

# КИНЕМАТИКА

---

ЕГЭ. ФИЗИКА  
РЕПЕТИЦИЯ ПО ФИЗИКЕ  
*Владимир Петрович Сафронов*  
г. Ростов-на-Дону, 2015  
звоните: т. 8 928 111 7884  
пишите: safron-47@mail.ru

# ЧАСТЬ 1. МЕХАНИКА

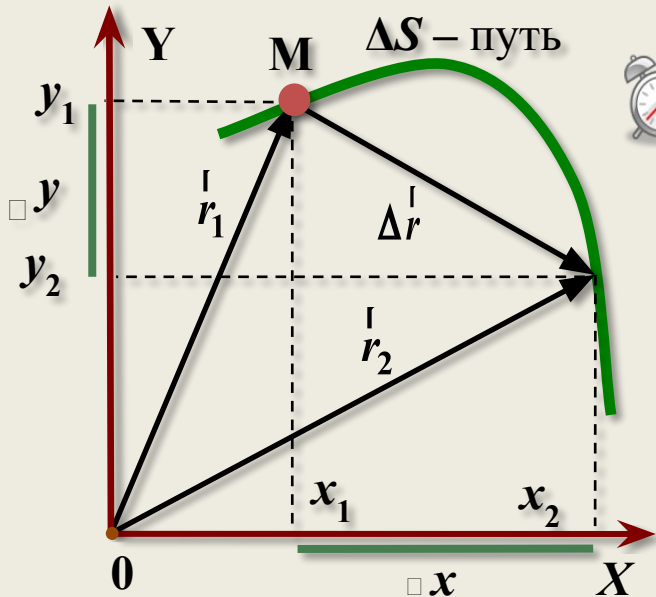
изучает закономерности механического движения.

**1.1.1-2.** Механическое движение — изменение взаимного расположения тел с течением времени.

## Глава 1 КИНЕМАТИКА

**Материальная точка (МТ)** — тело, размерами которого можно пренебречь.

**Система отсчета** — служит для определения положения тела в пространстве и времени. Состоит из тела отсчета, системы координат и часов.



$x_1, y_1$  — координаты МТ .

$|\mathbf{r}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  — радиус-вектор МТ .

$\Delta \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_2 - \dot{\mathbf{r}}_1$  — перемещение МТ .

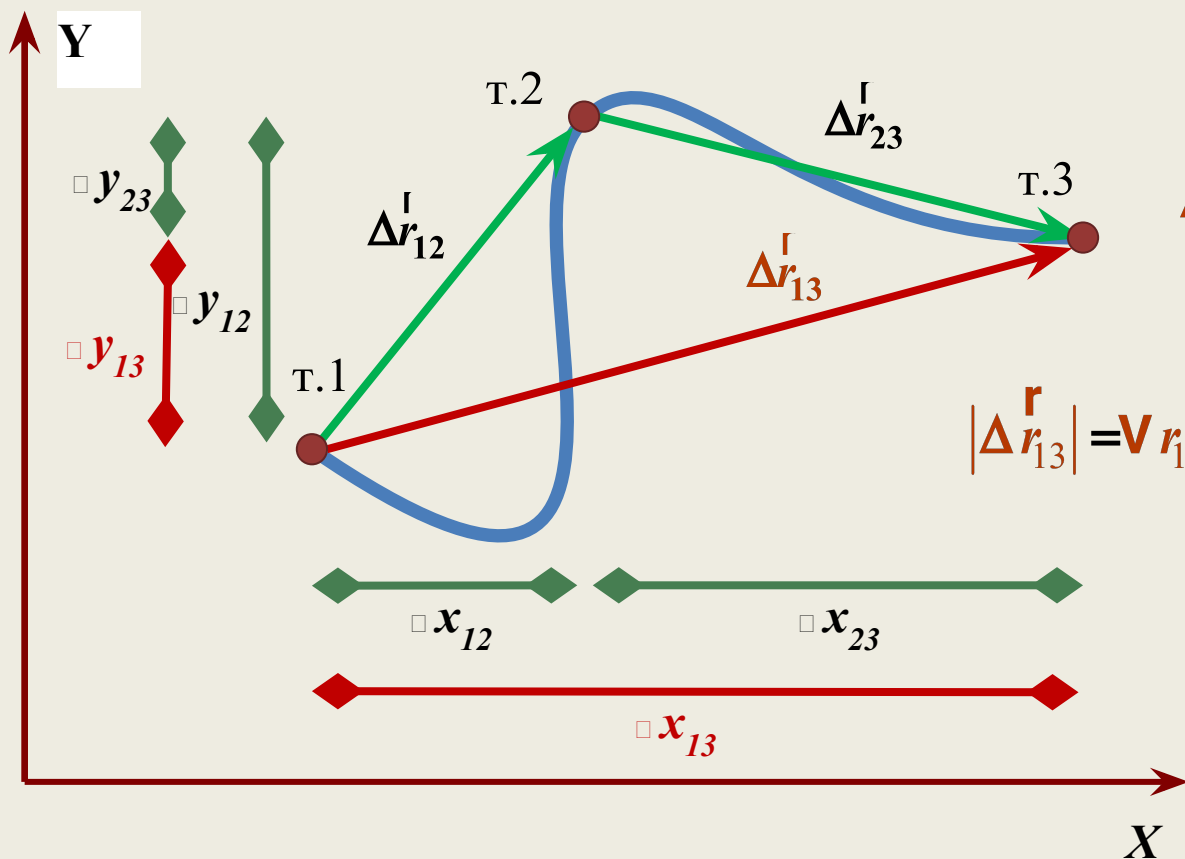
$\mathbf{V}_x = x_2 - x_1$  — проекция перемещения на ось X,

