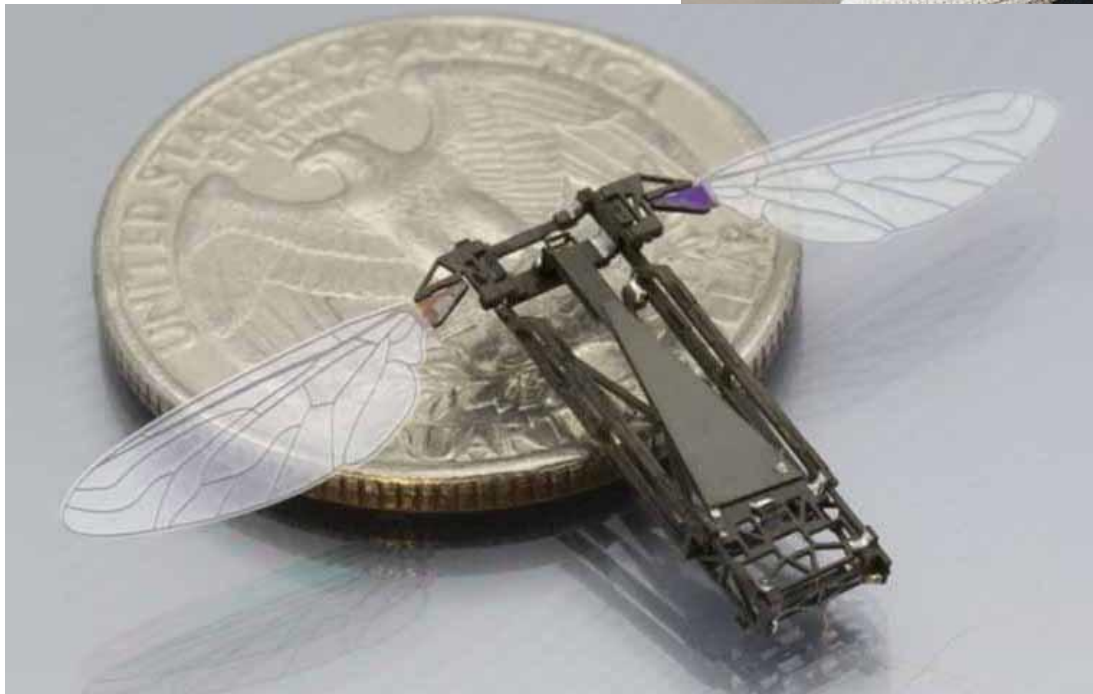


**Исследование алгоритма нелинейной
фильтрации двумерных сложных цепей
Маркова**

Домнина Анастасия Николаевна

Беспилотные летательные аппараты



Алгоритм нелинейной фильтрации двумерных простых цепей Маркова со связностью $m=1$

$$\begin{aligned}
 u_{ij} = & f(\mu_{ij} = M_1) - f(\mu_{ij} = M_2) + \\
 & + u_{i j-1} + z(u_{i j-1}, {}^1\pi_{kl}) + \\
 & + u_{i-1 j} + z(u_{i-1 j}, {}^2\pi_{kl}) - \\
 & - u_{i-1 j-1} - z(u_{i-1 j-1}, {}^3\pi_{kl}) \geq H,
 \end{aligned}$$

$$z(u(\mu_{ij}^{(q)}), {}^r\pi_{kl}^{(q)}) = \ln \left[\frac{{}^r\pi_{22}^{(q)} + {}^r\pi_{12}^{(q)} \cdot \exp(-u(\mu_{ij}^{(q)}))}{{}^r\pi_{11}^{(q)} + {}^r\pi_{21}^{(q)} \cdot \exp(u(\mu_{ij}^{(q)}))} \right]$$

$$i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \quad r = \overline{1, 3}; \quad k, l = \overline{1, 2}.$$

В качестве критерия различения состояний M_1 и M_2 выбран критерий идеального наблюдателя

$$u_{ij} \geq H_{ij} = \ln \frac{p_{ap}(\mu_{ij} = M_2)}{p_{ap}(\mu_{ij} = M_1)}$$

Алгоритм нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова со связностью $m=2$

$$\begin{aligned}
 u_{ij} = & f(\mu_{i,j} = M_1) - f(\mu_{i,j} = M_2) + \\
 & + u_{ij-1} + z(u_{ij-1}, {}^1\pi_{\beta\gamma}) + u_{i-1j} + z(u_{i-1j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}) - u_{i-1j-1} - z(u_{i-1j-1}, {}^3\pi_{\beta\gamma}) + \\
 & + u_{ij-2} + z(u_{ij-2}, {}^1\pi_{\beta\gamma}^*) + u_{i-2j} + z(u_{i-2j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}^*) - u_{i-2j-2} - z(u_{i-2j-2}, {}^3\pi_{\beta\gamma}^*) - \\
 & - u_{ij-2} - z(u_{ij-2}, {}^1\pi_{\beta\gamma}^{**}) - u_{i-2j} - z(u_{i-2j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}^{**}) + u_{i-2j-2} + z(u_{i-2j-2}, {}^3\pi_{\beta\gamma}^{**}) \leq H_{ij},
 \end{aligned}$$

