

# Статистика

# Индексы

1. Индексы в статистике: понятие, виды
2. Индивидуальные и сводные индексы
3. Сводные индексы как средние из индивидуальных
4. Индексы средних величин
5. Основы индексного факторного анализа
6. Территориальные индексы

# 1. Индексы в статистике: понятие, виды

Индекс (лат. Index) – показатель, указатель.

В современном русском языке слово «индекс» имеет несколько значений.

- числовой или буквенный указатель, ставящийся чаще внизу буквы, входящий в математическое выражение
- указатель, реестр имен, названий и т.п.

**Индекс запрещенных книг** - список произведений, чтение которых римским католикам запрещалось высшей церковной властью. Издавался с 1559 года. Последнее издание Индекса вышло в 1948 году. Решением II Ватиканского собора переиздания этого Индекса были прекращены с 1966 года.

В этот запретный список попадали мыслители, ученые, писатели, - всего около 4 тыс. имен.

Среди них: Джордано Бруно, Галилео Галилей, Оноре де Бальзак, Генрих Гейне, Жан-Поль Сартр, Иммануил Кант, Лютер, Кальвин и многие другие.

Но оказывается, "Майн кампф" и другие произведения Адольфа Гитлера никогда не включались в пресловутый *Индекс запрещенных книг*.

Это обнаружил немецкий историк религии Губерт Вольф, проработавший в архивах Ватикана с середины 90-х годов прошлого столетия.

- 
- система условных обозначений (буквенных, цифровых)
    - индексы форм федерального статистического наблюдения

Наименование формы	Индекс формы	Периодичность	Кто представляет форму	Кому представляется форма
2	3	4	5	6
Сведения о финансовом состоянии организации	П-3	Месячная	Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства, бюджетных организаций, банков, страховых и прочих финансово-кредитных учреждений)	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации</li> <li>✓ Органу, осуществляющему государственное регулирование в соответствующей сфере деятельности</li> <li>✓ Органу регулирования естественных монополий в соответствующей сфере деятельности</li> </ul>
Сведения о численности, заработной плате и движении работников	П-4	Месячная	Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства)	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации</li> <li>✓ Органу, осуществляющему государственное регулирование в соответствующей сфере деятельности</li> <li>✓ Органу регулирования естественных монополий</li> </ul>

Наименование формы	Индекс формы	Периодичность	Кто представляет форму	Кому представляется форма
2	3	4	5	6
Сведения о работе электростанций (электрогенераторных установок), состоящих на балансе организаций, не относящихся к добывающим, обрабатывающим производствам, производству и распределению электроэнергии, газа и воды	ПЭ	Годовая	Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства), не относящиеся к добывающим, обрабатывающим производствам, производству и распределению электроэнергии, газа и воды, на балансе которых состоят электростанции	Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации
Сведения о снабжении теплоэнергией	1-ТЕП	Годовая	Юридические лица, осуществляющие снабжение населения и бюджетофинансируемых организаций теплоэнергией и горячим водоснабжением (включая организации, арендующие мощности	Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации

Власти Великобритании намерены измерять "*индекс счастья*" своих граждан. Соответствующую информацию распространили 15.11.2010 г. местные СМИ со ссылкой на неназываемый источник в правительстве.

Вопросы, по которым будет определяться степень "общего благосостояния" британцев, добавят в опросники населения уже следующей весной. Премьер-министр Дэвид Кэмерон попросил их разработать **Службу национальной статистики**, передает [Lenta.ru](http://lenta.ru).

Введение "*индекса счастья*" позволит оценить психологическое и физическое благополучие людей в Соединенном Королевстве.

Результаты опросов, которые планируют публиковать ежеквартально, займут центральное место в выборе и оценке социальной политики государства.

