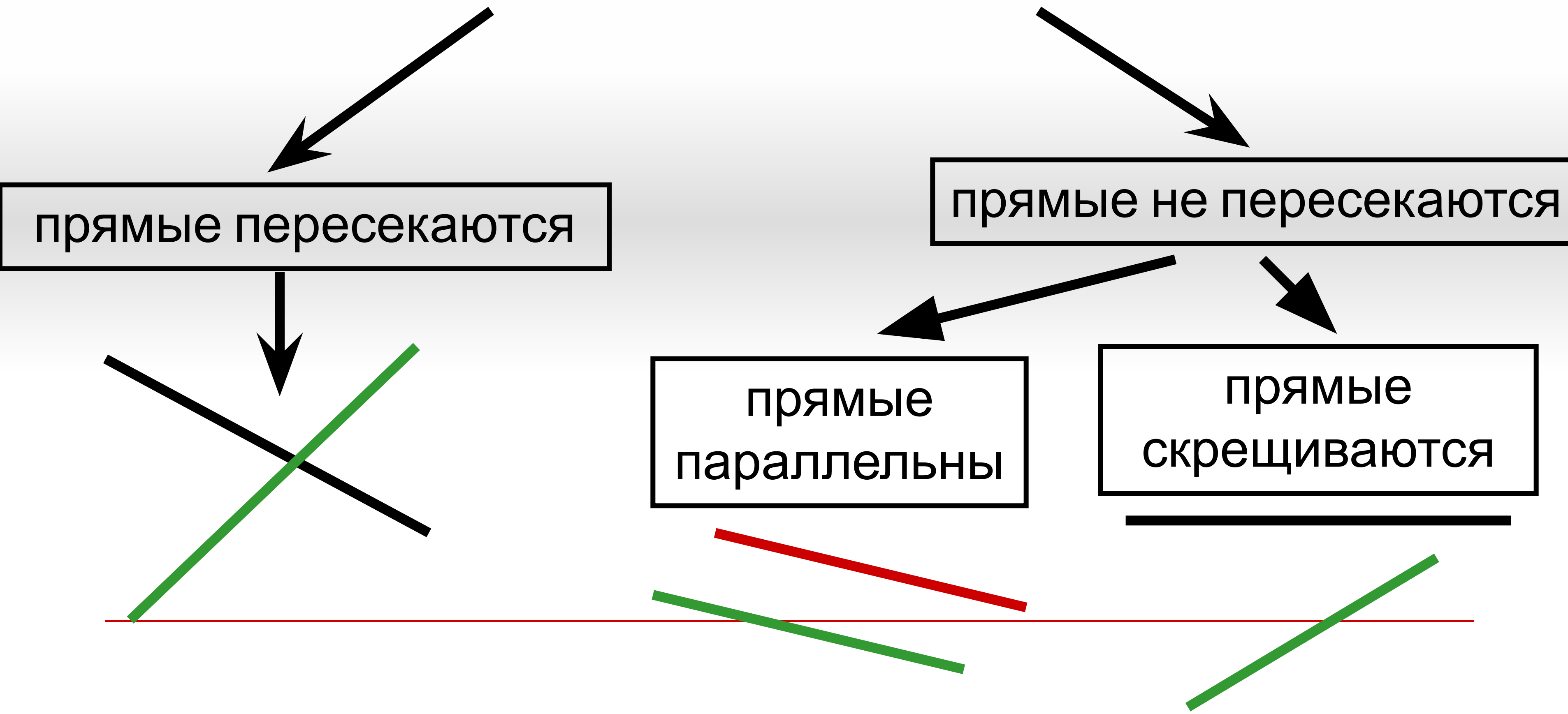
Геометрия 10 класс
23.04.2020

Тема: «Повторение. Параллельность прямых и плоскостей в

Параллельные прямые в пространстве

Случаи взаимного расположения прямых в пространстве

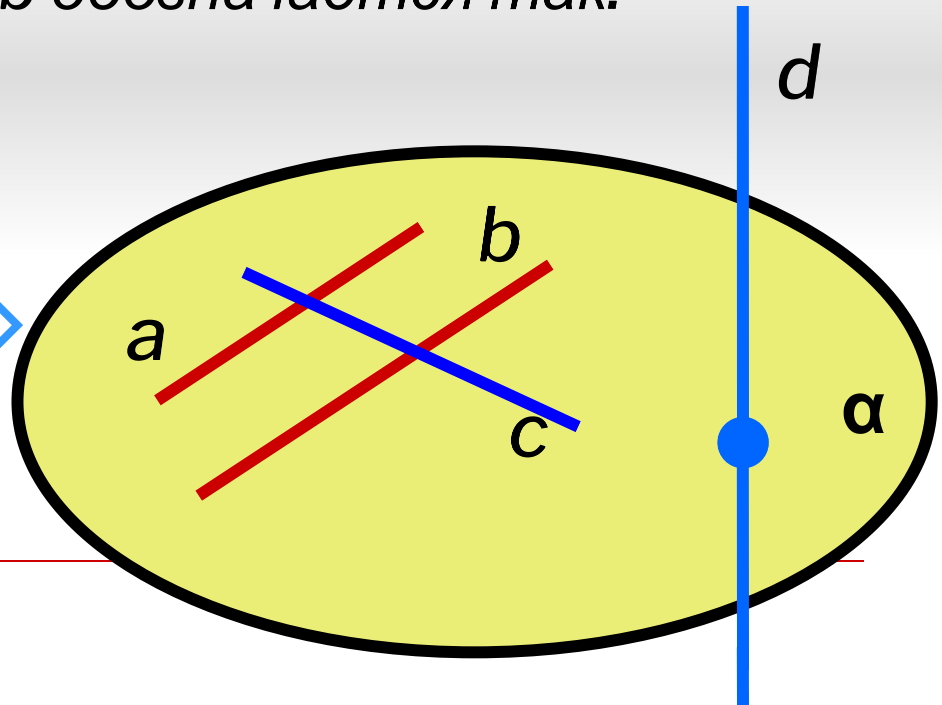


Определение