$\mathbf{V}_y = y_2 - y_1$  — проекция перемещения на ось Y,

$|\Delta \mathbf{r}| = \Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  — модуль перемещения.

# СЛОЖЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Перемещения складываются векторно.



$$\Delta \vec{r}_{13} = \Delta \vec{r}_{12} + \Delta \vec{r}_{23}$$

$$\Delta x_{13} = \Delta x_{12} + \Delta x_{23}$$

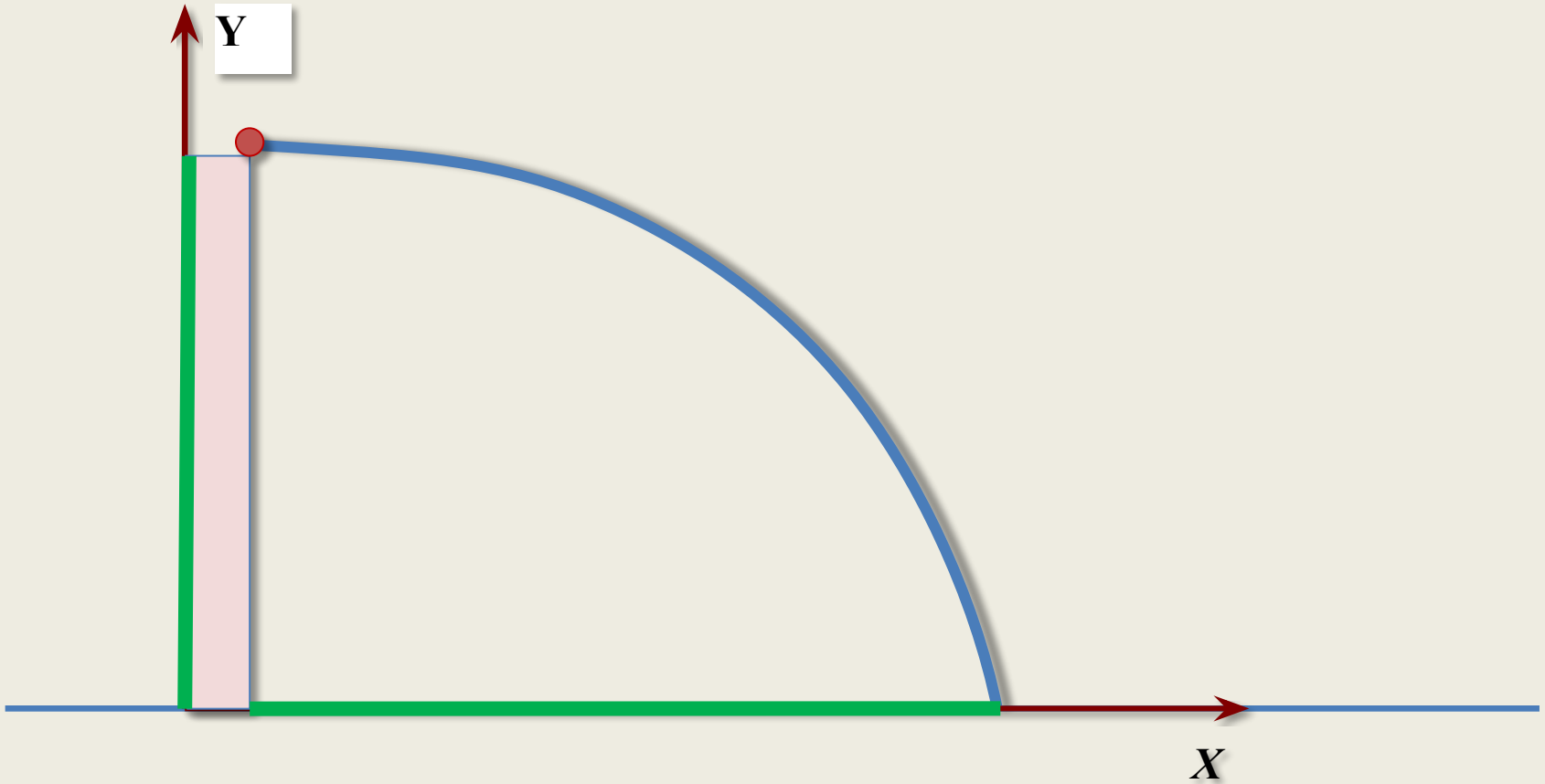
$$\Delta y_{13} = \Delta y_{12} + \Delta y_{23}$$