ИСПОЛЬЗУЕ

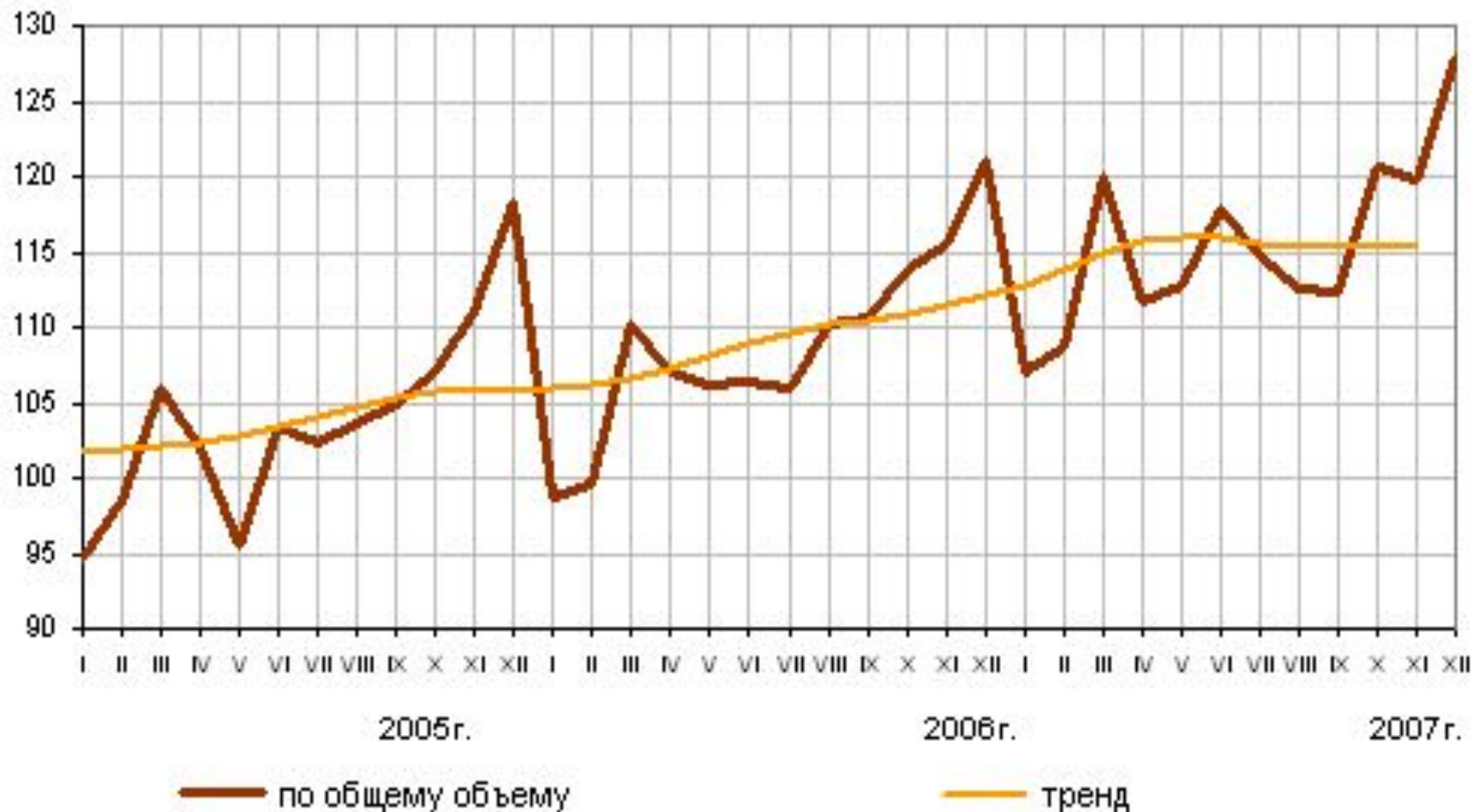
Х ЯВЛЕНИЙ:

- показатели *состояния* (индекс деловой активности, индекс потребительской уверенности, индекс нищеты населения, индекс человеческого развития потенциала, индекс РТС, индекс Доу-Джонса и др.)
- показатели *развития* или *изменения* (индекс промышленного производства, индекс производительности труда, индекс потребительских цен и др.)



## Индексы промышленного производства в России

в % к среднемесячному значению 2004г.



Источник:

Росстат

## Индексы промышленного производства в % к среднемесячному значению 2006г.



Источник:  
Росстат

## Индексы промышленного производства в % к среднемесячному значению 2008г.



# Индексы потреби

**Индекс потребительских цен** характеризует изменение во времени общего уровня цен на товары и услуги, приобретаемые населением для непроизводственного потребления, и измеряет отношение стоимости фиксированного набора товаров и услуг в ценах текущего периода к его стоимости в ценах базисного периода.