где $f(\mu_{i,j} = M_1) - f(\mu_{i,j} = M_2)$ - разность логарифмов

функции правдоподобия значений дискретного параметра двоичного сигнала;

$$u_{ij} = \ln \frac{p^{ac}(\mu_{i,j} = M_2)}{p^{ac}(\mu_{i,j} = M_1)} - \text{логарифм отношения апостериорных}$$

вероятностей состояний M_1 и M_2 в $\mu_{i,j}$ элементе РДИ;

$z(u_{ij}, {}^r\pi_{\beta\gamma})$ - нелинейное преобразование

$$z(u_{ij}, {}^r\pi_{\beta\gamma}) = \ln \left[\frac{{}^r\pi_{22} + {}^r\pi_{12} \cdot \exp(-u_{ij})}{{}^r\pi_{11} + {}^r\pi_{21} \cdot \exp(u_{ij})} \right] \quad (j = \overline{1, N}, \quad r = \overline{1, 3}, \quad i = \overline{1, M}, \quad \beta, \gamma = 1, 2)$$

${}^r\pi_{\beta\gamma}$ - элементы МВП ${}^r\Pi$

H_{ij} - порог, выбранный по критерию идеального наблюдателя.

$$p_1 = p_2 = 0.5 \quad H_{ij} = 0$$

Постановка задачи

Цель ВКР – выполнить программную реализацию алгоритма фильтрации изображений, чтобы проверить его эффективность.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1. Выбрать алгоритм нелинейной фильтрации для исследований.
2. Разработать ПО для исследований.
3. Исследовать работу алгоритма фильтрации и провести анализ результатов.

Алгоритм двумерной нелинейной фильтрации

Связность $m=2$:

$$\begin{aligned}
 u_{ij} &= f(\mu_{i,j} = M_1) - f(\mu_{i,j} = M_2) + \\
 &+ u_{ij-1} + z(u_{ij-1}, {}^1\pi_{\beta\gamma}) + u_{i-1j} + z(u_{i-1j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}) - u_{i-1j-1} - z(u_{i-1j-1}, {}^3\pi_{\beta\gamma}) + \\
 &+ u_{ij-2} + z(u_{ij-2}, {}^1\pi_{\beta\gamma}^*) + u_{i-2j} + z(u_{i-2j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}^*) - u_{i-2j-2} - z(u_{i-2j-2}, {}^3\pi_{\beta\gamma}^*) - \\
 &- u_{ij-2} - z(u_{ij-2}, {}^1\pi_{\beta\gamma}^{**}) - u_{i-2j} - z(u_{i-2j}, {}^2\pi_{\beta\gamma}^{**}) + u_{i-2j-2} + z(u_{i-2j-2}, {}^3\pi_{\beta\gamma}^{**}) \leq H_{ij},
 \end{aligned}$$

где $f(\mu_{i,j} = M_1) - f(\mu_{i,j} = M_2)$ - разность логарифмов

функции правдоподобия значений дискретного параметра двоичного сигнала;

$$u_{ij} = \ln \frac{p^{ac}(\mu_{i,j} = M_2)}{p^{ac}(\mu_{i,j} = M_1)} - \text{логарифм отношения апостериорных}$$

вероятностей состояний M_1 и M_2 в $\mu_{i,j}$ элементе РДИ;

$z(u_{ij}, {}^r\pi_{\beta\gamma})$ - нелинейное преобразование

$$z(u_{ij}, {}^r\pi_{\beta\gamma}) = \ln \left[\frac{{}^r\pi_{22} + {}^r\pi_{12} \cdot \exp(-u_{ij})}{{}^r\pi_{11} + {}^r\pi_{21} \cdot \exp(u_{ij})} \right] \quad (j = \overline{1, N}, \quad r = \overline{1, 3}, \quad i = \overline{1, M}, \quad \beta, \gamma = 1, 2)$$

${}^r\pi_{\beta\gamma}$ - элементы МВП ${}^r\Pi$

H_{ij} - порог, выбранный по критерию идеального наблюдателя.

$$p_1 = p_2 = 0.5 \quad H_{ij} = 0$$

Задачи исследования

- 1) Исследовать эффективность работы алгоритма двумерной нелинейной фильтрации.
- 2) Проанализировать результаты исследования эффективности работы алгоритма, ориентируясь на численное значение, в качестве которого был выбран выигрыш в дБ, определяемый как разность отношений С/Ш на входе и выходе фильтра.

