{3z^3}{2\pi R^5} \cdot q(\xi)d\xi dy,$$

де $$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + z^2}$$

– найкоротша відстань між центрами елементарної ділянки і точкою в якій визначається напруження.

Інтегруючи це рівняння по осі Х від (– *в*) до (+*в*) і уздовж всієї осі Y одержимо

$$\sigma_z = \frac{3z^3}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-в}^{в}\frac{q(\xi)d\xi dy}{\left[(x-\xi)^2+y^2+z^2\right]^{\frac{5}{2}}}.$$

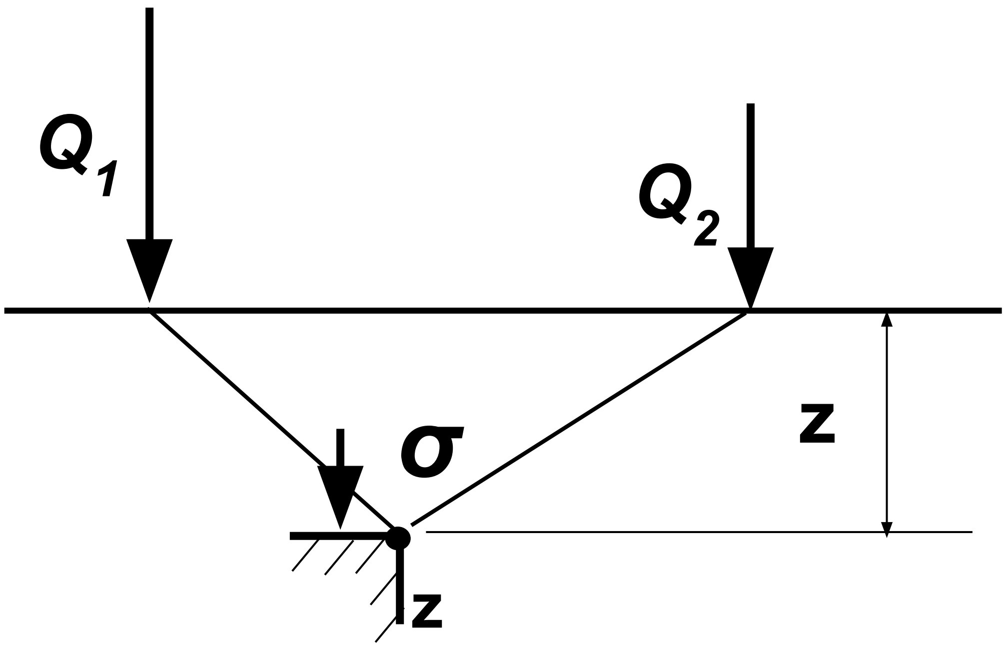
Цей інтеграл визначений для різних видів навантажень q(x): тобто стосовно різних видів q(ξ) і є готові таблиці для здійснення інженерних розрахунків.

Просторова задача

Схему просторової задачі використовують, коли розміри області прикладання навантаження співрозмірні між собою: відбиток колеса автомобіля, опора моста і таке інше.

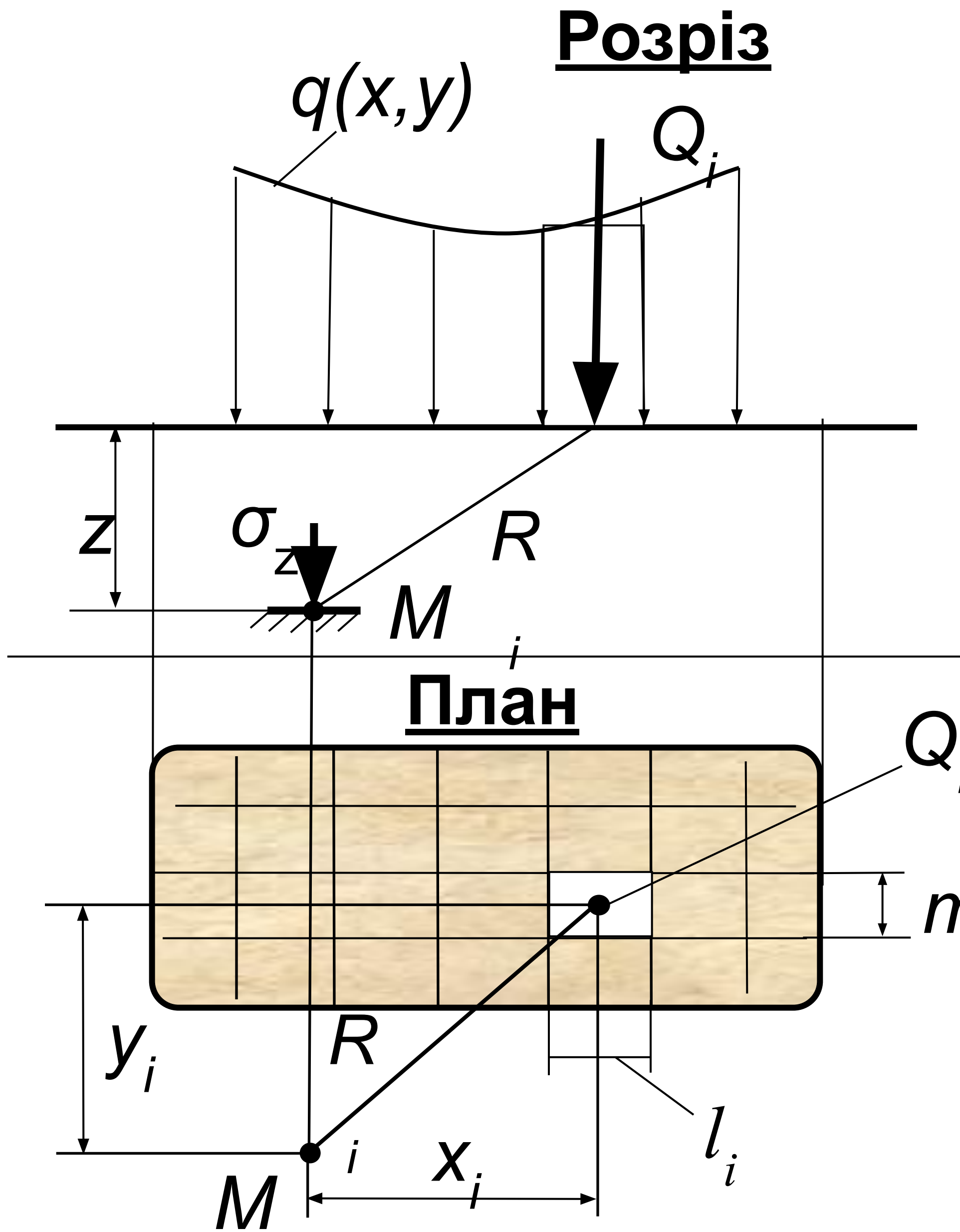
Напруження і переміщення від довільного навантаження визначають на основі рішення для зосередженого навантаження.