$$|\Delta \vec{r}_{13}| = v_{r_{13}} = \sqrt{(\Delta x_{13})^2 + (\Delta y_{13})^2}$$

# СЛОЖЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ

(принцип суперпозиции движений)

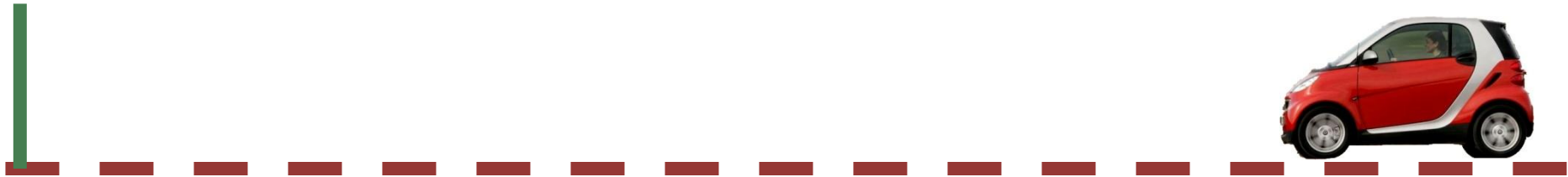
Любое сложное движение на плоскости можно представить как сумму двух прямолинейных независимых движений, например, вдоль осей  $X$  и  $Y$



# ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ механического движения

Изменение системы отсчета меняет скорость, ускорение, траекторию движения.  
Не меняются размеры тел.

НАБЛЮДАТЕЛЬ стоит НА ОБОЧИНЕ



НАБЛЮДАТЕЛЬ сидит В МАШИНЕ



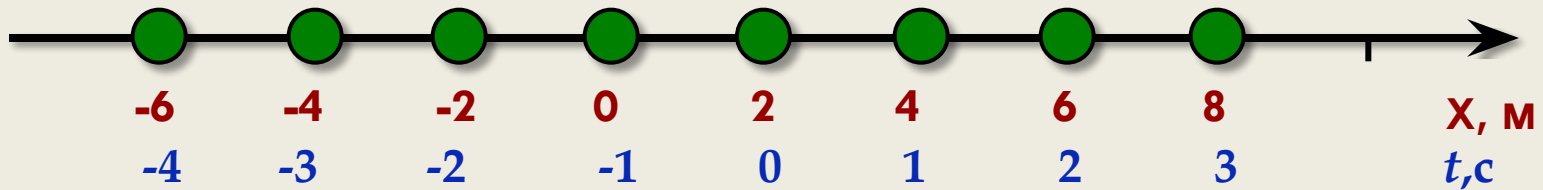
# ПРИМЕРЫ ПРОСТЫХ ДВИЖЕНИЙ

Кинематические уравнения движения (законы движения) позволяют найти положение, движущейся материальной точки, в любой момент времени:

$$x = x(t), \quad y = y(t).$$

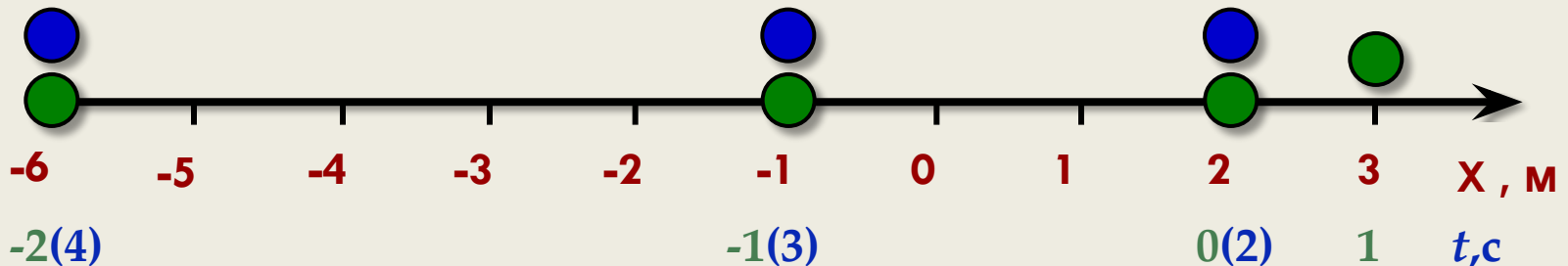
Примеры

1.  $x(t) = 2 + 2t$ .



Движение называется равномерное прямолинейное.

2.  $x(t) = 2 + 2t - t^2$ .



Движение называется равноускоренное прямолинейное.

# СКОРОСТЬ

## Математика

**СРЕДНЕЙ СКОРОСТЬЮ** изменения функции  $f(t)$  называется отношение приращения функции  $\Delta f = f_2 - f_1$  к приращению аргумента  $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta f = f_2 - f_1 \\ \Delta t = t_2 - t_1 \end{array} \right\} v_{\text{cp}} = \frac{\Delta f}{\Delta t}.$$

### Примеры

**Средняя векторная скорость** -  $\mathbf{v}_{\text{cp}} = \frac{\mathbf{V}r}{Vt}$

**Средняя координатная скорость** -  $(v_x)_{\text{cp}} = \frac{Vx}{Vt} = \frac{x - x_0}{t}$

**Средняя путевая скорость** -  $v_{\text{cp}} = \frac{VS}{Vt}$

**МГНОВЕННОЙ, ИСТИННОЙ СКОРОСТЬЮ** изменения функции  $f(t)$  называется предел, к которому стремится средняя скорость при  $\Delta t \rightarrow 0$ .  
Это скорость в заданный момент времени  $t$ :

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{df}{dt} = f'_t.$$

Таким образом, чтобы определить **скорость изменения функции**, нужно взять **производную этой функции по времени**.  
*Скорость определяет быстроту изменения функции.*

# СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ

определяют быстроту движения.

При движении материальной точки радиус-вектор, координаты и путь становятся функциями от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \{x = x(t), y = y(t)\}, S = S(t).$$

Поэтому, вводится три типа скоростей:

**Векторная скорость** (просто скорость)

$\vec{v}$ , м/с — определяет быстроту изменения радиус-вектора и равна

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'_t.$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории.

**Координатные скорости**

определяют быстроту изменения координат точки и являются проекциями векторной скорости на оси  $X, Y$ .

$$v_x = \frac{dx}{dt} = x'_t, v_y = \frac{dy}{dt} = y'_t.$$

**Скалярная скорость**  $v$ , м/с — это скорость изменения пути  $S$ :  $v = \frac{dS}{dt} = S'_t$ .

Из теоремы Пифагора

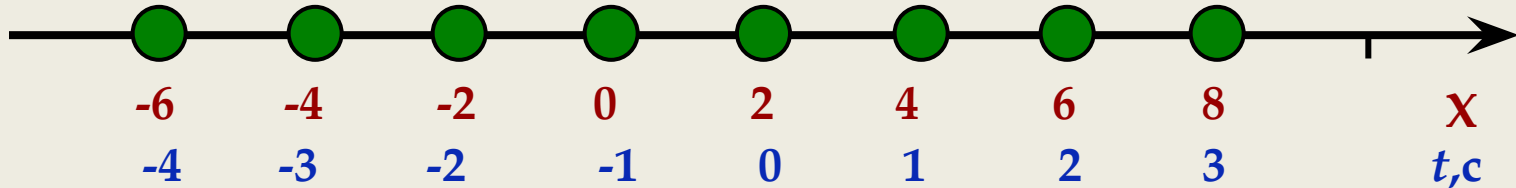
$$|\vec{v}(t)| = v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$



