# Экономические задачи с геометрической интерпретацией в ЕГЭ (задачи № 17)

# Актуальность:

В вариантах ЕГЭ-2020 по математике появилась новая задача– задача с экономическим содержанием. В этом учебном году – задача №17.

Эта специфическая задача оказалась сюрпризом не только для школьников, но даже для учителей. С чего начать решение? Где взять формулы? На что вообще похожа эта задача и почему в вариантах ЕГЭ она расположена между сложными 16 и 18?

# Экономические задачи

Под задачами с ***экономическим содержанием*** будем понимать задачи, поставленные в области экономики, решение которых требует использования математического аппарата.

В 2018 году в ЕГЭ такие задачи входят в задание под № 17. В спецификаторе профильного уровня в графе "примерное время выполнения" задачи повышенной сложности составляет 35 минут как на задачу с параметром. За правильно решенную задачу можно получить максимально 3 балла за обоснованный и правильный ответ, то есть эта задача считается одной из самых сложных. При любой вычислительной ошибке могут быть сняты 1 или 2 балла.

| Содержание критерия | Баллы |
| --- | --- |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:<br>— неверный ответ из-за вычислительной ошибки;<br>— верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 3 |

Анализ банка задач ЕГЭ по математике, а также демоверсии ЕГЭ 2019 года позволил выделить основные подходы к решению задач с практическим содержанием:

1. решение с помощью формул;
2. решение задач в общем виде;
3. решение задач с использованием свойства степеней;
4. решение задач с помощью математического анализа;
5. решение задач методом сравнения.
6. геометрическое решение задач

# Самое необходимое для решения задачи 17

- **1)** 1% - это 0,01
- **2)** <u>Основные соотношения и выражениями, встречающиеся при решении задач на проценты:</u>
- Число ***а*** составляет ***р%*** от числа ***в*:**
- **а = *0,01bp***
- Число ***а*** увеличили на ***р%:***
- ***а·(1+0,01р)***
- Число ***а*** увеличили сначала на ***р%,*** а потом еще на ***q%:***
- ***а·(1+0,01р)·(1+0,01q)***
- Число ***а*** уменьшили на ***р%:***
- ***а·(1 - 0,01р)***

- <u>Задачи, связанные с изменением величины</u>
- Пусть $S_o$ – первоначальная величина, $S$ – новая величина.
- Повышение на ***a%*** ***n*** раз на ***a%***
- $S = S_o \cdot (1+0{,}01a)$ $S = S_o \cdot (1+0{,}01a)^n$
- Понижение на ***a%*** ***n*** раз на ***a%***
- $S = S_o \cdot (1-0{,}01a)$ $S = S_o \cdot (1-0{,}01a)^n$

# Задачи на погашение кредита равными платежами. Общая формула.

- Пусть размер кредита равен x.
- Процент банка равен a, а ежегодная выплата по кредиту равна S.
- Тогда через год после начисления процентов и выплаты суммы S размер долга равен: $x\left(1+\frac{a}{100}\right)$
- Обозначим $p=1+\frac{a}{100}$.
- Тогда через два года размер долга: $(xp-S)p-S$.
- Через 3 года: $\big((xp-S)p-S\big)p-S$
- Через 4 года: $(((xp-S)p-S))p-S)\mathrm{p}-\mathrm{S}$
- …через n лет: $xp^n-S(p^{n-1}+\cdots+p^3+p^2+p+1)$

- Для подсчета величины в скобках иногда применяется формула суммы n членов геометрической прогрессии.
- Здесь b1 =1, q = p.
- Напомним формулу для суммы n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

В нашем случае, размер долга через n лет

$$x p^n - \frac{S(1-p^n)}{1-p}$$

# Тематика задач

- Задачи на кредиты с равными (аннуитетными) платежами
- Задачи на кредиты с дифференцированными платежами
- Задачи на вклады и инвестиции
- **Задачи на оптимальный выбор (наибольшее и наименьшее значение)**

# Задачи на оптимальный выбор

## Задача 1.

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 200ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет - 200 ц/га, а на втором – 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свеклу - по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

I способ

Задача упрощается так как нет никаких ограничений на количество свеклы и картофеля. рассмотрим отдельно эффективность каждого поля.

Доход за 1 га картофеля на первом поле:

**300 · 10 000 = 3 000 000 руб.**

Доход за 1 га картофеля на втором поле:

**200 · 10 000 = 2 000 000руб**.

Доход за 1 га свеклы на первом поле:

**200 · 13 000 = 2 600 000руб.**

Доход за 1 га свеклы на втором поле:

**300 · 13 000 = 3 900 000руб.**

Таким образом, первое поле выгодно полностью засадить картофелем, а второе — свеклой.

Суммарно получаем:

**10 · (3 000 000 + 3 900 000) = 69 000 000 руб.**

**Ответ: 69 млн. рублей.**

**II способ**

<u>Пусть *x* га на первом поле</u> отводится под свеклу, а (10 – *x*) га отводится под картофель.