Наприклад, σ_z від дії двох зосереджених навантажень:



$$\sigma_z = \frac{3Q_1}{2\pi}\frac{z^3}{R_1^5} + \frac{3Q_2}{2\pi}\frac{z^3}{R_2^5} = \frac{3z^3}{2\pi}\left(\frac{Q_1}{R_1^5} + \frac{Q_2}{R_2^5}\right)$$

Загальна розрахункова схема просторової задачі



Напруження в даній точці від довільного навантаження визначають наступним чином:

всю навантажену площу розбивають на малі площинки. Навантаження на кожну із них

$$Q_i = l_i m_i q_i,$$

вважають зосередженим:

$$\sigma_Z = \frac{3Z^3}{2\pi} \cdot \frac{Q_i}{R_i^5}.$$

Визначають від кожної із них напруження і підсумовують:

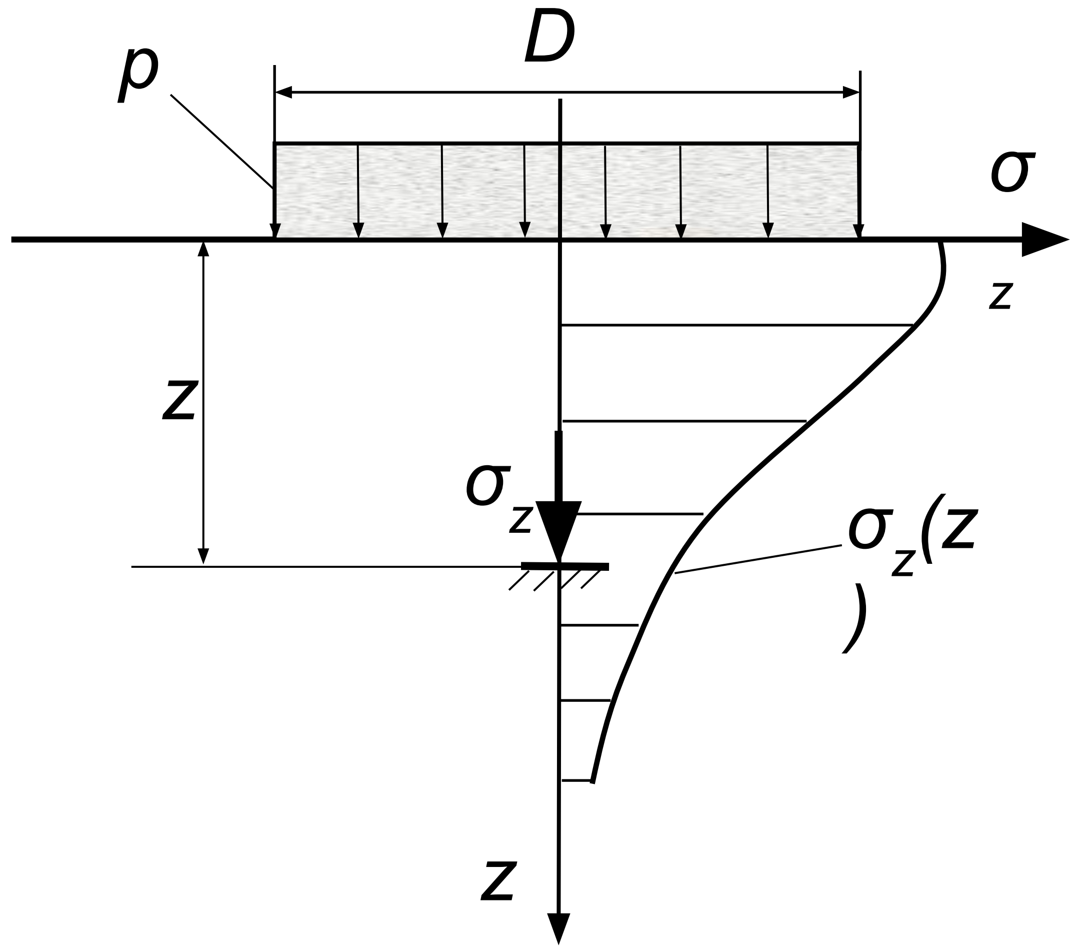
$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} z^3 \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i m_i q_i}{\left[(x-\xi)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{5}{2}}}$$

($z>2m_i$ або $z>2l_i$).

Такий метод необхідно використовувати для z>2m_i або z>2l_i

Чим більше n, тим вище точність визначення. Такий метод добре алгоритмізується, зводиться до повторних операцій і реалізовується на ПЕОМ.

Дія навантаження, розподіленого по круговій площі



Для розрахунку одягу автомобільної дороги на міцність, розрахунку основ під круглим фундаментом важливе значення має випадок дії нормального навантаження, рівномірно розподіленого по круговій площі.