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
<b>К предыдущему месяцу</b>																			
Январь	106,2	345,3	125,8	117,9	117,8	104,1	102,3	101,5	108,4	102,3	102,8	103,1	102,4	101,8	102,6	102,4	101,7	102,3	102,4
Февраль	104,8	138,0	124,7	110,8	111,0	102,8	101,5	100,9	104,1	101,0	102,3	101,2	101,6	101,0	101,2	101,7	101,1	101,2	101,7
Март	106,3	129,9	120,1	107,4	108,9	102,8	101,4	100,6	102,8	100,6	101,9	101,1	101,1	100,8	101,3	100,8	100,6	101,2	101,3
Апрель	163,5	121,7	118,7	108,5	108,5	102,2	101,0	100,4	103,0	100,9	101,8	101,2	101,0	101,0	101,1	100,4	100,6	101,4	100,7
Май	103,0	111,9	118,1	106,9	107,9	101,6	100,9	100,5	102,2	101,8	101,8	101,7	100,8	100,7	100,8	100,5	100,6	101,4	100,6
Июнь	101,2	119,1	119,9	106,0	106,7	101,2	101,1	100,1	101,9	102,6	101,6	100,5	100,8	100,8	100,6	100,3	101,0	101,0	100,6
Июль	100,6	110,6	122,4	105,3	105,4	100,7	100,9	100,2	102,8	101,8	100,5	100,7	100,7	100,9	100,5	100,7	100,9	100,5	100,6
Август	100,5	108,6	126,0	104,6	104,6	99,8	99,9	103,7	101,2	101,0	100,0	100,1	99,6	100,4	99,9	100,2	100,1	100,4	100,0
Сентябрь	101,1	111,5	123,0	108,0	104,5	100,3	99,7	138,4	101,5	101,3	100,6	100,4	100,3	100,4	100,3	100,1	100,8	100,8	100,0
Октябрь	103,5	122,9	119,5	115,0	104,7	101,2	100,2	104,5	101,4	102,1	101,1	101,1	101,0	101,1	100,6	100,3	101,6	100,9	100,0
Ноябрь	108,9	126,1	116,4	114,6	104,6	101,9	100,6	105,7	101,2	101,5	101,4	101,6	101,0	101,1	100,7	100,6	101,2	100,8	100,3
Декабрь	112,1	125,2	112,5	116,4	103,2	101,4	101,0	111,6	101,3	101,6	101,6	101,5	101,1	101,1	100,8	100,8	101,1	100,7	100,4
<b>Декабрь в % к декабрю предыдущего года</b>	260,4	2608,8	939,9	315,1	231,3	121,8	111,0	184,4	136,5	120,2	118,6	115,1	112,0	111,7	110,9	109,0	111,9	113,3	109,0

Источник:

Росстат

# Руководство по индексам потребительских цен

Т е о р и я и п р а к т и к а



Международное бюро труда



Международный Валютный Фонд



Организация экономического сотрудничества и развития (ОЭСР)



Статистическое бюро Европейских сообществ (Евростат)



Организация Объединенных Наций



Всемирный банк

Под **индексом** понимается сложный статистический показатель, выражающий соотношение (*во времени, в пространстве, по сравнению с планом*) какого-либо социально-экономического явления.

При построении индексов следует различать:

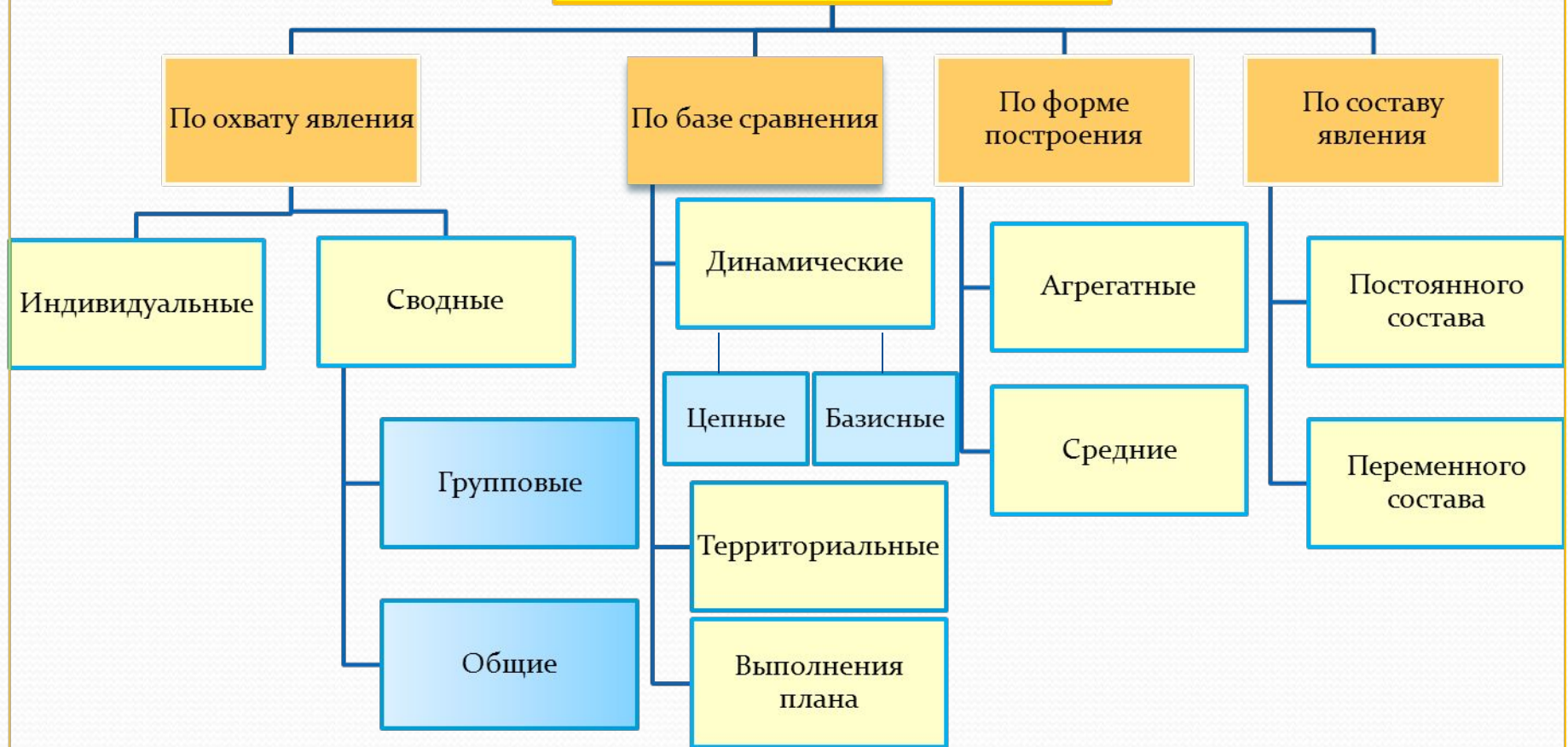
- **индексируемый** признак
- признак **вес (соизмеритель)**.

Признак, изменение которого оценивается, называется **индексируемым**.

**Весом (соизмерителем)** в индексе называют элемент показателя, выполняющий соответствующую функцию, но остающийся неизменным.

Любой индекс состоит из двух видов данных: *отчетных* и *базисных*.

# Классификация индексов



## 2. Индивидуальные и сводные индексы

В зависимости от *степени охвата единиц* изучаемой совокупности индексы подразделяются на:

- *индивидуальные* (элементарные)
- *сводные*.

**Индивидуальные индексы** характеризуют изменение признака у отдельных единиц статистической совокупности.

**p** – цена единицу товара (услуги)

**q** – количество товара (услуги)

**t** – трудоемкость единицы товара

**T** – численность работников

**f** – уровень заработной платы работника

**S** – посевная площадь, занятая с/х культурой

**y** – урожайность с/х культуры

**z** – себестоимость единицы продукции

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

$$i_y = \frac{y_1}{y_0}$$





**Сводные индексы** представляют обобщающую характеристику совместного изменения признака у группы или всех единиц, образующих статистическую совокупность.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

Ласпейрес

Этьен

Род. 1834 г.

Германия

Пааше Герман

Род. 1851 г.

Германия

Представленные выше показатели получили название **агрегатных** индексов. Агрегатный (от лат. *aggregatus*) – складываемый, суммируемый.