# СКОРОСТЬ. ПРИМЕРЫ

## 1. Равномерное прямолинейное движение.

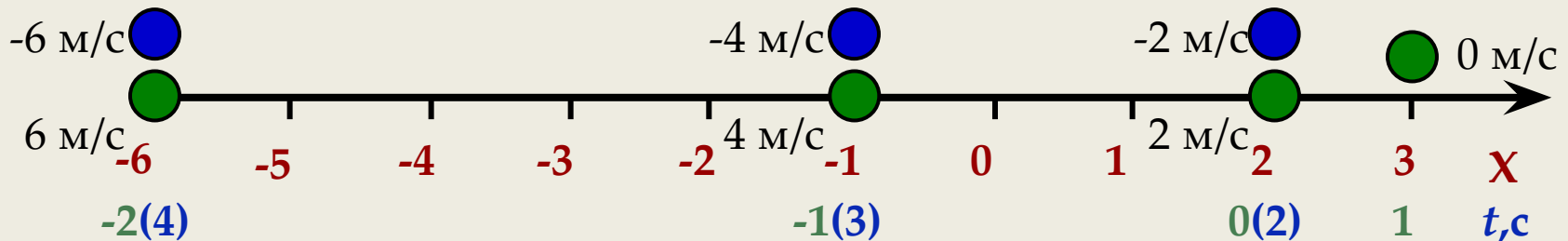
$$x(t) = 2 + 2t.$$



$$v_x = x'_t = (2 + 2t)'_t = 2 \text{ м/с.}$$

## 2. Равнопеременное прямолинейное движение.

$$x(t) = 2 + 2t - t^2.$$



$$v_x = x'_t = (2 + 2t - t^2)'_t = 2 - 2t \text{ м/с.}$$

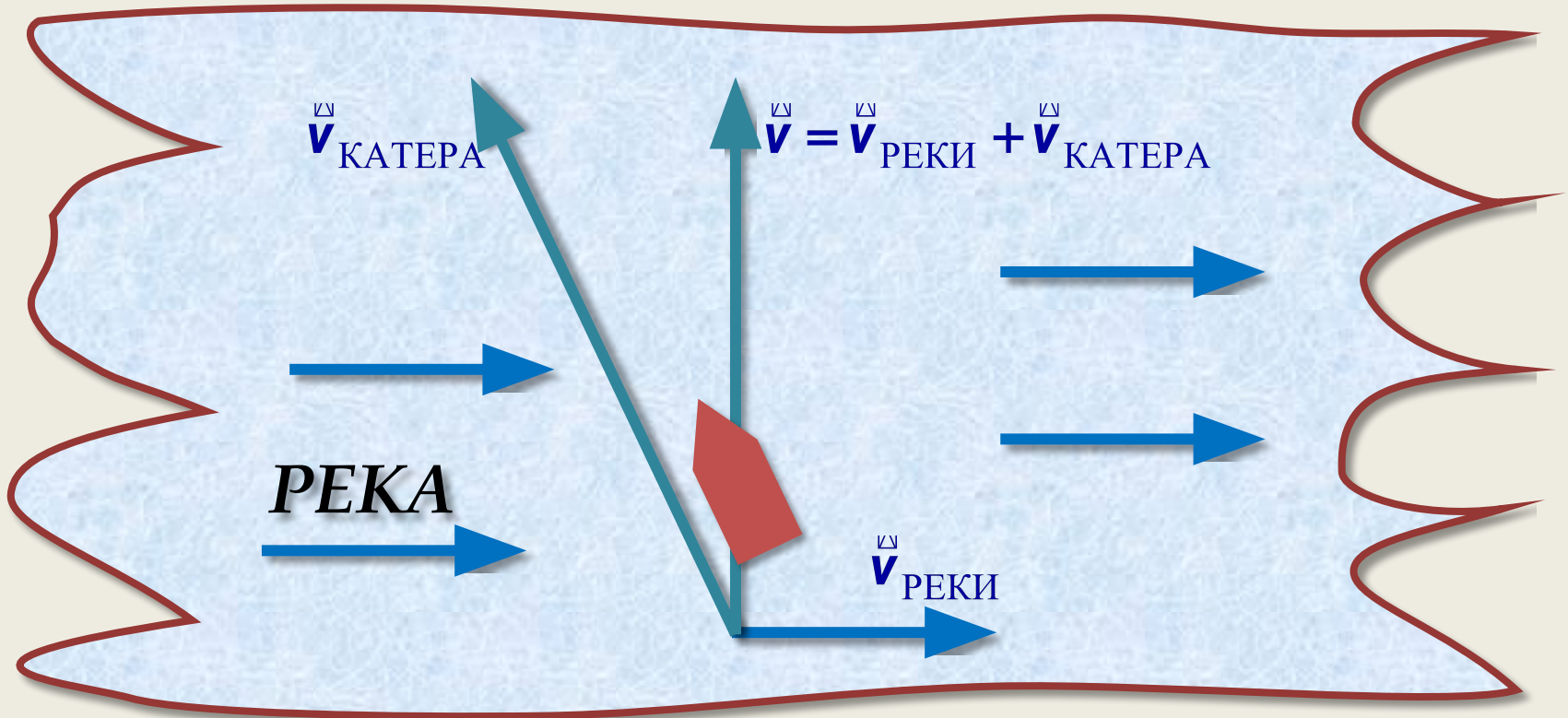
## СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