В точках, розміщених під центром навантаженого круга, інтегрування формули Буссінеска дає:

$$\sigma_Z(x=0'\,y=0'\,z)=P\left(1-\frac{1}{\left[1+(\frac{D}{z_2})^2\right]^{3/2}}\right)$$

$$npu\ \ z=0,\ \sigma_z=P$$

$$npu\ \ \mathrm{z}\to\infty,\ \sigma_z\to 0$$

Максимальне вертикальне переміщення (прогин) при гнучкому штампі:

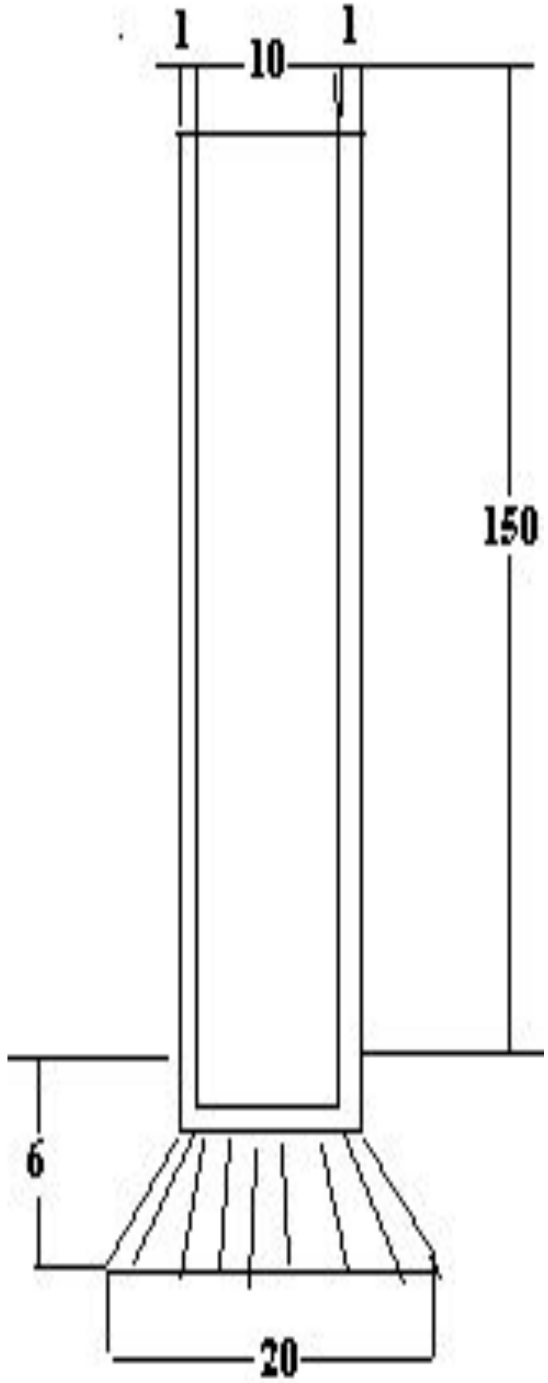
$$w = \frac{p \cdot D \cdot (1 - \nu^2)}{E};$$

при жорсткому штампі:

$$w = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{p \cdot D \cdot (1 - \nu^2)}{E}$$

<u>Приклад:</u>

Димова труба ТЕЦ з масою 7850т має залізобетонних фундамент з круговою підошвою діаметром 20 м. Він опирається на основу із глинистого грунту з модулем деформації 20 МПа і коефіцієнтом поперечної деформації 0,3. Визначити вертикальне нормальне напруження на глибині 10 м під центром фундаменту (вважаючи від його підошви) і переміщення центра підошви.



Дано:

m=7850 т *; D=20 м , ε=20 МПа, ν=0.3,*

$$Q = mg = 7850 \cdot 10^3 \,кг \cdot 10 \, {}^{м}\!/_{c^2} = 78{,}5 MH$$

Площа підошви

$$F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 314 м^2$$

Середній тиск на поверхню грунту під трубою

$$P = \frac{Q}{F} = \frac{78.5MH}{314 м^2} = 0{,}25 МПа$$

Знайти: $\sigma_Z(Z' = 10)$ *w(z=0, r=0)- ?*

Розв’язок:

$$\sigma_Z(Z=10) = P\left(1 - \frac{1}{\left[1+(\frac{20}{2\cdot 10})^2\right]^{3/2}}\right) =$$

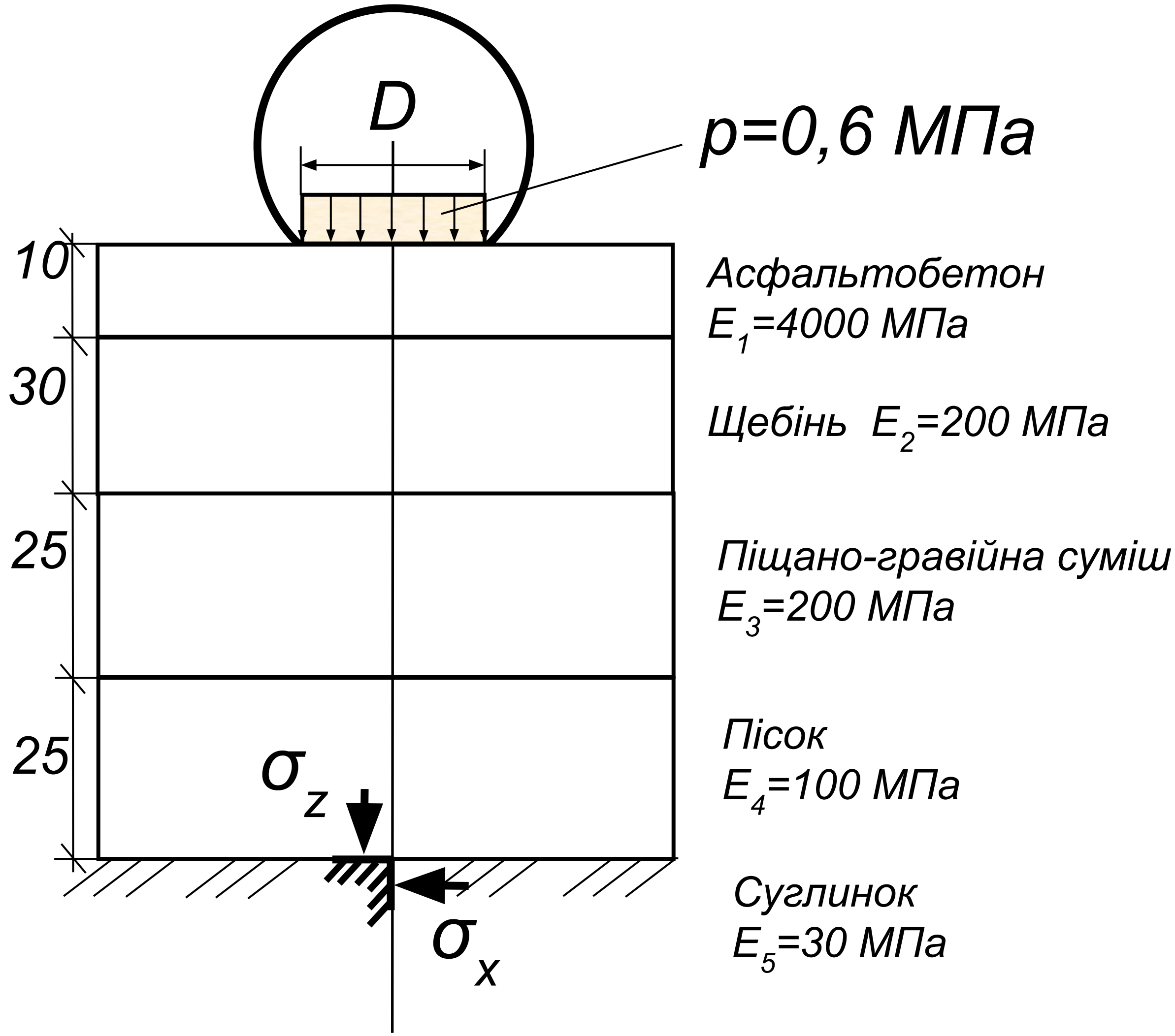
$$= 0.25 МПа \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{8}}\right) = 0,16 МПа$$