Исследование работы алгоритма нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова

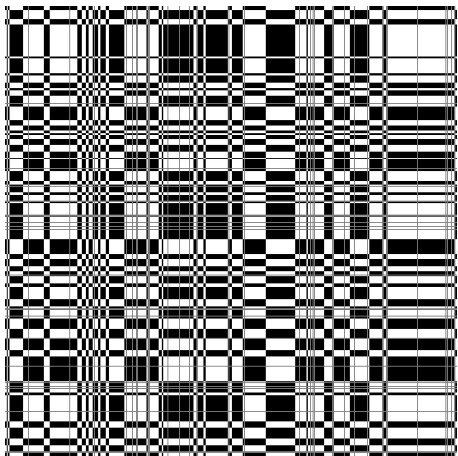


Рисунок 8.1 – Исходное тестовое РДИ

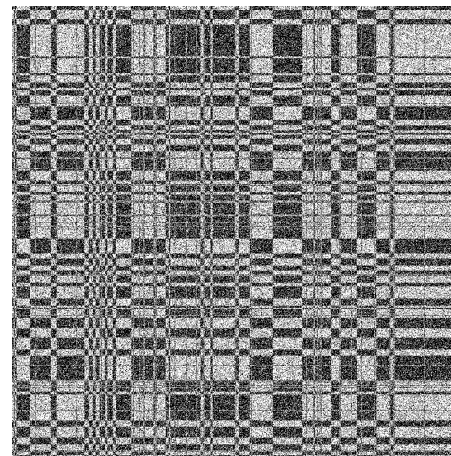


Рисунок 8.2 – Искаженное шумом
тестовое РДИ (С/Ш = -3 дБ)

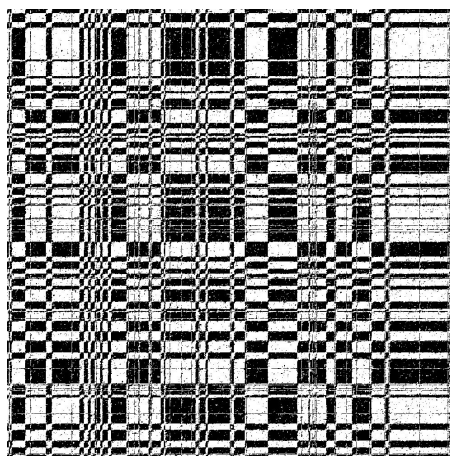


Рисунок 8.3 – Тестовое РДИ, восстановленное
алгоритмом для двусвязной
двумерной цепи Маркова (С/Ш = 2,66 дБ)

Исследование работы алгоритма нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова

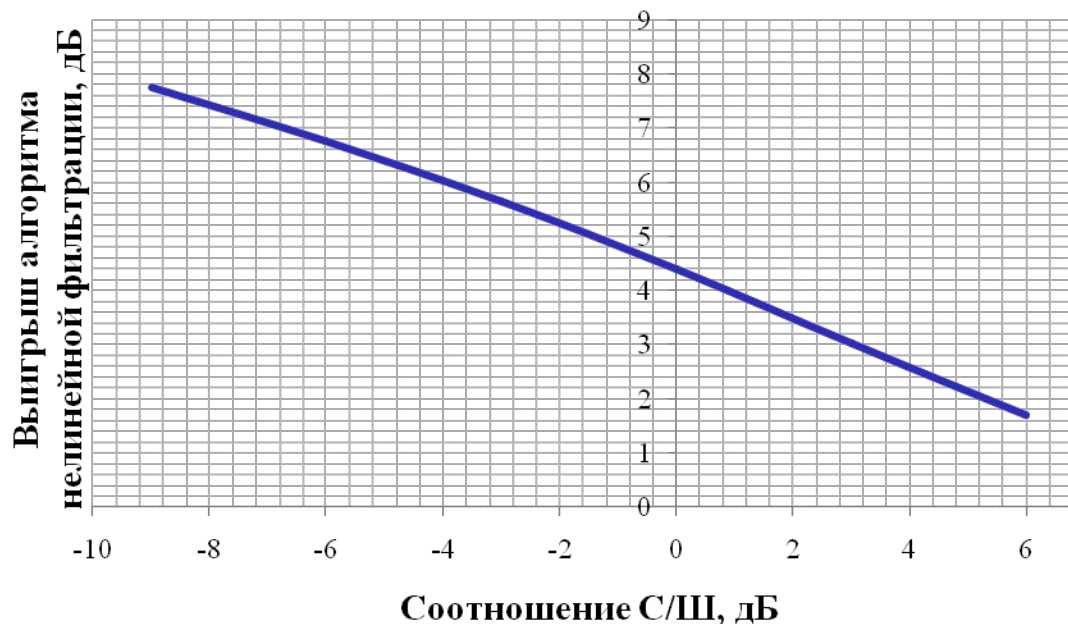


Таблица 9.1 – Результаты фильтрации тестового РДИ
исследуемым алгоритмом

ОСШ в канале связи	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации, дБ
6 дБ	1,7116
3 дБ	3,0225
0 дБ	4,4079
-3 дБ	5,6577
-6 дБ	6,7588
-9 дБ	7,7655

Исследование работы алгоритма нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова

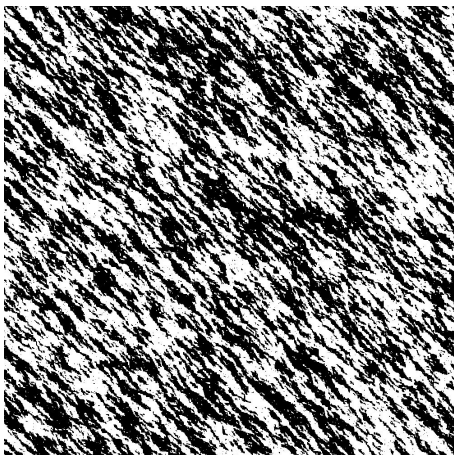


Рисунок 10.1 – Исходное тестовое РДИ

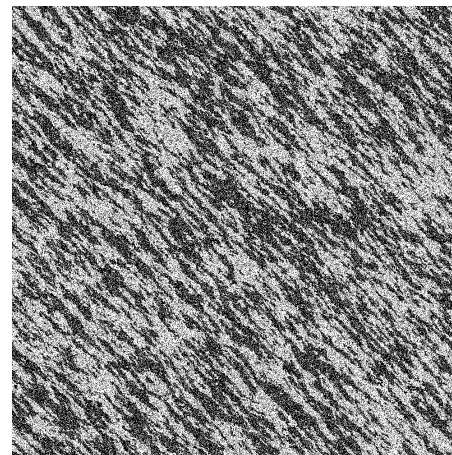


Рисунок 10.2 – Искаженное шумом
тестовое РДИ (С/Ш = -3 дБ)

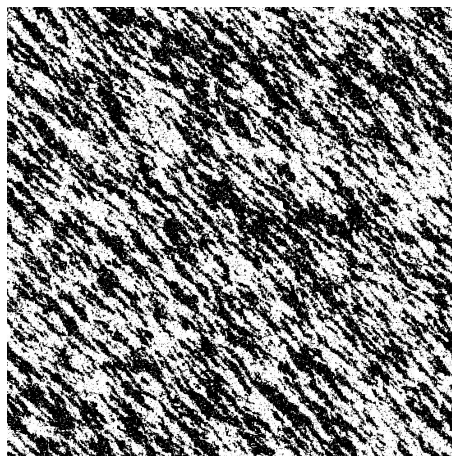


Рисунок 12.3 – Тестовое РДИ, восстановленное
алгоритмом для двусвязной
двумерной цепи Маркова (С/Ш = 1,97 дБ)

Исследование работы алгоритма нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова

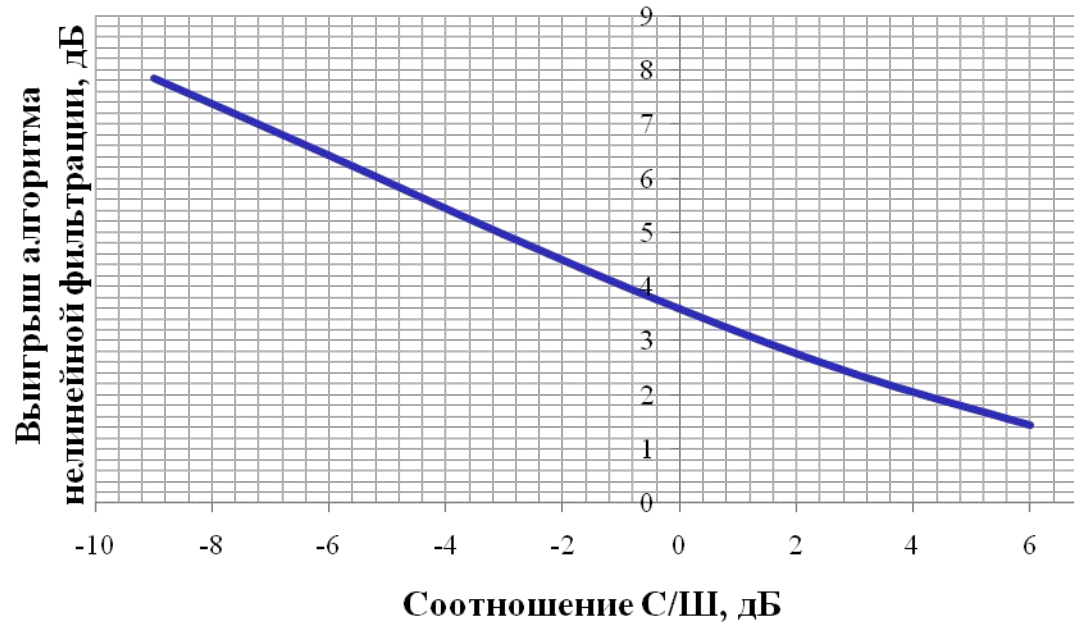


Таблица 11.1 – Результаты фильтрации тестового РДИ исследуемым алгоритмом

ОСШ в канале связи	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации, дБ
6 дБ	1,4434
3 дБ	2,3792
0 дБ	3,5851
-3 дБ	4,9666
-6 дБ	6,4393
-9 дБ	7,8576