Две прямые в пространстве называются **параллельными,** если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

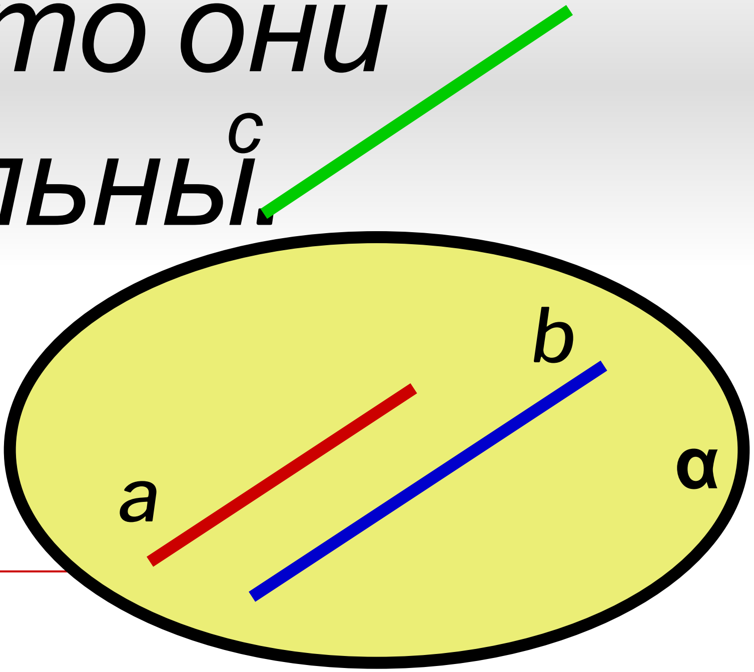
Параллельность прямых a и b обозначается так: a||b

На рисунке прямые a и b параллельны, а прямые a и c, a и d не параллельны.