$$W = \frac{PD(1-\nu^2)}{E} = \frac{0,25 МПа \cdot 20 м \cdot (1-0,3^2)}{20 МПа} = 0,23 м$$

3. Напруження в шаруватому масиві та його осідання

3.1 Напруження в шаруватому масиві від зовнішнього навантаження

У природному заляганні ґрунтовий масив складається із шарів, деформативні характеристики яких відрізняються один від одного, тобто цей масив є шаруватим (шаруватий напівпростір). Типовим шаруватим напівпростором є також дорожній одяг автомобільної дороги. *Модулі пружності шарів дорожнього одягу можуть відрізнятися один від одного на 1-2 порядки. Дорожній одяг влаштовують, щоб зменшити напруження в ґрунті від дії колісного навантаження. Його вартість складає біля 50-70% вартості будівництва дороги.*


D
p=0,6 МПа
10
30
25
25
Асфальтобетон
E_1=4000 МПа
Щебінь E_2=200 МПа
Піщано-гравійна суміш
E_3=200 МПа
Пісок
E_4=100 МПа
Суглинок
E_5=30 МПа
σ_z
σ_x

Товщини шарів дорожнього одягу розраховують так, щоб напруження, які виникають в грунті, не перевищували допустимих за умовою міцності Кулона:

$$\tau_{am} = \frac{1}{2\cos\varphi}\left[(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3)\cdot\sin\varphi\right] \leq C$$