*Пример: Имеются данные о продаже товаров на рынке*

Товар	Количество, тыс. ед.		Цена за единицу, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	5	10	10	30
Б	10	10	20	10
В	20	10	30	30

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad i_{qp} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = i_q \cdot i_p$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{600}{850} = 0,706 \text{ (-29,4\%)}$$

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{850}{850} = 1,000$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{700}{600} = 1,167 \text{ (+16,7\%)}$$

$$I_{qp} = I_q \cdot I_p = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = 0,706 \cdot 1,167 = \frac{700}{850} = 0,824 \text{ (-17,6\%)}$$

### 3. Сводные индексы как средние из индивидуальных

Агрегатный индекс является основной, но не единственной *формой* сводного индекса .

Сводный индекс может быть исчислен и как *средняя величина* из индивидуальных индексов.

В статистике применяют *два* основных вида средних индексов, получаемых из индивидуальных:

- средний арифметический индекс
- средний гармонический индекс.

**Средний арифметический индекс**

$$\longrightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \sum x_i d_i$$

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_q \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_q d_0$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_p \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_p d_0$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

**Средний гармонический индекс**

$$\longrightarrow \bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}}$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_p} q_1 p_1} = \frac{1}{\sum \frac{d_1}{i_p}}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Пример: По торговой организации имеются данные

Наименование товара	Оборот в фактических ценах, млн руб.		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
А	55,20	66,50	+15,0
Б	47,00	52,60	+22,0
В	20,00	23,50	+12,0
Итого	122,20	142,60	+17,2

**Определите:**

1. Общий индекс оборота розничной торговли
2. Общие индексы цен (Г. Пааше и Э. Ласпейреса)
3. Общий индекс физического объема оборота розничной торговли.

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{142,60}{122,20} = 1,1669 (+16,7\%)$$

$$I_p = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{143,22}{122,20} = 1,1720 (+17,2\%)$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_p} q_1 p_1} = \frac{142,60}{121,92} = 1,1696 (+17,0\%)$$

$$I_q = \frac{I_{qp}}{I_p} = \frac{1,1669}{1,1696} = 0,9977 (-0,2\%)$$

## 4. Индексы средних величин

*Индексы средних величин* – относительные показатели, в которых индексируются признаки, выраженные не индивидуальными, а средними величинами.

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}$$

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}'_0}$$

$$I_{\frac{f}{\sum f}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}'_0}{\bar{x}_0}$$

*индекс переменного состава*

*индекс постоянного состава*

*индекс структурных сдвигов*

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_{\frac{f}{\sum f}}$$



Рассмотренным индексам можно придать и другую аналитическую форму.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \sum x_i d_i$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0} = \frac{\bar{x}_1}{x_0}$$

$$I_x = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1} = \frac{\bar{x}_1}{x'_0}$$

$$I_d = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0} = \frac{x'_0}{x_0}$$

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_d$$

Пример. По организации имеются данные о численности и уровне оплаты труда наемных работников:

Уровень квалификации	До кризиса		После кризиса		Индексы уровня оплаты труда
	Численность работников, чел.	Средняя дневная оплата труда, у.е	Численность работников, чел.	Средняя дневная оплата труда, у.е	
Высокий	200	12,0	200	11,0	0,917
Низкий	800	8,0	200	7,0	0,875
<b>Итого</b>	<b>1000</b>	<b>8,8</b>	<b>400</b>	<b>9,0</b>	<b>1,023</b>

$$I_{\bar{f}} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \bar{f}_1 : \bar{f}_0 = \frac{9,0}{8,8} = 1,023 \text{ (+2,3\%)}$$

*Индекс средней заработной платы работников организации не является средним индексом из индивидуальных индексов оплаты труда.*

Средним индексом оплаты труда из индивидуальных выступает индекс постоянного состава, который является средним гармоническим индексом.

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = \bar{f}_1 : \bar{f}'_0 = \frac{3600}{4000} = \frac{9,0}{10,0} = 0,900 \text{ (-10,0\%)}$$

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum \frac{f_1 T_1}{i_f}} = \frac{2200 + 1400}{\frac{2200}{0,917} + \frac{1400}{0,875}} = \frac{3600}{4000} = 0,900 \text{ (-10,0\%)}$$

Какой фактор определил *рост* средней дневной заработной платы работников организации?