Если тело в выбранной системе отсчета одновременно участвует в нескольких движениях со скоростями

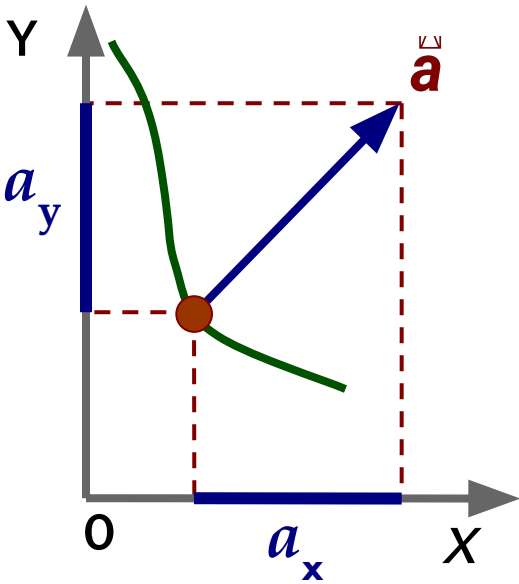
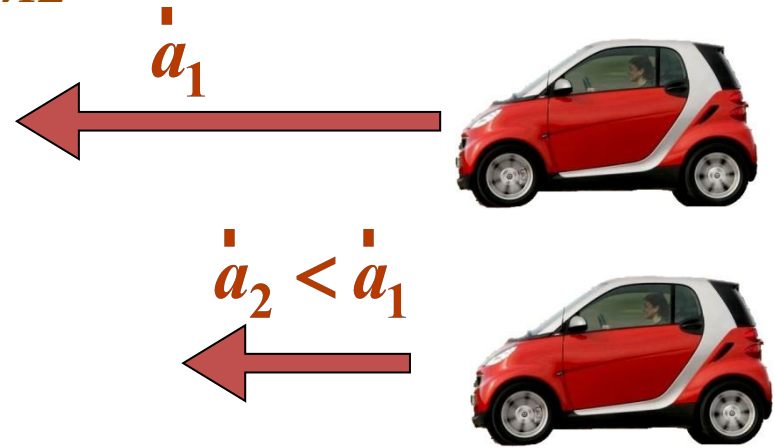
$$\vec{v}_1, \vec{v}_2 \dots \vec{v}_n,$$

то его скорость равна векторной сумме этих скоростей:

$$\vec{v} = \sum_{i=1}^n \vec{v}_i$$



# УСКОРЕНИЕ



$\vec{a}$ , м/с<sup>2</sup> — определяет быстроту изменения скорости (скорость изменения скорости).

Среднее ускорение (схематично)  $a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , м/с<sup>2</sup>.

Векторное ускорение (просто ускорение)  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ , м/с<sup>2</sup>.

Проекции ускорения на оси координат:  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ ,  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ .

Тангенциальное ускорение изменяет величину скорости  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ .

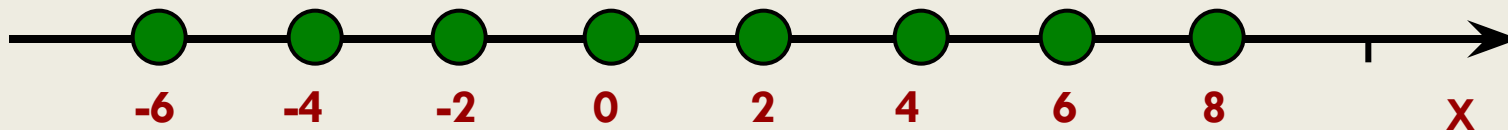
По теореме Пифагора:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

# УСКОРЕНИЕ. ПРИМЕРЫ

1. Равномерное прямолинейное движение.