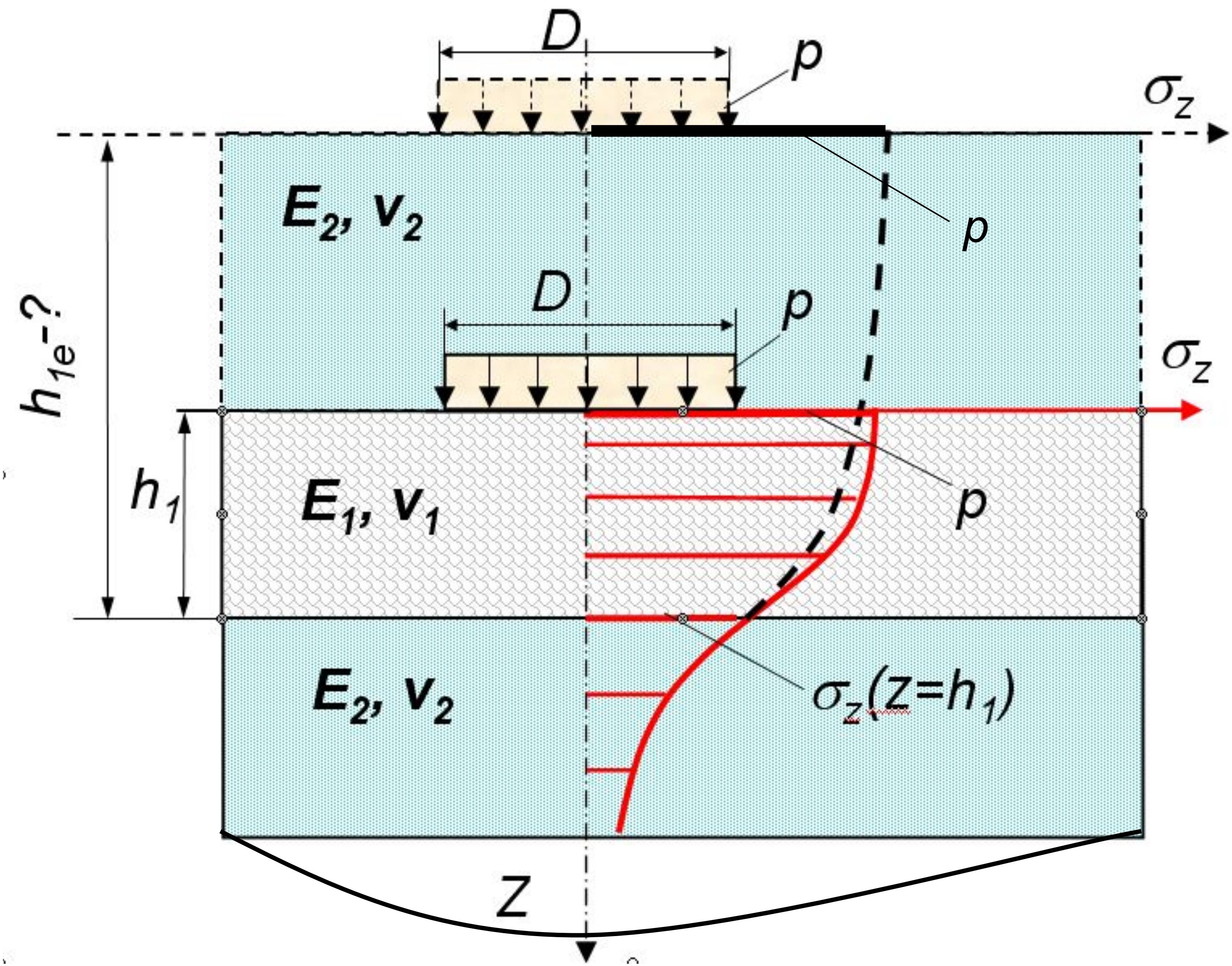
де для точки, яка належить осі симетрії

$$\sigma_1 = \sigma_Z,\ \sigma_3 = \sigma_X$$

Тому для розрахунку дорожнього одягу на міцність необхідно вміти визначати напруження в шаруватому напівпросторі. Є точні вирішення цієї задачі, але вони складні і можуть бути реалізовані тільки на ЕОМ.

Для вирішення інженерних задач часто використовують спрощені розрахункові схеми, що дозволяють отримати нескладні аналітичні залежності для виконання розрахунків з достатньою точністю.

При цьому найчастіше шаруватий напівпростір приводять до однорідного, що дозволяє використовути прості формули для напружень в однорідному напівпросторі.



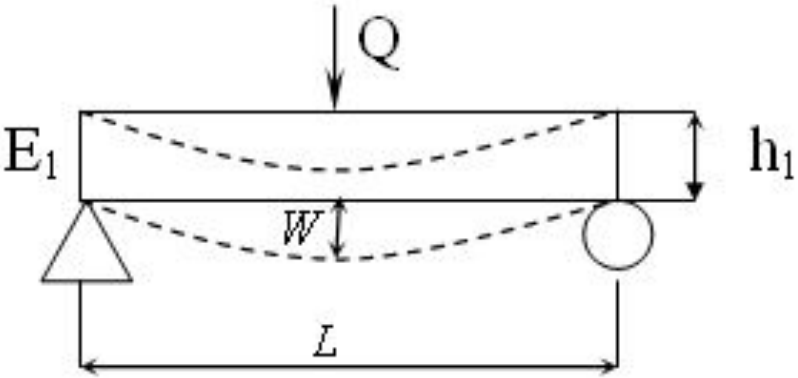
D
p
σz
E2, v2
p
D
p
σz
h1e-?
h1
E1, v1
p
E2, v2
σz(Z=h1)
Z

Для приведення шаруватого напівпростору до однорідного знаходять товщину еквівалентного шару h_e такою, напруження якої на глибині h_e від поверхні однорідного напівпростору буде дорівнювати напруженню на глибині h_1 від поверхні шаруватого напівпростору.

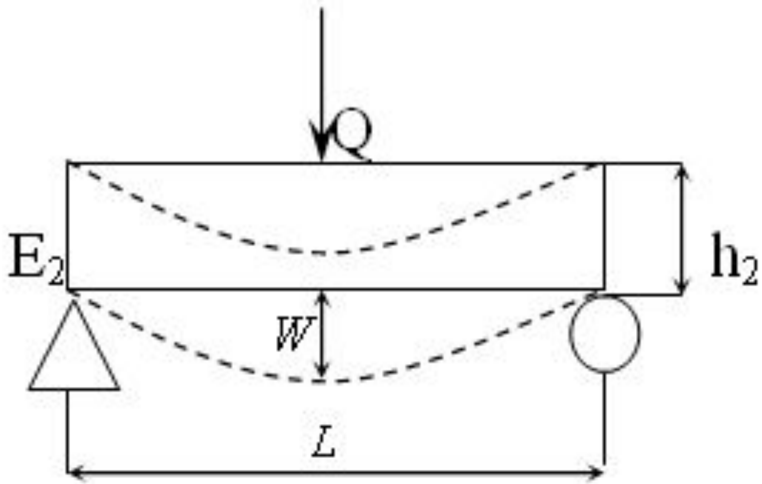
Визначивши h_e можна знаходити напруження в шаруватому напівпросторі, користуючись відомими простими формулами для однорідного напівпростору.

Одна із таких методик (проф. Г.І. Покровський і М.М. Іванов) визначення товщини еквівалентного шару виходить з простого аналізу на згин балок або плит. Припустимо, що є балка з прогоном l, матеріал якої має модуль пружності E_1, висотою поперечного перерізу h_1 і шириною b_1. Потрібно змінити цю балку на балку із матеріалу з модулем пружності E_2 за рахунок зміни висоти, не змінюючи ширину поперечного перерізу, так, щоб прогин не змінювався.

Якою повинна бути висота h_2?



$$W_1 = \frac{Ql^3}{48\,E_1 I_1} \qquad I_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} \qquad W_1 = W_2$$



$$W_2 = \frac{Ql^3}{48\,E_2 I_2} \qquad I_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} \qquad W_1 = W_2 \qquad (b_1 = b_2)$$

$$E_1 I_1 = E_2 I_2, \quad E_1 \frac{b_1 h_1^{\ 3}}{12} = E_2 \frac{b_2 h_2^{\ 3}}{12}$$

$h_2 = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}$ Отже, якщо $E_1 > E_2$, $h_2 > h_1$

Товщина еквівалентного шару із матеріалу напівпростору по цій методиці приведення дорівнює

$$h_e = h_1 \sqrt[3]{E_1 / E_2}, \quad (10.1)$$

формула Г.І.Покровського і М.М. Іванова

Однак формула Іванова-Покровського недостатньо точна. Наприклад, при

$$E_1 / E_2 \to 0$$

(коли під шаром нескельного грунту знаходиться масив скельного грунту) вона дає

$$h_e \to 0,$$

тобто в цьому випадку нескельний грунт начебто не розподіляє напружень (навіть при

Ця формула проста, дається в підручниках і широко використовується в практиці. Однак, при $E_1>E_2$ вона дає збільшену h_e (тобто занижує напруження порівняно з фактичним), а при $E_1<E_2$ дуже малу еквівалентну товщину h_e (тобто завищує напруження).