С первого поля собирают **300(10 – *x*)** ц картофеля и **200*x*** ц свеклы.

<u>Пусть *y* га на втором поле</u> отводится под свеклу, а **(10 – *y*)** га отводится под картофель.

Со второго поля собирают **200(10 · *y*)** ц картофеля и **300 *y*** ц свеклы

Прибыль с <u>первого поля</u>

**(30 000 000 – 3 000 000x + 2 600 000x)** руб.,

а прибыль со второго поля

**(20 000 000 – 2 000 000y + 3 900 000y)** руб. .

<u>*Функция прибыли с двух полей*</u>

**S(x; y) = 1 900 000y – 400 000x + 50 000 000.**

**Наибольшее значение функции принимает** при x = 0, а y = 10, тогда прибыль составит **69 000 000** руб.

**Ответ:** 69 000 000 рублей наибольший доход фермера.

**Задача 2.**

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров.

Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» 4000 рублей в сутки.

Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

I способ

Максимальное количество возможных номеров люкс: **981/45=21,8 ,т.е. 21.**

Если в отеле 21 номер люкс, то свободного места остается **981–21· 45 = 36**, но 36 квадратных метров не распределишь на номера по 27 квадратных метров.

Возьмем 20 номеров люкс, тогда свободного места остается **981–20·45=81**, что соответствует трем номерам по 27 кв.метров (81/27=3).

Итак, наибольшую сумму денег предприниматель сможет заработать на своем отеле:

**20·4000+3·2000=86000**

Ответ 86000

## II способ

Пусть *x* стандартных номеров, а *y* номеров «люкс».

**(27x + 45y)** м² или 981 м² вся их площадь.

$$27x + 45y = 981,$$

$$3x + 5y = 109,$$

$$5y = 109 - 3x,$$

$$y = \frac{109 - 3x}{5},$$

$$y = 21\frac{3}{5} - \frac{3}{5}x. \quad (*)$$

Номера принесут прибыль **S(x; y) = 2000x + 4000y.**

Учитывая (*).

$$\mathbf{S(x) = 2000x + 4000\left(21\frac{3}{5} - \frac{3}{5}x.\right)}$$

$$S(x) = 2000x + 87200 - 2400x$$

**S(x) = 87 200 – 400x** – убывающая.

Наибольшее значение примет при наименьшем *x*. x = 3.

**S(3) = 87 200 – 400 · 3 = 86 000.**

**Ответ:** 86 000 рублей наибольшая прибыль за сутки.

Пусть *x* - число номеров «люкс», а *y* - число стандартных номеров. Тогда должно соблюдаться неравенство:

$$45x + 27y \leq 981$$

Доход, который получит предприниматель от отеля, будет определяться выражением (здесь 4 – это 4000 руб., а 2 – это 2000 руб.):

$$f = 4000x + 2000y$$

или, учитывая, что $y \leq \frac{981-45x}{27}$, имеем:

$$f \leq 4x - \frac{90}{27}x + \frac{2 \cdot 981}{27}$$

$$f \leq \frac{2}{3}x + \frac{1962}{27}$$

Из последнего неравенства следует, что число номеров «люкс» должно быть максимально для получения наибольшего дохода. Найдем максимальное число *x*, при котором получается целое значение $y = \frac{981-45x}{27}$, получаем (при x=20):

$$y = \frac{981-45 \cdot 20}{27} = 3,$$

то есть в отеле выгоднее всего разместить 20 номеров «люкс» и 3 стандартных номера. Доход будет равен

$$20 \cdot 4000 + 3 \cdot 2000 = 86000 \text{ рублей.}$$

**Ответ:** 86000.

# Спасибо
# за
# внимание!

## Интернет-ресурсы:

Школьный клипарт http://s3.pic4you.ru/allimage/y2013/10-24/12216/3925122.png

Линейки http://s1.pic4you.ru/allimage/y2012/08-20/12216/2356205.png

Лист в клеточку http://s1.pic4you.ru/allimage/y2012/08-20/12216/2356208.png

Скрепка http://img-fotki.yandex.ru/get/6610/134091466.1c/0_8f975_cc74afe5_S

Циркуль http://img-fotki.yandex.ru/get/6521/108950446.113/0_cd1e6_7c1b8dea_S

источник шаблона: Фокина Лидия Петровна, учитель начальных классов МКОУ «СОШ ст. Евсино» Искитимского районаНовосибирской области

http://ru.wikipedia.org

**Открытый банк заданий ЕГЭ по математике**

**Образовательный портал для подготовки к экзаменам «РЕШУ ЕГЭ, МАТЕМАТИКА»**

**ЕГЭ 2015. Математика. Типовые тестовые задания / под ред. А.Л.Семенова, и.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен»**

**Гущин Д. Д. Встречи с финансовой математикой**