Исследование работы алгоритма нелинейной фильтрации двумерных сложных цепей Маркова

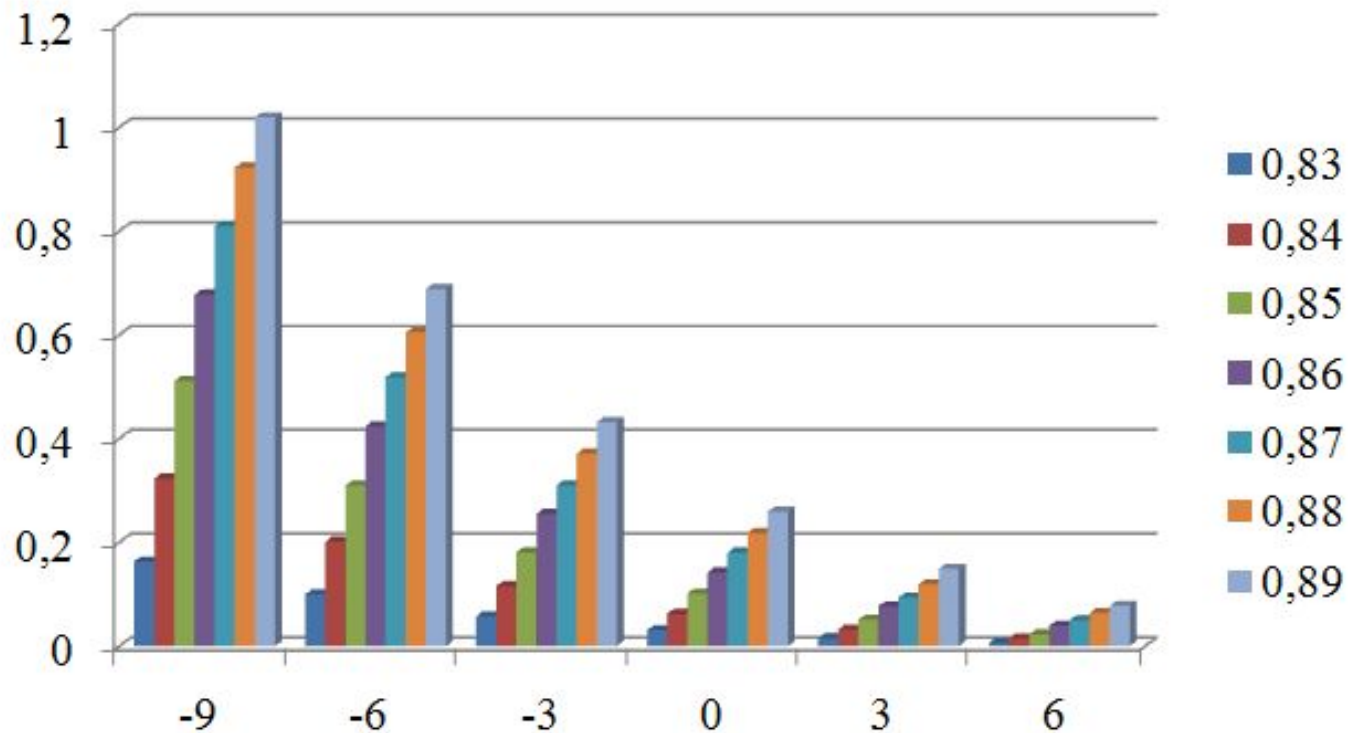


Рисунок 12.1 – Относительный выигрыш алгоритма $m=2$ при различных соотношениях С/Ш в канале связи для разных значений вероятностей перехода по второй связи в ММ

Сравнение работы алгоритмов двумерной нелинейной фильтрации

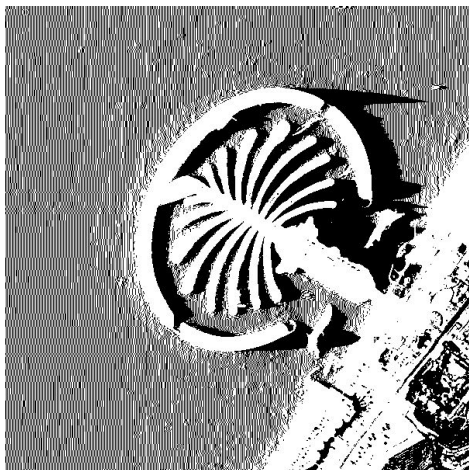


Рисунок 13.1 – Исходное БСП «Дубай»
(600x600)