Виходячи з аналізу напруженого стану шаруватого напівпростору професором Радовським Б.С пропонується інша методика його приведення до однорідного. Вона базується на такій формулі для еквівалентної товщини:

$$h_e = h_1 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E_1}{E_2} + 1 \right)}, \quad (10.2)$$

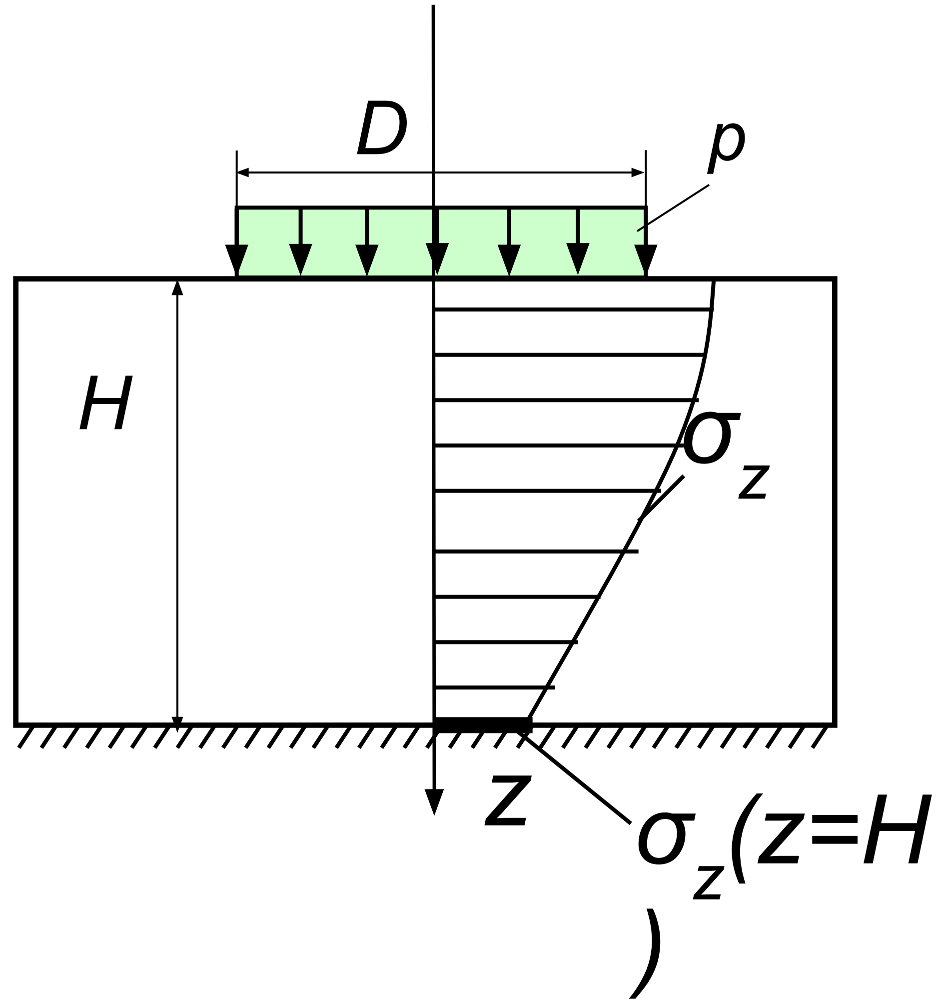
Приклад №1.

Шар грунту, який стискується, товщиною H лежить на скельній основі. На денній поверхні грунту по площі круга діаметром D розподілене нормальне навантаження з інтенсивністю p.

Визначити максимальне вертикальне нормальне напруження σ_z на підошві шару грунту, користуючись рішенням задачі для однорідного напівпростору, якщо H=D.

Дано:
H
p;
D;
H =D
Знайти:

H - ? σ_z - ?



Рішення.

Для однорідного напівпростору під центром навантаження кругової площини маємо:

$$\sigma_z = p \cdot \left(1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{D}{2 \cdot z} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right), \quad (10.3)$$

і за формулою (10.1) : $Z_e = H \sqrt[3]{E_1 / E_2}$

За формулою (10.1) і (10.3) отримаємо при $E_2 = \infty$:

$$z_e = 0 \quad \text{і} \quad \sigma_Z = p$$

тобто відповідно до формули (10.1) розподіл напруження відсутній.

За формулою (10.2) і (10.3):

$$h_e = H\sqrt[3]{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{E_1}{E_2}+1\right)} = H\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0.7937H = 0.7937D$$

$$\sigma_Z = P\left(1-\frac{1}{\left[1+\left(\frac{D}{2Z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right) = P\left(1-\frac{1}{\left[1+\left(\frac{1}{1.5874}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right) = 0.394P$$

За точними розрахунками з допомогою ЕОМ при $\nu = 0.5 \quad \sigma_Z = 0.421P$

і при $\nu = 0 \quad \sigma_Z = 0.413P$ ***(похибка 5-6%).***

Приклад №2.

Шар щебеню товщиною h_1=30см з модулем пружності E_1=400МПа опирається на супіщаний грунт земляного полотна з модулем пружності E_2=40МПа. На поверхні щебеневого шару діє нормальне навантаження, розподілене з постійною інтенсивністю p=0,5МПа по площі круга (D=30см). Визначити максимальний вертикальний тиск на грунт земляного полотна.