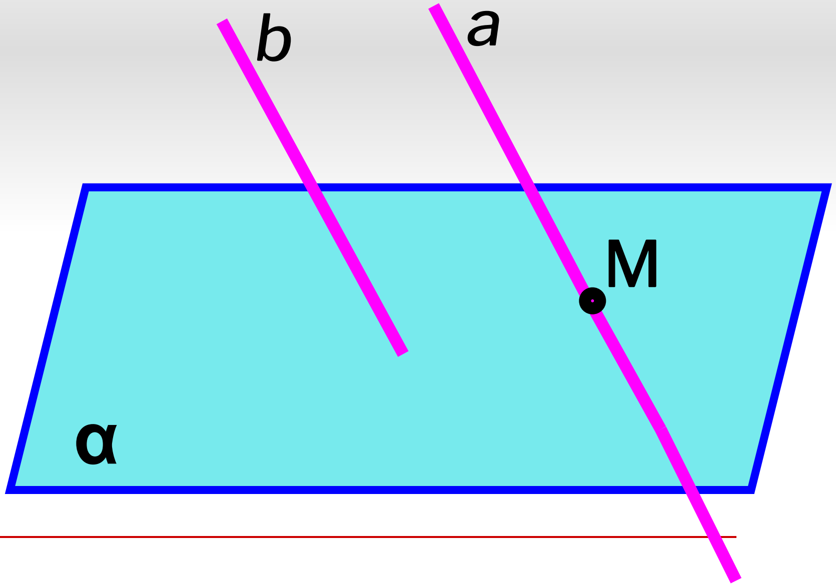
Признак параллельных прямых

Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.



Свойство

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



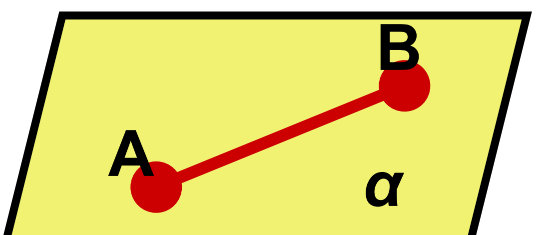
Параллельность прямой и плоскости в пространстве

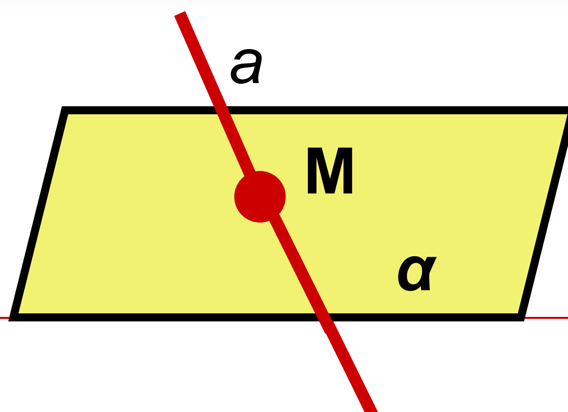
Случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве

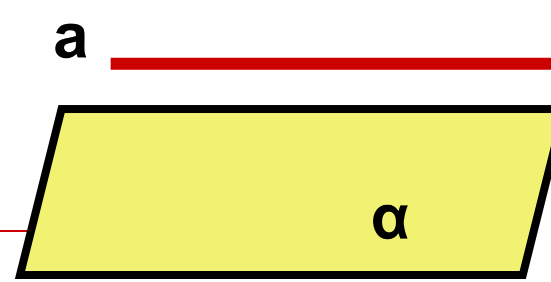
прямая лежит в плоскости

прямая и плоскость пересекаются (имеют одну общую точку)

прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки







Определение:

Прямая и плоскость называются **параллельными,** если они не имеют общих точек.

Признак параллельности прямой и плоскости

- Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости

Свойства параллельных прямой и плоскости

Если плоскость проходит через данную точку, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость , то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

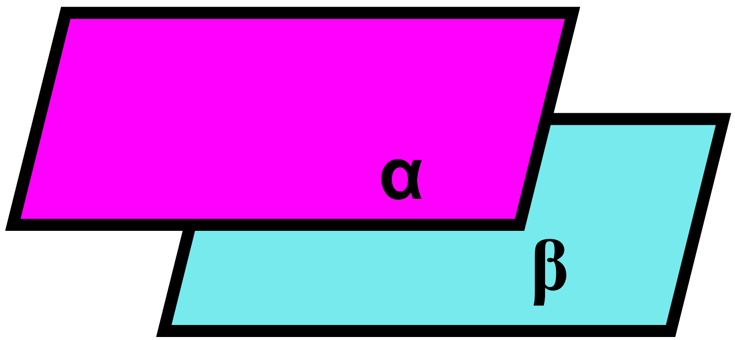
Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.