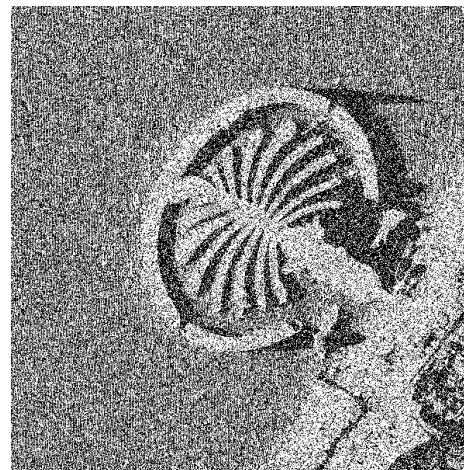


Рисунок 13.2 – Искаженное шумом
БСП «Дубай» (С/Ш = -3 дБ)

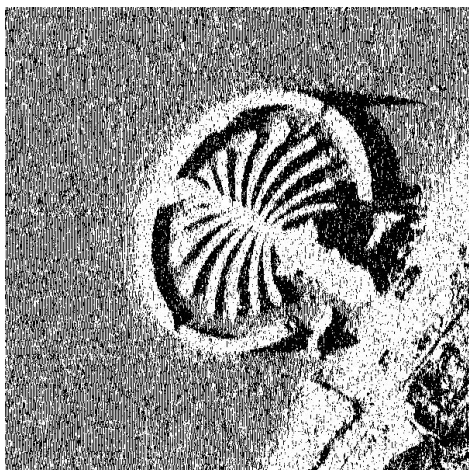


Рисунок 13.3 – БСП, восстановленное
алгоритмом для односвязной двумерной
цепи Маркова, С/Ш = 0,49 дБ

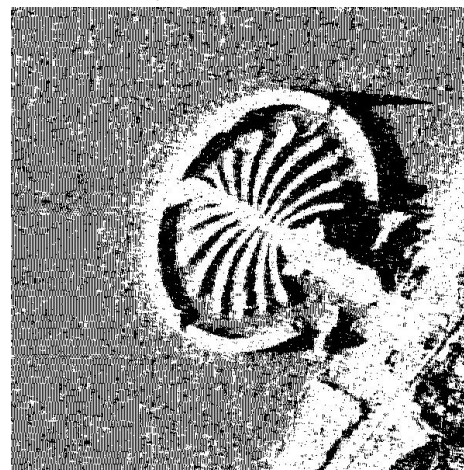


Рисунок 13.4 – БСП, восстановленное
алгоритмом для двусвязной двумерной
цепи Маркова, С/Ш = 1,32 дБ

Сравнение работы алгоритмов двумерной нелинейной фильтрации

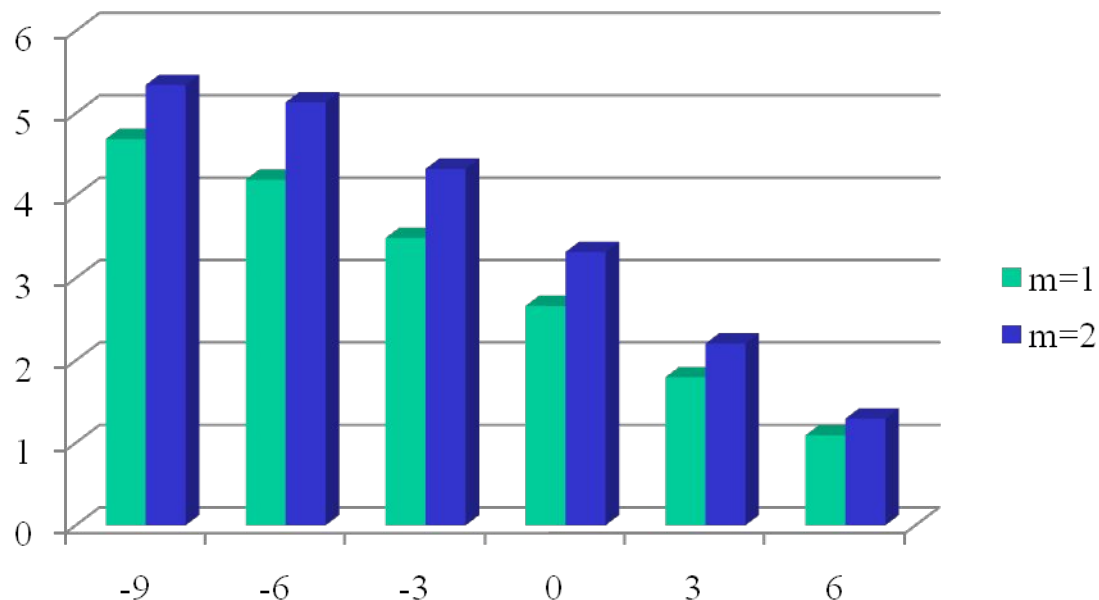


Таблица 14.1 – Результаты фильтрации БСП «Дубай» различными алгоритмами

С/Ш в канале связи	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=1, дБ	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=2, дБ	Относительный выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=2, дБ
6 дБ	1,0919	1,2946	0,2028
3 дБ	1,7976	2,2062	0,4086
0 дБ	2,6621	3,3168	0,6547
-3 дБ	3,4881	4,3260	0,8380
-6 дБ	4,1943	5,1333	0,9390
-9 дБ	4,6877	5,3449	0,6572