$$x(t) = 2 + 2t.$$

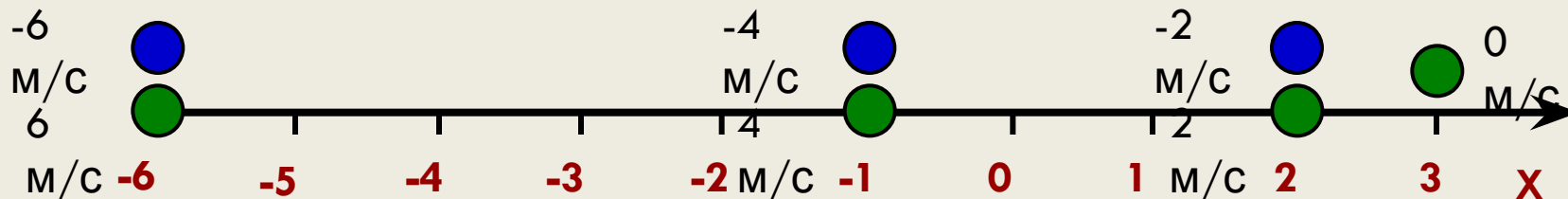


$$v_x = x'_t = (2 + 2t)'_t = 2 \text{ м/с.}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = (2)'_t = 0 \text{ м/с}^2.$$

2. Равноускоренное прямолинейное движение.

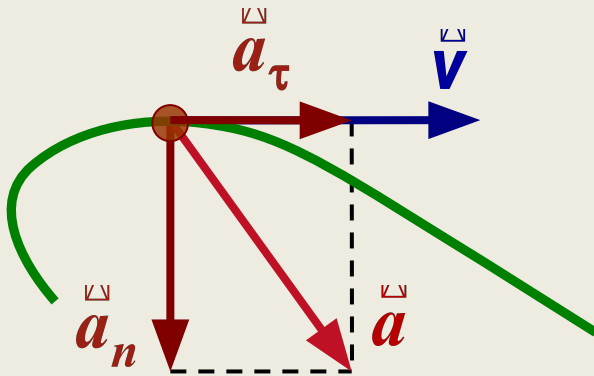
$$x(t) = 2 + 2t - t^2.$$



$$v_x = x'_t = (2 + 2t - t^2)'_t = 2 - 2t \text{ м/с.}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = (2 - 2t)'_t = -2 \text{ м/с}^2.$$

# ТАНГЕНЦИАЛЬНАЯ И НОРМАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ УСКОРЕНИЯ



В общем случае, ускорение  $\mathbf{a}$  может быть направлено под любым углом к скорости  $\mathbf{v}$ .

Поэтому его удобно представить как векторную сумму двух ускорений:

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\tau} + \vec{\mathbf{a}}_n; \quad |\vec{\mathbf{a}}| = a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}.$$

$\vec{\mathbf{a}}_{\tau}$  — тангенциальное ускорение — направлено по (против) скорости и определяет быстроту изменения модуля скорости материальной точки:

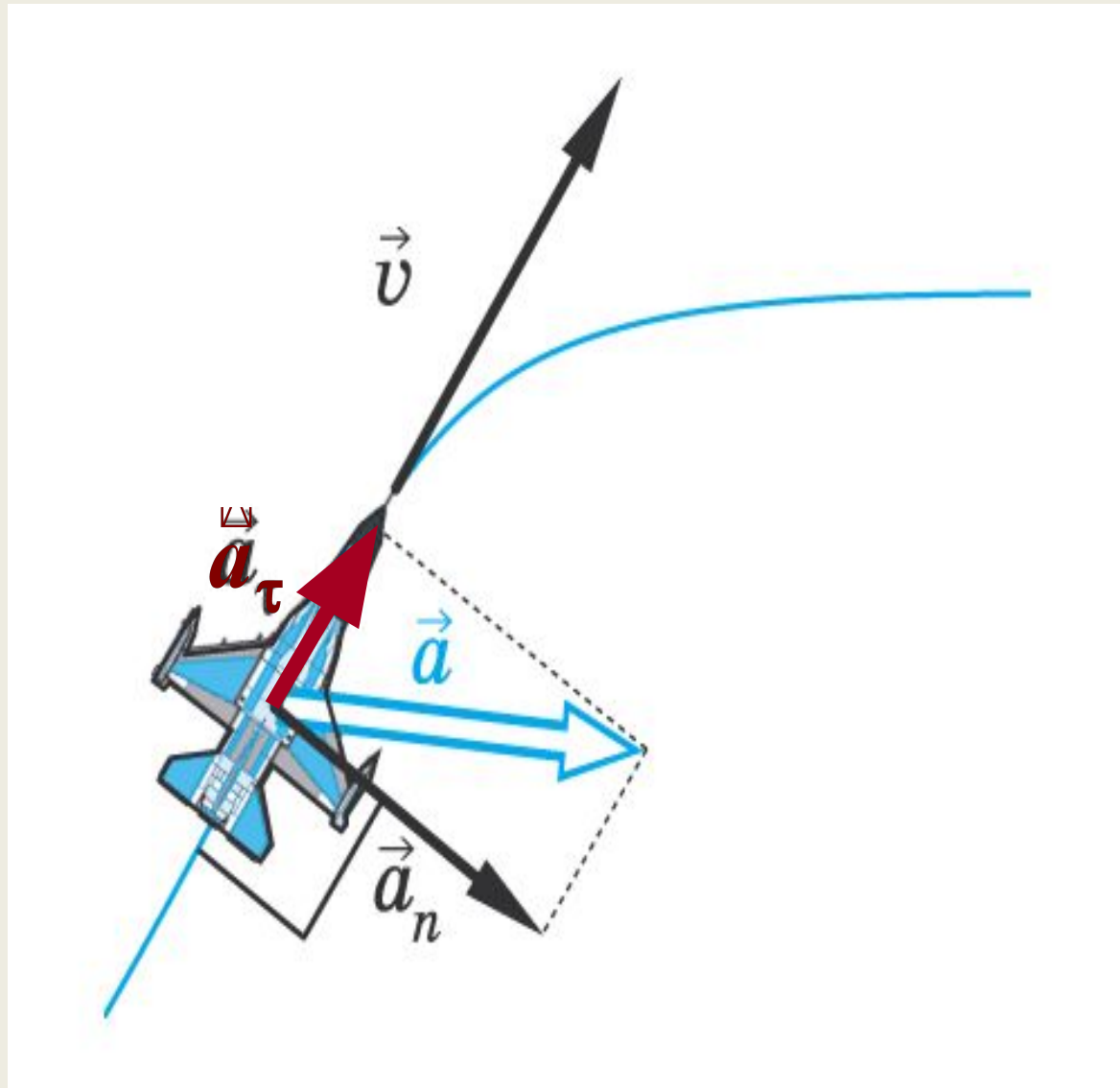
$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = S''.$$