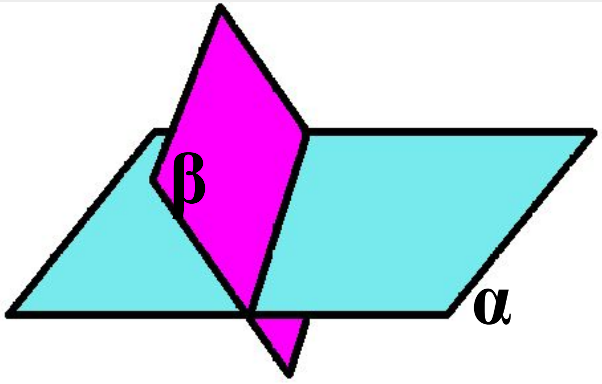
Параллельность плоскостей

Случаи взаимного расположения плоскостей в пространстве

плоскости параллельны

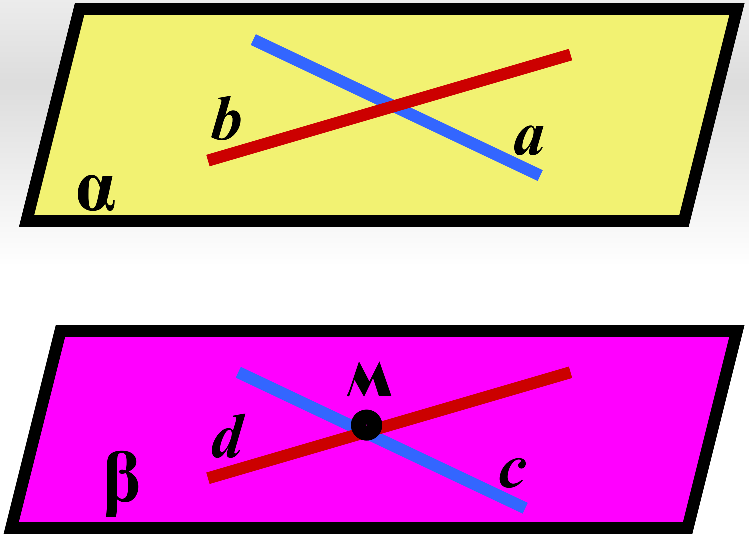
плоскости пересекаются





Определение:

Две плоскости называются **параллельными,** если они не пересекаются**.**



Признак параллельности плоскостей

- Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны

Свойства параллельных плоскостей

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными

А теперь небольшой тест!

1. Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
2. Точка М не лежит на прямой а. Сколько прямых, не пересекающих прямую а, проходит через точку М? Сколько из этих прямых параллельны прямой а?
3. Прямые а и с параллельны, а прямые а и b пересекаются. Могут ли прямые b и с пересекаться. Могут ли прямые b и с быть параллельны?
4. Прямая а параллельна плоскости α. Верно ли, что эта прямая не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α?
5. Прямая а параллельна плоскости α. Сколько прямых, лежащих в плоскости α, параллельны прямой а? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости α?
6. Могут ли быть равны два непараллельных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?
7. Две стороны параллелограмма параллельны плоскости α. Параллельны ли плоскость α и плоскость параллелограмма?

Сверим ответы!

1. -
2. ∞, 1
3. +,-
4. +
5. ∞, +
6. -
7. +

Решение задач

Задача 1

Дано: $\angle BAC$, $\alpha \parallel \beta$

$\alpha \cap AB = A_1$, $\quad \alpha \cap AC = B_1$

$\beta \cap AB = A_2$, $\quad \beta \cap AC = B_2$

$A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см

$AB_1 = 5$ см

Найти: AA_2, AB_2

Решение:

$\alpha \parallel \beta$, $(ABC) \cap \alpha = A_1B_1$

$(ABC) \cap = A_2B_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_1B_1 \parallel A_2B_2$

