3. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ
3.1 НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО И НУЛЬ

Составитель Н.Ф.Титова

11.ПОНЯТИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА. РЯД НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ, ЕГО СВОЙСТВА.

Определение (Джузеппе Пеано)

- **Натуральными числами** называют элементы всякого непустого множества N, в котором существует отношение "следовать за", удовлетворяющее следующим аксиомам:

1. $\exists 1$
2. $\forall a, \exists ! a'$
3. $\forall a', \exists ! a$
4. Аксиома индукции

4. Аксиома индукции

- $M \subset N$
- 1) $1 \in M$;
- 2) если $a \in M$, то и $a+1 \in M$

  тогда $M = N$

Натуральный ряд чисел

- один, два, три, четыре, пять и т.д.
- 1,2,3,4,5, и т.д.

Свойства натурального ряда чисел

1. $\forall a \in N,\ \exists 1 \in N,\ 1 < a$
2. бесконечен
3. линейно упорядочен
4. Дискретен (от лат. прерывистый, состоящий из отдельных элементов)

12. ОТРЕЗОК НАТУРАЛЬНОГО РЯДА ЧИСЕЛ. СЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА

Отрезком натурального ряда Na

- называют множество чисел натурального ряда, не превосходящих натурального числа а
- $N_a = \{1,2,3,4,5,6,7,\ldots,a\}$
- $N_6 = \{1,2,3,4,5,6\}$
- $N_9 = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Счетом элементов конечного множества А

- называют установление взаимно однозначного соответствия между элементами множества А и отрезком натурального ряда Na
-

Правила количественного счета

- Первым при счете может быть любой элемент
- Ни один элемент не должен быть пропущен
- Ни один элемент не должен быть посчитан дважды
- Последнее число в отрезке натурального ряда отвечает на вопрос «Сколько»
- Порядок пересчета элементов не имеет значения

13.Порядковые и количественные натуральные числа. Теоретико-множественный смысл количественного натурального числа и нуля. Множество целых неотрицательных чисел

- **а -количественное натуральное число**

- **порядковое натуральное число**

Правила порядкового счета

- порядковый счет отвечает на вопрос «какой», «который»
- порядковый счет зависит от направления

- **Количественное натуральное число,** с теоретико-множественных позиций, является общим свойством класса конечных равномощных множеств

Нуль

- Общее свойство класса пустых множеств
- $0 = n(\varnothing)$

Множество целых неотрицательных чисел

- Объединение множества натуральных чисел и числа нуль
- $N_o = N \cup \{0\}$

Свойства целых неотрицательных чисел

1. $\forall a \in N_0$, $\exists 0 \in N_0$, $0<a$
2. Бесконечно
3. Линейно упорядочено
4. Дискретно (от лат. прерывистый, состоящий из отдельных элементов)

14. Теоретико- множественный смысл отношений "равно", "меньше". Теоретико-множественный смысл суммы, разности целых неотрицательных чисел

Числа а и в равны

- если они определяются равномощными множествами
- а=в ⇔А=В, где n(А)=а, n(В)=в

Сравните

- $A = \{\Delta, \Delta, \Delta, \Delta\}$

A'

$B \sim A'$

- $B = \{O, O, O\}$

Определение №1: a>b (b<a),

- если множество B равномощно собственному подмножеству A` множества A и $a = n(A)$, $b = n(B)$
- $a > b \Leftrightarrow B \sim A'$, $A' \subset A$, $A' \neq A$, $A' \neq \varnothing$,

  $a = n(A)$, $b = n(B)$

Определение №2: a>b (b<a),

- тогда и только тогда, когда существует такое натуральное число с, что b+c=a
- $a>b \Leftrightarrow \exists c \in N,\ b+c=a$

*

Определение №3: a>b (b<a),

- тогда и только тогда, когда отрезок натурального ряда с номером b N_b является подмножеством отрезка натурального ряда с номером a N_a
- a>b <=> N_b с N_a

Суммой двух целых неотрицательных чисел а и в

- называют число элементов в объединении непересекающихся множеств А и В таких, что n(A)=a, n(B)=в и A∩ B=∅.

Разностью двух целых неотрицательных чисел а и в

- называют число элементов в дополнении множества В до множества А при условии, что n(A)=a, n(B)=в и B⊂A

- Докажите разными способами, почему 6>4

3.2СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

15. ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления (нумерация от лат.numero-считаю)

- Часть арифметики, излагающая способы обозначения всевозможных чисел посредством немногих названий и знаков и их наименование
- Способ обозначения натуральных чисел
- Совокупность приемов представления и обозначения натуральных чисел

Десятичной записью числа

$a_n a_{n-1}\ a_{n-2} \ldots a_1 a_0$

называется его представление в виде

$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0$, где $a_n, a_{n-1}, \ldots a_1, a_0$ принимают любые значения 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, $a_n \neq 0$.

Представьте число в виде его десятичной записи

1. 8540093
2. 300051480
3. 94301

Какие числа записаны?

1. $2\cdot10^6+7\cdot10^5+3\cdot10^4+9\cdot10^3+6\cdot10^2+8\cdot10^1+3$
2. $10^8+2\cdot10^7+5\cdot10^4+3\cdot10^3+4\cdot10^2+5\cdot10^1$
3. $6\cdot10^7+2\cdot10^5+5\cdot10^3+6\cdot10^2+8$

Разрядные единицы

- $1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, \ldots$
- 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000,…

Разрядные (укрупненные) единицы

- **исходная счетная единица, а также все единицы, получаемые в результате ее укрупнения**

Разряд

- место в записи числа соответствующих разрядных единиц

Основанием системы счисления

- называют отношение соседних разрядных единиц

- **Пусть дано число $a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$, где a_n, $a_{n-1}, \ldots a_1, a_0$ принимают любые значения 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, $a_n \neq 0$, тогда всякую группу цифр $a_{i+2}\ a_{i+1}\ a_i$, где i- натуральное число, при делении которого на 3 получается остаток 1 называют классом**

a_n	…	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
...	...	раз ряд сот ен млн	раз ряд дес ятк. млн	раз ряд еди ниц млн	раз ряд соте н тыс яч	раз ряд дес ятк. тыс яч	раз ряд еди ниц тыс яч	раз ряд сот ен	раз ряд дес ятк	раз ряд еди ниц

Класс млн

Класс тысяч

Класс единиц

Названия других классов

- Миллиард (биллион) 10^9
- Триллион 10^{12}
- Квадриллион 10^{15}
- Квинтиллион 10^{18}
- Секстиллион 10^{21}
- Септиллион 10^{24}
- Окиллион 10^{27}
- Нонмиллион 10^{30}
- ундециллион 10^{33} и т.д.

Позиционной системой счисления

- **называют систему, в которой одна и та же цифра получает различные значения в зависимости от места, которое она занимает в записи числа**

3.3 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

(САМОСТОЯТЕЛЬНО)

Спасибо!