## Квалификационная структура работников организации, %

Уровень квалификации	До кризиса	После кризиса
Высокий	20,0	50,0
Низкий	80,0	50,0
Итого	100,0	100,0

$$I_{\frac{T}{\Sigma T}} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \bar{f}'_0 \div \bar{f}_0 = \frac{10,0}{8,8} = 1,136 (+13,6\%)$$

$$I_d = \frac{\sum f_0 d_1}{\sum f_0 d_0} = \frac{12 \cdot 0,50 + 8 \cdot 0,50}{12 \cdot 0,20 + 8 \cdot 0,80} = \bar{f}'_0 \div \bar{f}_0 = \frac{10,0}{8,8} = 1,136 (+13,6\%)$$

$$I_{\bar{f}} = I_f \cdot I_{\frac{T}{\Sigma T}} = 0,900 \cdot 1,136 = 1,023$$

$$\bar{f} = \frac{\sum fT}{\sum T} \quad \sum fT = \sum T \times \bar{f} \quad F = \sum T \times \bar{f}$$

$$\Delta F = F_1 - F_0 = 3600 - 8800 = -5200 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_T = (\sum T_1 - \sum T_0) \cdot \bar{f}_0 = (400 - 1000) \cdot 8,8 = -5280 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_{\bar{f}} = (\bar{f}_1 - \bar{f}_0) \cdot \sum T_1 = (9,0 - 8,8) \cdot 400 = +80 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F = \Delta F_T + \Delta F_{\bar{f}} = -5280 + 80 = -5200 \text{ y.e.}$$

Изменение среднего заработка детерминировано двумя факторами:

- динамикой уровня оплаты труда каждой группы работников
- изменением структуры персонала работников.

$$\Delta F_{\bar{f}} = \Delta F_f + \Delta F_{\frac{T}{\sum T}}$$

$$\Delta F_f = \sum f_1 T_1 - \sum f_0 T_1 = 3600 - 4000 = -400 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_{\frac{T}{\sum T}} = \sum f_0 T_1 - \frac{\sum T_1}{\sum T_0} \times \sum f_0 T_0 = 4000 - \frac{400}{1000} \cdot 8800 = +480 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F = \Delta F_{\sum T} + \Delta F_{\frac{T}{\sum T}} + \Delta F_f = -5280 + 480 - 400 = -5200 \text{ y.e.}$$

## ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ УРОВЕНЬ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ РФ

	Сентябрь 2010г.	В % к		Январь- сентябрь 2010г. в % к январю- сентябрю 2009г.	Справочно		
		сентябрю 2009г.	августу 2010г.		сентябрь 2009г. в % к		январь- сентябрь 2009г. в % к январю- сентябрю 2008г.
					сентябрю 2008г.	августу 2009г.	
Денежные доходы (в среднем на душу населения) <sup>1)</sup> , рублей	18176	108,7	100,9	110,9	110,2	103,2	111,5
Реальные располагаемые денежные доходы <sup>1)</sup>		101,5	99,8	104,8	101,4	103,2	100,0
Среднемесячная начисленная заработная плата одного работника <sup>2)</sup> :							
<b>номинальная</b> , рублей	21376	112,4	103,0	111,7	105,3	102,7	108,6
<b>реальная</b>		105,1	102,1	105,0	95,1	102,7	96,5
Средний размер назначенных пенсий <sup>2)</sup> , рублей	7604	140,5	100,1	147,7	119,2	100,0	123,2
Реальный размер назначенных пенсий <sup>2)</sup>		131,3	99,3	138,8	107,7	100,1	109,5

1) Превышение данных Росстат

2) За сентябрь 2010г. предварительные данные.

## 5. Основы индексного факторного анализа

Индексы выполняют две основные функции:

- синтетическую
- аналитическую.

*Первая* - состоит в обобщающей относительной характеристике изменения сложного явления в целом.

*Вторая* - состоит в обобщающей относительной оценке изменения отдельных сторон сложного явления. Выполняя эту функцию, индексы рассматриваются в системе признаков, образуя системы аналитических индексов.

$$O=q \cdot p$$

*Для отдельного элемента совокупности*

$$i_{qp} = i_q \cdot i_p$$

*Для совокупности в целом*

$$I_{qp} = I_q \cdot I_p$$

Изменение сложного явления, образованного через систему признаков, можно представить и в виде абсолютных приростов, обусловленных изменением каждого из факторов.