Сравнение работы алгоритмов двумерной нелинейной фильтрации

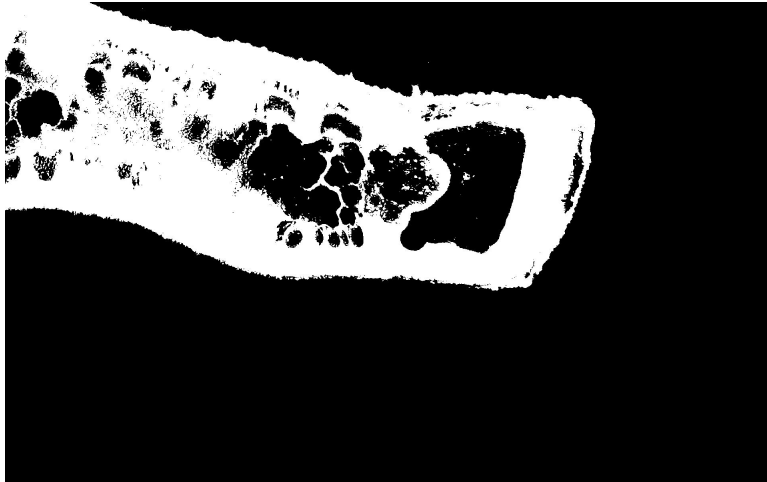


Рисунок 15.1 – Исходное РДИ «Остров»
(1200x1920)

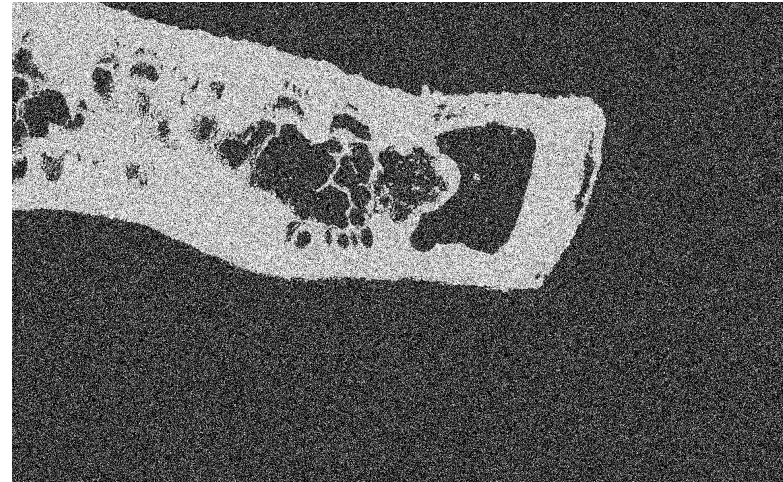


Рисунок 15.2 – Искаженное шумом
РДИ «Остров» (С/Ш = -3 дБ)

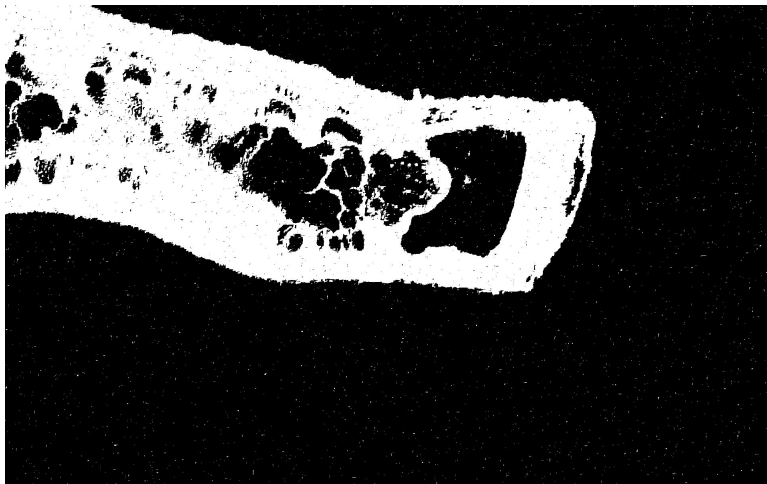


Рисунок 15.3 – РДИ, восстановленное
алгоритмом для односвязной двумерной
цепи Маркова, С/Ш = 6,77 дБ

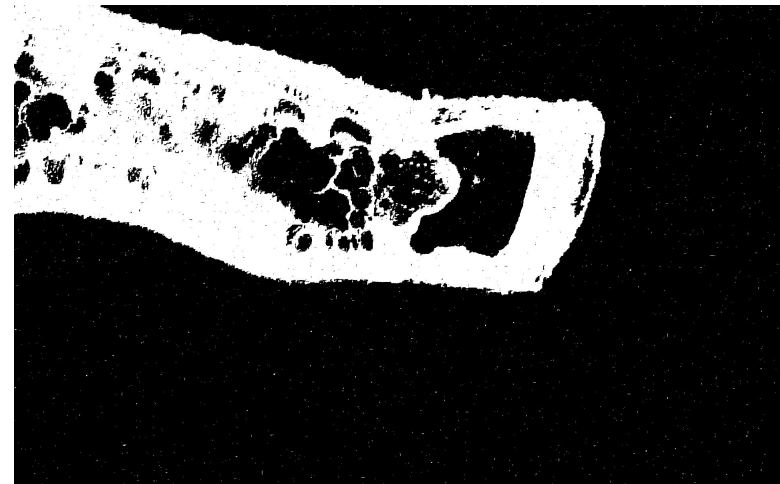


Рисунок 15.4 – РДИ, восстановленное
алгоритмом для двусвязной двумерной
цепи Маркова, С/Ш = 6,85 дБ