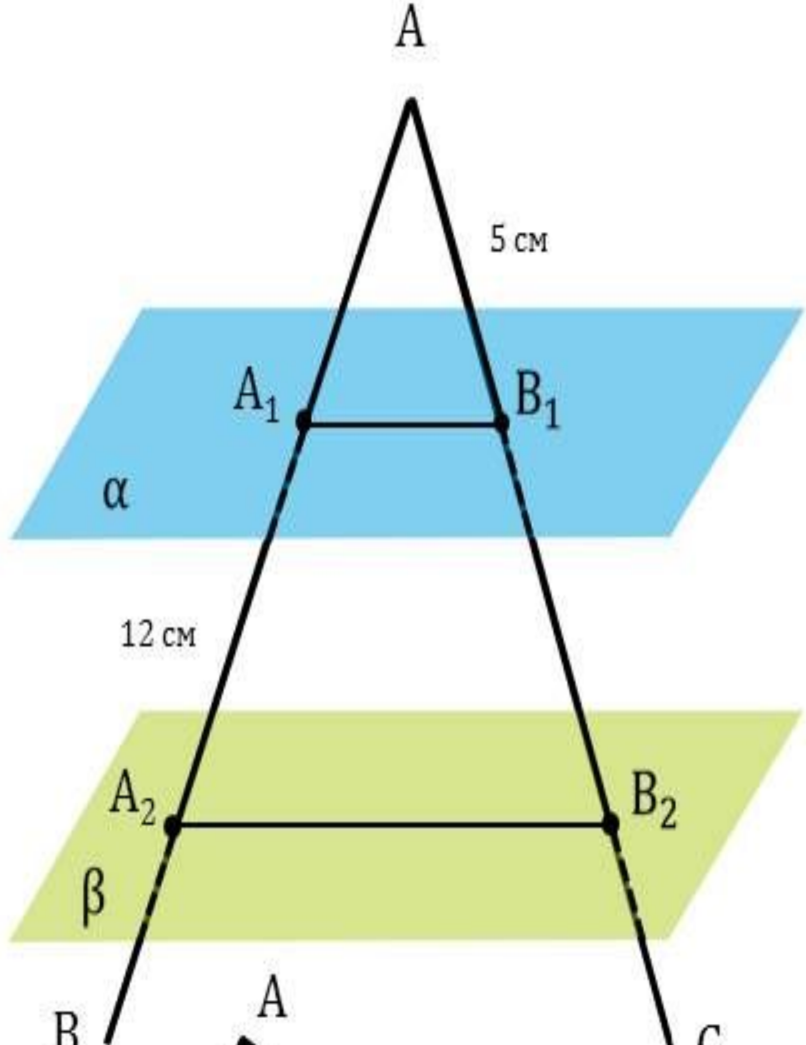
$\Delta A_1AB_1 \sim \Delta A_2AB_2 \Rightarrow \dfrac{A_1A}{A_2A} = \dfrac{B_1A}{B_2A}$

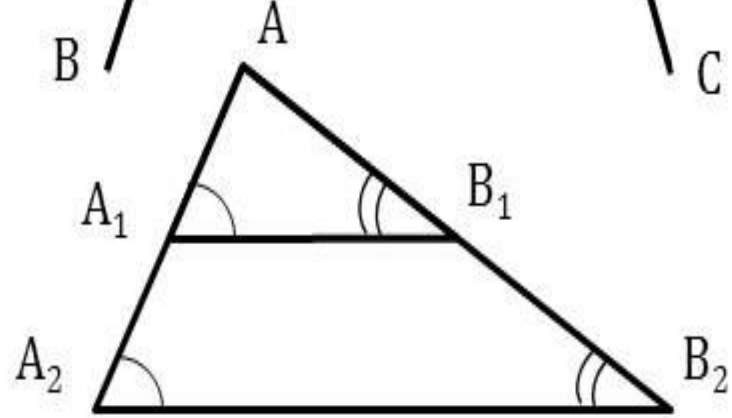
$AA_1 = \frac{1}{2} \cdot A_1A_2 = 6$ (см)

$AA_2 = AA_1 + A_1A_2 = 6 + 8 = 18$ (см)