*Для отдельного элемента совокупности*

$$\Delta O = O_1 - O_0 = q_1 p_1 - q_0 p_0 = \Delta O_q + \Delta O_p$$

$$\Delta O_q = (q_1 - q_0) p_0$$

$$\Delta O_p = (p_1 - p_0) q_1$$

*Для совокупности в целом*

$$\Delta O = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = \Delta O_q + \Delta O_p$$

$$\Delta O_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

$$\Delta O_p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$$



Методология индексного факторного анализа применима и в случаях, когда факторов больше, чем **два**.

*Основные положения методики разложения динамики результативного признака (показателя) независимо от числа факторов:*

1. Моделируется результативный признак, как произведение факторных признаков, и строится соответствующий индекс :

$$L = ab \cdots n \rightarrow I_L = \frac{\sum L_1}{\sum L_0} = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_1}{\sum a_0 b_0 \cdots n_0}$$

2. Формируется система взаимосвязанных факторных индексов:

$$I_L = I_a \cdot I_b \cdots I_n$$

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_0 \cdots n_0}{\sum a_0 b_0 \cdots n_0} \quad I_b = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_0}{\sum a_1 b_0 \cdots n_0} \quad \dots \quad I_n = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_1}{\sum a_1 b_1 \cdots n_0}$$

Оценка относительного изменения результативного показателя по факторам может быть дополнена абсолютным (*разностным*) его разложением.

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= \sum a_1 b_1 \cdots n_1 - \sum a_0 b_0 \cdots n_0 \\ \Delta L_a &= \sum a_1 b_0 \cdots n_0 - \sum a_0 b_0 \cdots n_0 \\ \Delta L_b &= \sum a_1 b_1 \cdots n_0 - \sum a_1 b_0 \cdots n_0 \\ &\dots \\ \Delta L_n &= \sum a_1 b_1 \cdots n_1 - \sum a_1 b_1 \cdots n_0 \end{aligned} \right\} \Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \dots + \Delta L_n$$

Существуют и другие схемы абсолютного разложения результативного показателя в зависимости от факторов:

$$L_1 = L_0 \cdot I_a \cdot I_b \cdots I_n = L_0 \cdot I_L$$

$$\Delta L = L_1 - L_0 = L_0 \cdot I_L - L_0 = L_0 \cdot (I_L - 1)$$

$$\Delta L_a = L_0 \cdot (I_a - 1)$$

$$\Delta L_b = L_0 \cdot I_a \cdot (I_b - 1)$$

...

$$\Delta L_n = L_0 \cdot I_a \cdot I_b \cdots (I_n - 1)$$

$$\Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \cdots + \Delta L_n$$

## Общее замечание

При моделировании результативного признака факторные признаки должны находится в логической последовательности:

- начиная с общего количественного, завершая частным качественным
- включение каждого последующего факторного признака в модель должно приводить к содержательной интерпретации *мультипликативного* результата.

*Пример:*

T – численность работников

Q – объем выпуска товаров и услуг

W – выработка на одного рабочего

d – доля рабочих в общей численности работников

***Сформируйте систему взаимосвязанных признаков?***

Число перестановок =  $n!$

$$Q = W \cdot T \cdot d$$

$$Q = d \cdot W \cdot T$$

$$Q = T \cdot d \cdot W$$

$$Q = d \cdot T \cdot W$$

$$Q = T \cdot W \cdot d$$

$$Q = W \cdot d \cdot T$$

$$Q = T \cdot d \cdot W$$

*На уровне отдельных единиц совокупности (одного предприятия)*

$$I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} = I_T \cdot I_d \cdot I_W = \frac{T_1}{T_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} \cdot \frac{W_1}{W_0}$$

*По совокупности единиц (по группе предприятий)*

$$\Sigma Q = \Sigma T \cdot d \cdot W$$

$$I_Q = \frac{\Sigma Q_1}{\Sigma Q_0} = I_T \cdot I_d \cdot I_W = \frac{\Sigma T_1 d_0 W_0}{\Sigma T_0 d_0 W_0} \cdot \frac{\Sigma T_1 d_1 W_0}{\Sigma T_1 d_0 W_0} \cdot \frac{\Sigma T_1 d_1 W_1}{\Sigma T_1 d_1 W_0}$$

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q_0 = \sum T_1 d_1 W_1 - \sum T_0 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_T = \sum T_1 d_0 W_0 - \sum T_0 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_d = \sum T_1 d_1 W_0 - \sum T_1 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_W = \sum T_1 d_1 W_1 - \sum T_1 d_1 W_0$$

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q = \Delta Q_T + \Delta Q_d + \Delta Q_W$$

## 6. Территориальные индексы

*Территориальные индексы* являются разновидностью относительных величин пространственного сравнения, в которых сравниваются сложные показатели, относящиеся к одному и тому же периоду времени, но к разным территориальным образованиям.