Сравнение работы алгоритмов двумерной нелинейной фильтрации

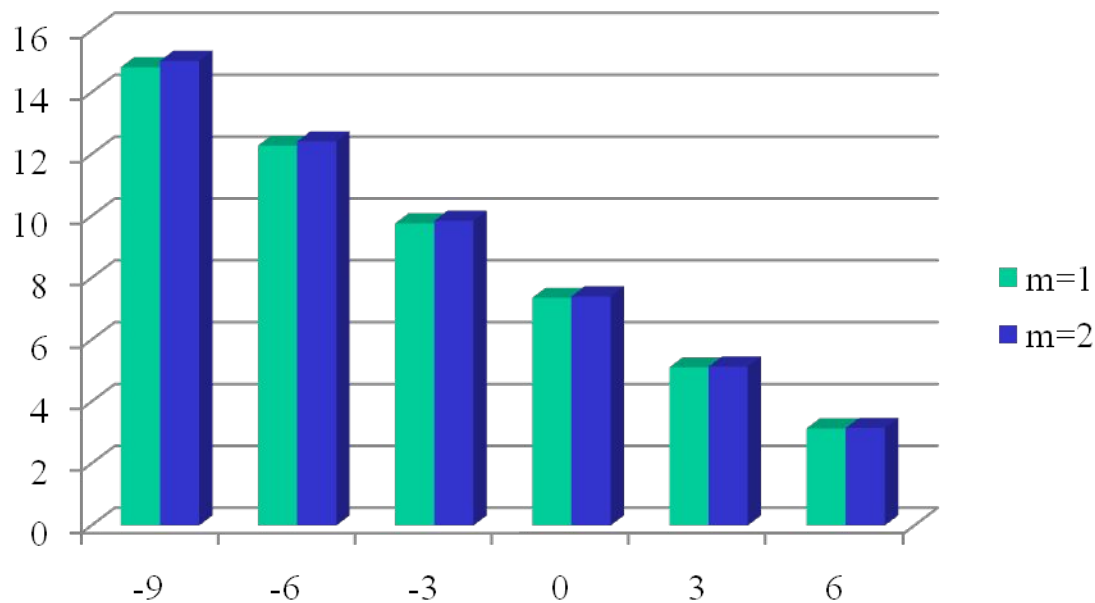


Таблица 16.1 – Результаты фильтрации РДИ «Остров» различными алгоритмами

С/Ш в канале связи	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=1, дБ	Выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=2, дБ	Относительный выигрыш алгоритма нелинейной фильтрации m=2, дБ
6 дБ	3,1374	3,1513	0,0140
3 дБ	5,1112	5,1379	0,0267
0 дБ	7,3588	7,4069	0,0481
-3 дБ	9,7661	9,8519	0,0859
-6 дБ	12,2807	12,4152	0,1344
-9 дБ	14,8136	15,0190	0,2054

Анализ результатов исследования

1. Исследуемый алгоритм фильтрации, синтезированный на основе сложной цепи Маркова со связностью $m=2$ позволяет получить выигрыш фильтрации порядка десятых-единиц дБ при ОСШ на входе фильтра в диапазоне $[-9...6]$ дБ. Например, для ОСШ=-3 дБ в канале связи выигрыш фильтрации РДИ «Остров» составляет 6,85 дБ.
2. С увеличением корреляции по второй связи выигрыш фильтрации возрастает.
3. На практике необходимо обосновывать использование алгоритма со связностью $m=2$, т.к. он имеет большую сложность по сравнению с алгоритмом со связностью $m=1$ и не всегда приводит к значительному увеличению эффективности фильтрации. Например, для ОСШ=3 дБ в канале связи разница в выигрышах алгоритмов со связностями $m=1$ и $m=2$ при фильтрации РДИ «Остров» составляет 0,03 дБ. А для БСП «Дубай» - прирост в выигрыше 0,4 дБ.
4. Исследуемый алгоритм со связностью $m=2$ имеет незначительную разницу в эффективности фильтрации по сравнению с алгоритмом со связностью $m=1$. Разница не превышает 1 дБ, поэтому дальнейшее увеличение связности, вероятно, не приведет к значительному приросту эффективности.

Спасибо за внимание!

Структуры оптимального приемного устройства для модели односвязной и двусвязной цепи Маркова

