

Сам себе эксперт

Контрольно-оценочный урок по теме «Решение систем уравнений с двумя переменными» в 11-3 классе



МОУ лицей № 18 г. Калининграда
Учитель высшей категории Ирина Геннадьевна Рубцова
22.04.2010 г.

Теоретическая разминка

I. Закончите формулировки утверждений:

А) решить систему уравнений – значит найти

- все ее решения или установить, что их нет.

Б) если две системы уравнений имеют одни и те же решения или обе системы не имеют решений, то они называются

- равносильными

В) если в процессе решения системы использовались **неравносильные** преобразования, то

решения требуют проверки подстановкой в исходную систему

Выберите верный ответ:

2. Некорректным с точки зрения равносильности является метод решения системы методом:

- А) подстановки;
- Б) умножения уравнений системы;
- В) алгебраического сложения;
- Г) введения новых переменных.

3. Проверка найденных решений не нужна, если был использован метод:

- А) возведения в квадрат обеих частей уравнения;
- Б) графический;
- В) подстановки;
- Г) умножения уравнений системы

Изучите пример решения задачи I :

Задача 1.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0, \\ 6\sin x + 5y = 13. \end{cases}$$

Решение

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0, \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 3 \\ \sin x = 0,5 \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0,5 \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 3 + 5y = 13 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \end{cases}$$

Рассмотрите критерии оценивания этого задания:

Критерии оценивания выполнения задания С1	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0



Оцените решение задачи I.

Пример I:

$$\begin{cases} 28m^2x - 48mx + 3 = 0 & (1) \\ 68mx + 5y = 13 & (2) \end{cases}$$

Пусть $8mx = t$; решим уравнение (1)

$$2t^2 - 4t + 3 = 0$$
$$D = 49 - 24 = 25$$
$$t_{1,2} = \frac{4 \pm 5}{4}$$
$$\begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Умножим: $\begin{cases} 8mx = 3 \\ 8mx = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 8mx = \frac{1}{2}$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} 8mx = \frac{1}{2} \\ 68mx + 5y = 13 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3 + 5y = 13 \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \left((-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, 2 \right) \right\}$.

Оценка эксперта :

2 балла

Пример 2:

$$\begin{cases} 2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0 & (1) \\ 6 \sin x + 5y = 13 & (2) \end{cases}$$

Пусть $\sin x = t$, ~~2t^2~~ $2t^2 - 7t + 3 = 0$
 $D = 25$
 $\sin x = \frac{1}{2}$

~~$y = 2$~~ Ответ: ~~$y = 2, \cos x = \frac{1}{2}$~~

$$6 \cos x + 5y = 13 \quad \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3\sqrt{3} + 5y = 13 \quad 5y = 13 - 3\sqrt{3} \quad y = \frac{13 - 3\sqrt{3}}{5}$$

Проверим: $2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 3 = \frac{3}{2} - 7\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 =$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{2}\right)\sqrt{3} + 3 = -\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$$

Ответ: $y = \frac{13 - 3\sqrt{3}}{5}$ $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Оценка эксперта:

0 баллов

Пример 3:

Решим систему:

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0 & (1) \\ 6\sin x + 5y = 13 & (2) \end{cases}$$

Вначале рассмотрим отдельно уравнение 1.

Сделаем замену: пусть $t = \sin x$, тогда

$$2t^2 - 7t + 3 = 0$$

$$D = 49 - 24 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4} \quad t_1 = 3, t_2 = \frac{1}{2}$$

Сделаем обратную замену $\begin{cases} \sin x = 3 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$, но $|\sin x| \leq 1 \Rightarrow$

получаем $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \arcsin \frac{1}{2} +$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

Решим уравнение 2:

$$6 \cdot \frac{1}{2} + 5y = 13$$

$$5y = 10$$

$$y = 2$$

Оценка эксперта:

I балл

Оцените решение задачи 2.

Пример 4:

$$\begin{cases} 2\cos^2 y + 11\cos y + 5 = 0 & (1) \\ 5\cos y - 2\cos y + 4 = 0 & (2) \end{cases}$$

Пусть $\cos y = t$. решим уравнение (1):

$$2t^2 + 11t + 5 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 121 - 40 = 81$$

$$t_{1,2} = \frac{-11 \pm 9}{4}$$

$$t_1 = -\frac{1}{2} \quad t_2 = -5 \quad \text{значит } \cos y = -\frac{1}{2}, \text{ т.к. } -5 - \text{ не подходит}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \pi = 180^\circ$$

$$5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2\cos y + 4 = 0$$

$$\cos x = -1 \quad x = 180^\circ, \text{ т.к.}$$

$$\text{Ответ: } \left(\pi + 2\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right) \quad n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Пример 5:

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

С1.

$$\begin{cases} 2 \cos^2 y + 11 \cos y + 5 = 0 \\ 5 \cos x - 2 \cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{4} \\ 5 \cos x - 2 \cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \cos y = -5 \\ \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5 \cos x - 2 \cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{т.к. } |\cos y| \leq 1 \text{ и } y \text{ определены косинуса} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5 \cos x - 2 \cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5 \cos x - 2(-\frac{1}{2}) + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5 \cos x + 1 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm \arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Ответ: $y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Оцените решение задачи 3.

Пример 6:

$$C1. \begin{cases} 2 \sin^2 y + 3 \sin y - 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - x} + 4 \cos y = 0 \end{cases}$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$$

$$2z^2 + 3z - 2 = 0; \left\{ \frac{1}{2}; -2 \right\}$$

~~Handwritten scribbles~~

$$\sin y = \frac{1}{2}; \cos y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$y = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = -4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\text{no } x \in \mathbb{R}$

$$y = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \cos y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x &= 12 \\ x^2 - x - 12 &= 0 \\ \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases} \end{aligned}$$

~~Handwritten scribbles~~

$$C1 \begin{cases} y = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \in \{-3; 4\} \end{cases}$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Пример 7:

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2\sin^2 y + 3\sin y - 2 = 0 & (1) \\ \sqrt{x^2 - x} + 4\cos y = 0 & (2) \end{cases}$$

Решение: сделаем замену $t = \sin y \Rightarrow$ решаем (1) ур.

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$t_1 = -2 \\ t_2 = \frac{1}{2}$$

вернемся к системе ур (1), \Rightarrow

$$\begin{cases} \sin y = -2 \\ \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

но $\sin y = -2$ - не подходит, т.к. $(\sin y) < 1$.

$$\Rightarrow \sin y = \frac{1}{2} \quad y = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

из 2-го уравнения найдем, что $\cos y \leq 0$, т.к. $\sqrt{x^2 - x} \geq 0$

$$\sin^2 y + \cos^2 y = 1, \quad \cos^2 y = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \quad \text{но } \cos y \leq 0 \Rightarrow$$

$$\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - x} + 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\sqrt{x^2 - x} = 2\sqrt{3}$$

возведем в квадрат:

$$x^2 - x = 4 \cdot 3$$

решим кв. уравнение

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$D = 1 + 24 \cdot 2 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 4 \\ x_2 = -3$$

Сравните свои оценки с оценками эксперта:

Пример 4 → 2 балла

Пример 5 → 1 балл

Пример 6 → 0 баллов

Пример 7 → 1 балл



Выполните проверку и оценку своих работ.

- Постарайтесь оценить свои решения **точно** по критериям.
- Выделите ошибки и недочеты.
- Запишите рядом с заданиями соответствующие оценки, подсчитайте суммарный результат.
- **Не завышайте своих оценок, будьте справедливы и требовательны к себе!**



Домашнее задание



Спасибо за
работу!