$\frac{6}{18} = \frac{5}{AB_2}$, $\quad AB_2 = 15$ см

Ответ: $AA_2 = 18$ см, $\quad AB_2 = 15$ см





Задача 2

Дано: $B \not\subset ADC$

$M \in BA, BM = MA$

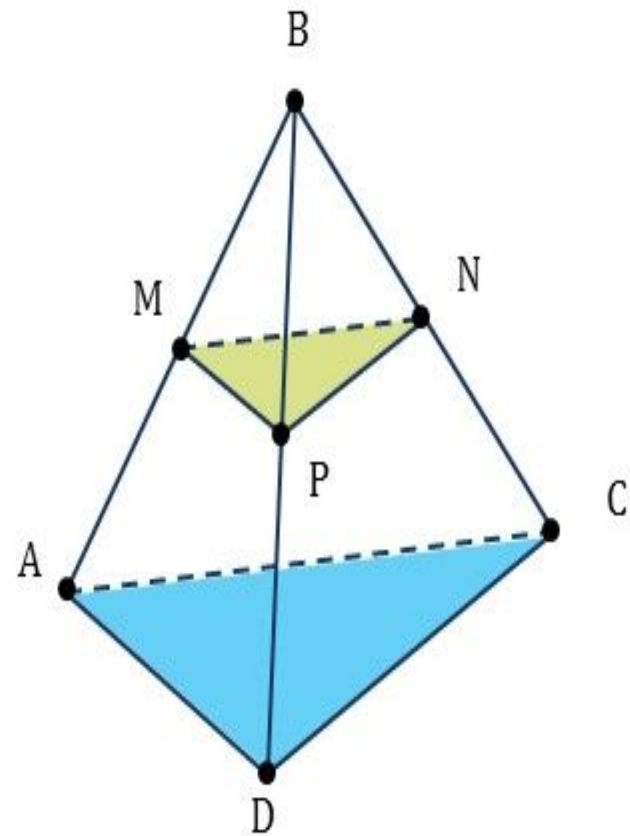
$N \in BC, BN = NC$

$P \in BD, BP = PD$

$S_{ACD} = 48$ см^2

а) доказать: $(MNP) \parallel (ACD)$

б) найти: S_{MNP}



Доказательство:

MP — средняя линия ΔABD

PN — средняя линия ΔBCD

MN — средняя линия ΔABC

$$\left.\begin{array}{l} MN \cap MP = M \\ AC \cap AD = A \\ MN \parallel AC \\ MP \parallel AD \end{array}\right\} \Rightarrow MNP \parallel ACD$$

Решение:

$MN = \frac{1}{2}AC,\ MP = \frac{1}{2}AD,\ NP = \frac{1}{2}CD \ \Rightarrow k = 0{,}5$

$\angle MNP = \angle ACD, \angle MPN = \angle ADC, \angle NMP = \angle CAD \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta MNP \sim \Delta ACD$

$$\frac{S_{MNP}}{S_{ACD}} = k^2$$

$S_{MNP} = S_{ACD} \cdot k^2 = 48 \cdot 0{,}25 = 12$ (см^2)

Ответ: $(MNP) \parallel (ACD)$, $S_{MNP} = 12$ см^2

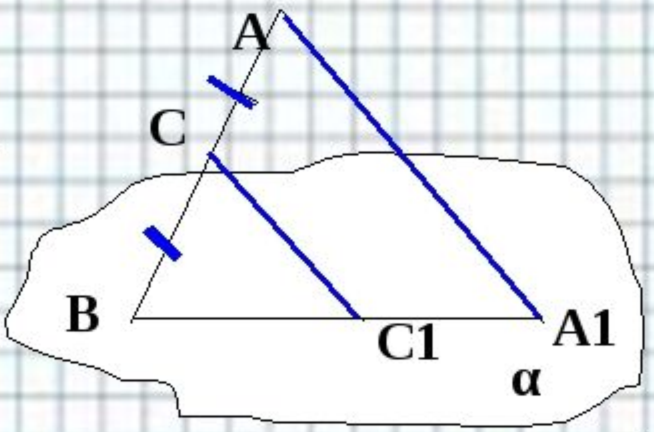
Задание 3

Дано: $BC=AC$,

$CC_1 \parallel AA_1$,

$AA_1=22$ см

Найти: CC_1



Решение:

$AA_1 \parallel CC_1$, $AC = BC$

$\Rightarrow C_1$ – середина A_1B

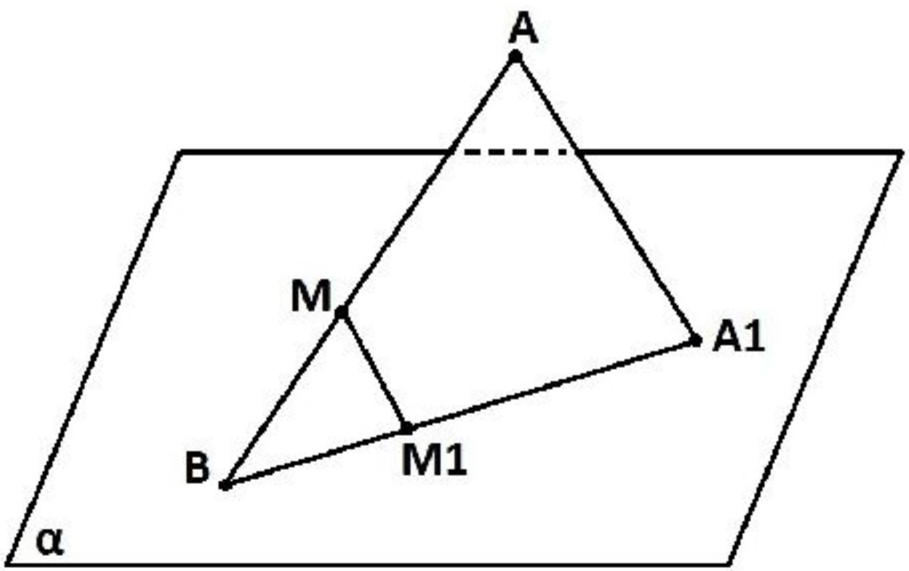
(по т.Фалеса) $\Rightarrow$

CC_1 - средняя линия $\Delta AA_1B \Rightarrow$

$CC_1 = 0{,}5AA_1 = 11$ см

Ответ: 11см.

№5



Дано: B» α

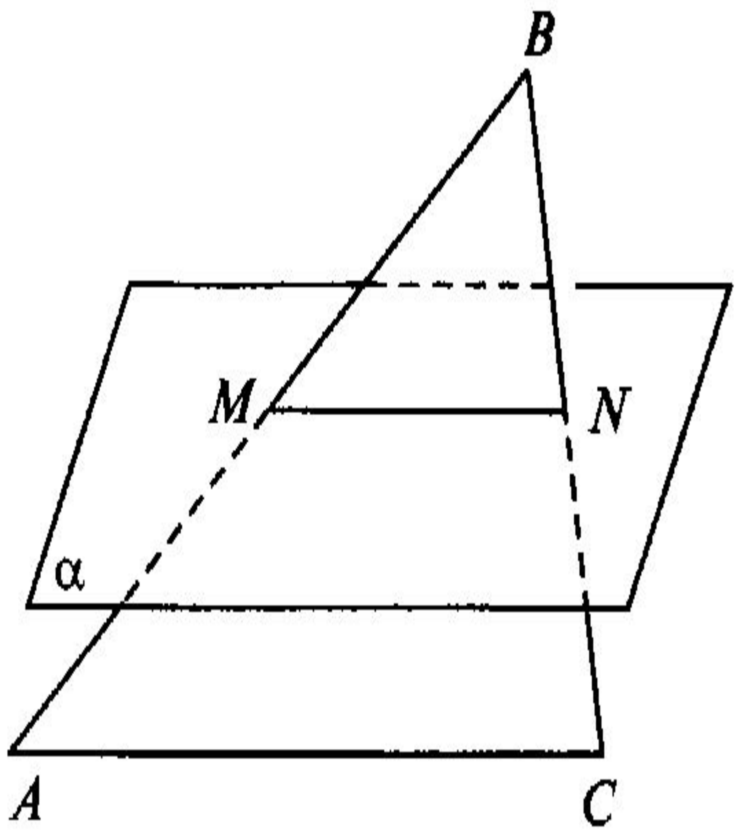
A¼α

AA1||MM1

Доказать, что точки B; M1; A1 лежат на одной прямой.

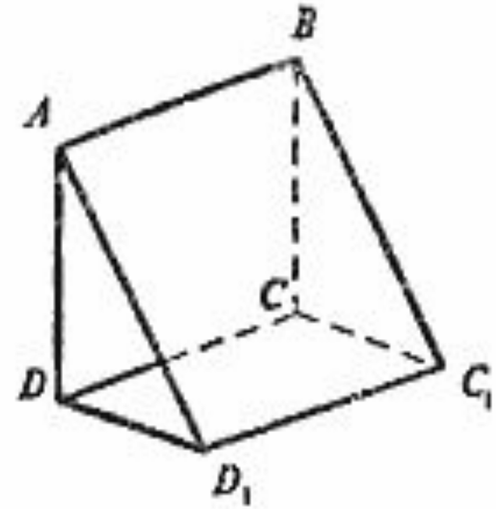
Доказательство: Прямые AB; AA1; MM1 лежат в одной плоскости β, т.е. B; M1 ; A1 принадлежат плоскости α и плоскости β, значит лежат на одной прямой - линии их пересечение.