Рассмотрим построение агрегатных индексов физического объема и цен для двух территорий: **A** и **B**.

$$I_{q,A/B} = \frac{\sum q_A p_B}{\sum q_B p_B}$$

$$I_{q,B/A} = \frac{\sum q_B p_A}{\sum q_A p_A}$$

$$I_{q,B/A} \neq \frac{1}{I_{q,A/B}}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}$$

$$I_{p,B/A} = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_B}$$

$$I_{p,B/A} \neq \frac{1}{I_{p,A/B}}$$

Для того, чтобы территориальные индексы были обратимыми, используют «метод стандартных весов»:

$$I_{q,A/B} = \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}} \quad I_{q,B/A} = \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}} \quad I_{q,B/A} = \frac{1}{I_{q,A/B}}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_{(A+B)}}{\sum p_B q_{(A+B)}} \quad I_{p,B/A} = \frac{\sum p_B q_{(A+B)}}{\sum p_A q_{(A+B)}} \quad I_{p,B/A} = \frac{1}{I_{p,A/B}}$$

Однако такая методика построения территориальных индексов не позволяет формировать индексные модели .

$$I_{pq,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_B} \neq \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}} \times \frac{\sum p_A q_{(A+B)}}{\sum p_B q_{(A+B)}}$$

$$I_{pq,B/A} = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_A} \neq \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}} \times \frac{\sum p_B q_{(A+B)}}{\sum p_A q_{(A+B)}}$$



Пример. За отчетный период имеются данные об экспорте из Российской Федерации топливно-энергетических товаров в страны ближнего и дальнего зарубежья:

Наименование товара	Средние контрактные цены, долл.США за 1 т		Объем экспорта, тыс. т	
	со странами СНГ	со странами вне СНГ	в страны СНГ	в страны вне СНГ
Нефть сырая	83,4	147,8	1600	3200
Топливо дизельное	131,3	163,3	400	800

Определите:

- 1) *индекс ценовых соотношений* экспорта российских топливно-энергетических ресурсов в страны ближнего и дальнего зарубежья;
- 2) размер потерь в валютной выручке Российской Федерации из-за разницы в средних контрактных ценах на товары данной группы, экспортированные в страны ближнего зарубежья.

Введем обозначение:  
страны СНГ – А  
страны вне СНГ – В.

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B}$$

Нефть сырая

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B} = \frac{83,4}{147,8} = 0,564 (-43,6\%)$$

$$\Delta B_p^H = (83,4 - 147,8) \cdot 1600 = -103040 \text{ тыс. USD}$$

Топливо дизельное

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B} = \frac{131,3}{163,3} = 0,804 (-19,6\%)$$

$$\Delta B_p^D = (131,3 - 163,3) \cdot 400 = -12800 \text{ тыс. USD}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A} = \frac{83,4 \cdot 1600 + 131,3 \cdot 400}{147,8 \cdot 1600 + 163,3 \cdot 400} = \frac{185960}{301800} = 0,616 (-38,4\%)$$

$$\Delta B_p = \sum p_A q_A - \sum p_B q_A = 185960 - 301800 = -115840 \text{ тыс. USD}$$

## Варианты тестов по теме:

1. Для оценки изменения средней себестоимости однородной продукции используется индекс:
  - a) переменного состава
  - b) агрегатный по Пааше
  - c) средневзвешенный гармонический
  - d) средневзвешенный арифметический
  - e) агрегатный по Ласпейресу
2. Укажите, какой из приведенных ниже индексов является общим индексом себестоимости:

$$\bar{a}) I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}; \bar{b}) I = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_1 q_1}; \bar{c}) I = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0}; \bar{d}) I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

3. Средняя интенсивность смертности от суицида в регионе за период снизилась на 20 %, а в стандартной половозрастной структуре это изменение составило бы + 20%. Как изменилась средняя смертность от суицида за счёт структурных факторов ... %?

- - 33,3
- не изменилась
- + 20,0
- предсказать нельзя.