Дано:

h_1=30см

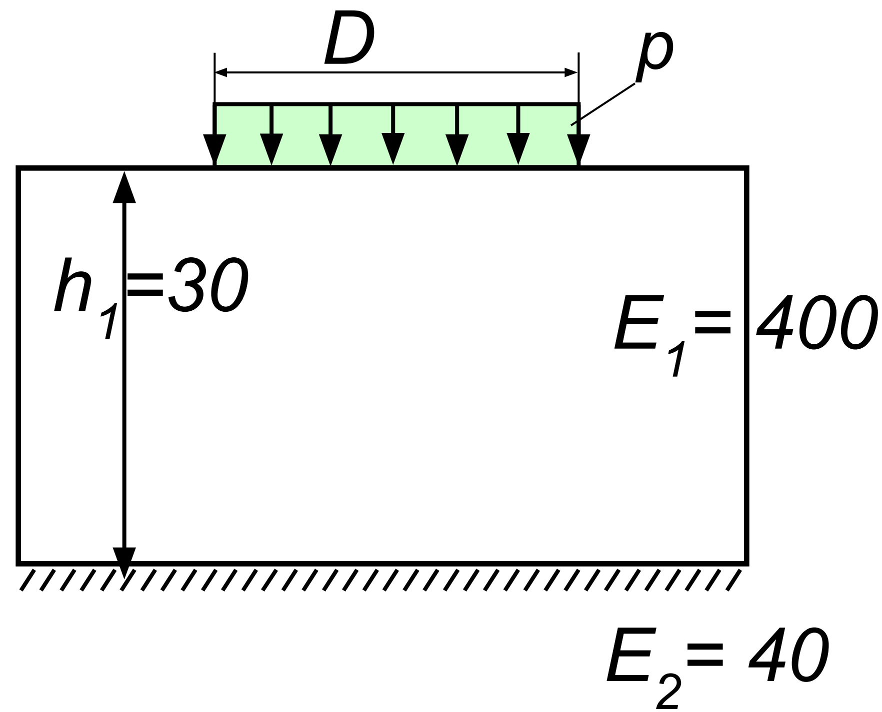
p=0,5 см;

D = 30 см;

$E_{1=}$400МПа; E_1=40МПа

Знайти:

σ_z- ?



- ***За формулою (10.1):***

$$h_e = 30\sqrt[3]{400/40} = 30\sqrt[3]{10} = 64.6\ см$$

- ***За формулою (10.2):***

$$h_e = 30\sqrt[3]{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{400}{40}+1\right)} = 53.0\ см$$

Тобто 30 см щебеню по розподіляючій здатності рівнозначні 65 см або 53 см супіщаного грунту.

За формулою (10.3)
при z_e=64.6:

$$\sigma_Z = 0.5МПа\left(1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{30}{2 \cdot 64{,}6}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right) = 0{,}038МПа$$

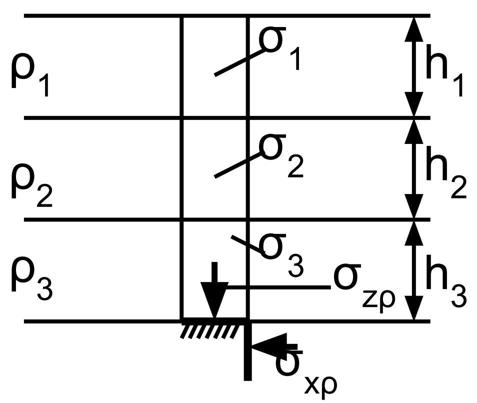
при z_e=53.0:

$$\sigma_Z = P\left(1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{30}{2 \cdot 53}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right) = 0{,}055МПа$$

Розрахунок по точному рішенню для шаруватого напівпростору за допомогою ЕОМ дає при $\nu_1 = 0.25;\ \nu_2 = 0.35$ $\sigma_Z = 0.056МПа$ ***тобто формула (10.1) має похибку 32%, а (10.2) – біля 2%.***

3.2. Напруження в шаруватому масиві від власної ваги ґрунту

Вертикальне нормальне напруження в шаруватому масиві від ваги ґрунту $\sigma_{z\rho}$ визначають як суму ваги вертикальних “стовпців”. Які проходять в кожному шарі і розміщені над горизонтальною площиною одиничної площі



$$\sigma_{Z\rho} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{F} = \frac{Fh_1\rho_1 g + Fh_2\rho_2 g + Fh_3\rho_3 g}{F} =$$

$$= g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3)$$

$$\sigma_{z\rho} = g\sum_{i=1}^{n}\rho_i h_i$$

де n- число шарів ґрунту, розміщених вище тієї точки, в котрій визначається напруження; ρ_i- щільність ґрунту *i*-того шару; h_i - товщина *i*-того шару.

Для грунту, який залягає нижче рівня грунтової води (РГВ), але вище водоупору, слід враховувати дію води. По закону Архімеда вертикальний тиск від одиниці об`єму грунта :

ρ1g = Csρsg-Csρwg=(ρs-ρw)Csg, але

$$C_s = \frac{V_s}{V_s + V_{nop}} = \frac{1}{1+e},$$ **тобто** $$\rho_i g = \frac{(\rho_s - \rho_w)g}{1+e}$$

Тому для таких шарів слід замість ρ_i підставляти щільність ґрунту :

$$\rho^1{}_i = \frac{\rho_{si} - \rho_w}{1+e_i},$$

$$\rho^1 g = C_s\rho_s g - C_s\rho_w g + (1-C_s)\rho_w g$$

$$= C_s\rho_s g - 2C_s\rho_w g + \rho_w g = g[C_s(\rho_s - 2\rho_w) + \rho_w]$$

Горизонтальне нормальне напруження від власної ваги визначають з урахуванням неможливості бокового розширення за формулою:

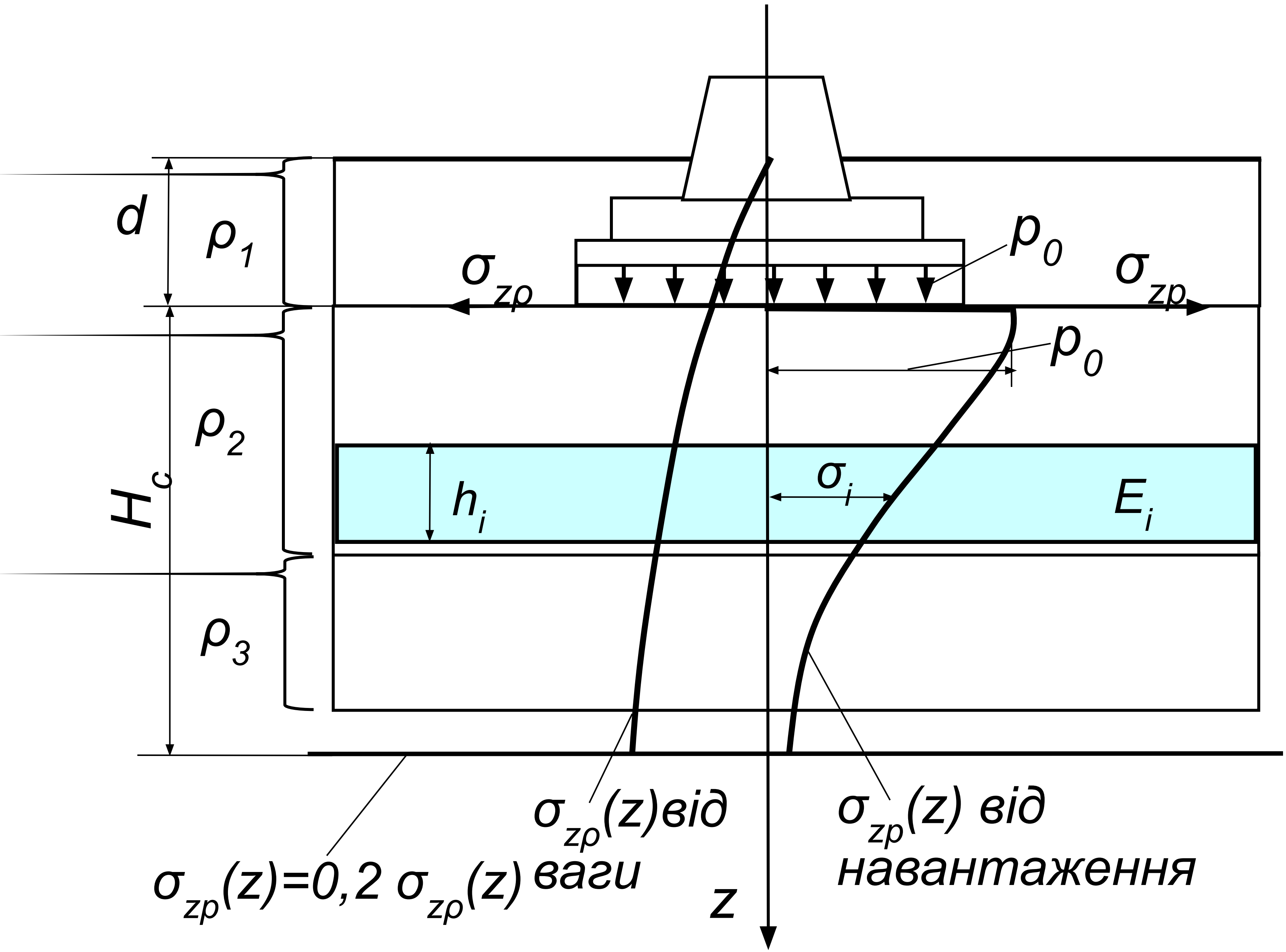
$$\sigma_{x\rho} = \sigma_{y\rho} = \xi \sigma_{z\rho},$$

де $\xi = \dfrac{\nu}{1-\nu}$ **коефіцієнт бокового тиску ґрунту того шару, в якому визначається напруження;** ν **- коефіцієнт поперечної деформації цього шару.**

Якщо пробурити свердловину і відкачати з неї воду, то можна знизити РГВ (хоча б тимчасово). Тоді товщина шару, в межах якого присутня виважена дія води зменшується, власна вага збільшується і відбувається доущільнення в умовах природного залягання.

3.3. Визначення осідання шаруватого масиву методом пошарового підсумовування

Вертикальне переміщення (осідання) шарового масиву під дією зовнішнього навантаження (наприклад, від фундаменту) визначають методом пошарового підсумовування.


d
ρ1
ρ2
ρ3
Hc
p0
σzp
σzp
p0
σi
hi
Ei
σzp(z)від ваги
σzp(z) від навантаження
σzp(z)=0,2 σzp(z)
z

При пошаровому підсумовуванні виходять із наступних положень:

1. **Вважають, що осідання викликається додатковим тиском p_0, який рівний тиску p під підошвою фундаменту від зовнішнього навантаження, виключаючи тиск від власної ваги ґрунту на рівні d закладання підошви фундаменту $p_0=p-\rho gh$ тому що при влаштуванні котлованів для фундаменту цей ґрунт був вийнятий і частина навантаження від власної ваги ґрунту знята.**
2. **Напруження σ_{ZP} на різних глибинах визначають від тиску p_o як в однорідному масиві (тобто шаруватість при визначенні напружень не враховується).**

3. Товщину ґрунту, який стискується, обмежують глибиною активної зони H_c. Глибиною активної зони вважають, починаючи від підошви фундаменту, глибину нижче якої вертикальне напруження від навантаження σ_{ZP} складає 0,2 $\sigma_{Z\rho}$, тобто менше 20% вертикального напруження від власної ваги ґрунту (в слабому ґрунті (E<5Мпа) – менше 0,1 $\sigma_{Z\rho}$).

4. Розбивши товщину ґрунту в межах активної зони на окремі шари з товщинами h_i і модулями E_i, визначають середнє вертикальне напруження від навантаження σ_{zpi} і в кожному шарі і підсумовуючи абсолютні деформації стискування шарів, знаходять осідання W фундаменту за формулою:

$$W = \beta \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_{ZPi} h_i}{E_i}$$

де β=0,8 – коефіцієнт стискання поперечної деформації; n – число шарів, на які розбита товща H_c, що стикується; σ_{zpi} – середнє значення додаткового вертикального нормального напруження в і- тому шарі по вертикалі, яка проходить через центр підошви фундаменту.

Не дивлячись на простоту, ця формула дає хороші результати. Наприклад, для дванадцятиповерхового житлового будинку в Санкт-Петербурзі розрахували методом пошарового підсумовування осідання 31 см, а заміряне через рік – 35 см.