Задача 26. Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости α, а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.



Решение. Плоскость треугольника ABC проходит через прямую AC, параллельную плоскости α, и пересекает эту плоскость по прямой MN (рис.), следовательно, линия MN пересечения плоскостей параллельна прямой AC (утверждение 1^0 п. 6). Отсюда следует, что $\angle BAC = \angle BMN$ (как соответственные углы, образованные при пересечении параллельных прямых AC и MN секущей AB). Поэтому $\triangle ABC \sim \triangle MBN$ по двум углам: $\angle BAC = \angle BMN$, $\angle B$ — общий.

27. Параллелограммы ABCD и ABC_1D_1 лежат в разных плоскостях. Докажите, что четырехугольник, CDD_1C_1 тоже параллелограмм.



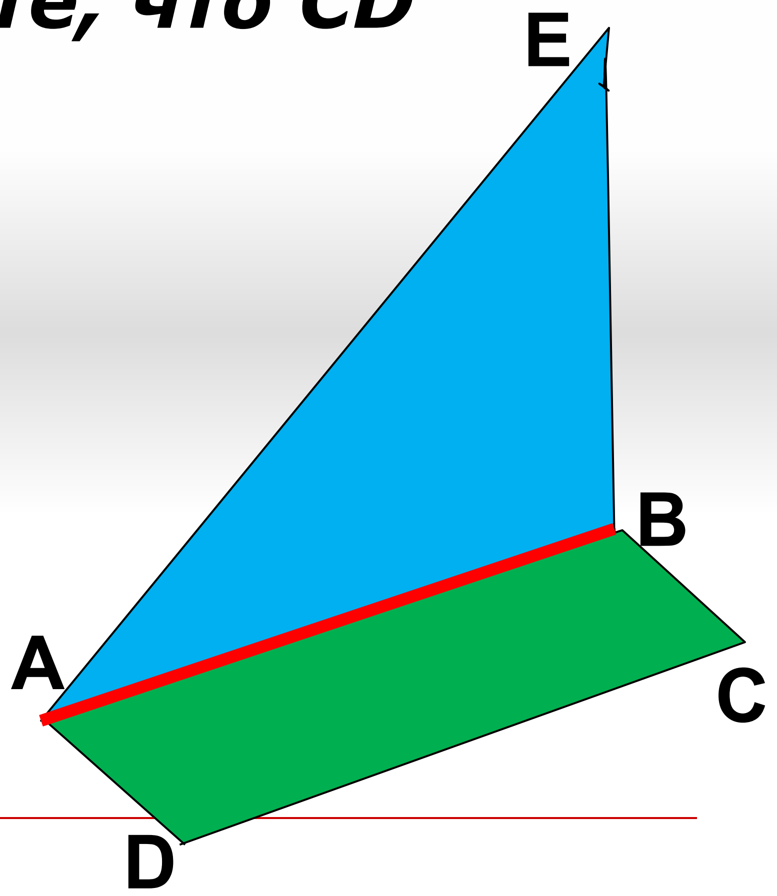
Противолежащие стороны параллелограммов параллельны и равны, поэтому $CD = AB = C_1D_1$. Получаем, что прямые CD и C_1D_1 параллельны прямой AB и, следовательно, параллельны между собой (теорема 2.2). Значит четырехугольник CC_1D_1D это параллелограмм. Что и требовалось доказать.

Домашнее задание

- 1. Составить ***краткий конспект*** урока в тетради
- 2. Внимательно ***разобрать*** решение предложенных задач
- 3. Решить ***домашние задачи***

Задача № 1

- ***ABCD- параллелограмм, ABE – треугольник. Докажите, что CD параллельна (ABE).***



Задача №2

- Дан треугольник BCE. Плоскость, параллельная прямой CE, пересекает BE в точке M, а BC – в точке P . Найдите CP, если
- CE : PM = 8 : 3, BC=15.