$\vec{\mathbf{a}}_n$  — нормальное (**центростремительное**) ускорение направлено перпендикулярно скорости и определяет быстроту изменения направления скорости материальной точки:

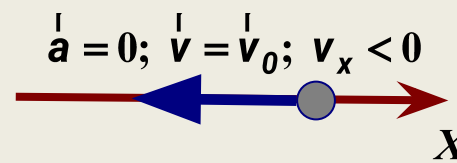
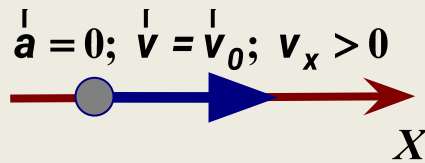
$$a_n = v^2 / R,$$

где  $R$  — радиус кривизны траектории (радиус окружности, по которой двигалась бы материальная точка при  $a_{\tau} = 0$ ).

# САМОЛЕТ



## 1.1.5. Равномерное прямолинейное движение



$$a_x = 0,$$

$$v_x(t) = v_{0x} = \text{const}, \quad v_0 = |v_{0x}| = \text{const},$$

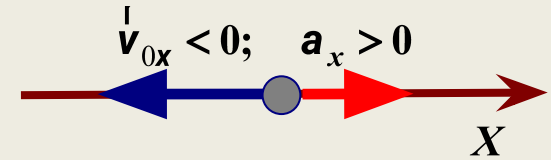
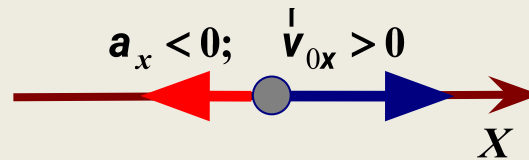
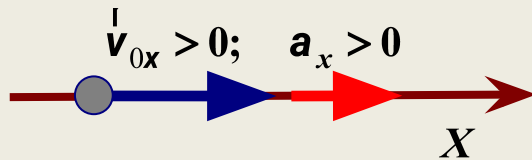
$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t,$$

$$x = x_0 \pm v_0 \cdot t,$$

$$\Delta x = v_{0x} \cdot t,$$

$$\Delta x = \pm v_0 \cdot t$$

## 1.1.6. Равноускоренное прямолинейное движение $a_x = \text{const}$ .



$$a_x = \text{const},$$

$$g = |g^x|, \quad \Lambda^0 = |\Lambda^{0x}|;$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t,$$

$$v_x(t) = \pm v_0 \pm at;$$

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + a_x t^2 / 2,$$

$$x = x_0 \pm v_0 \cdot t \pm a \cdot t^2 / 2;$$

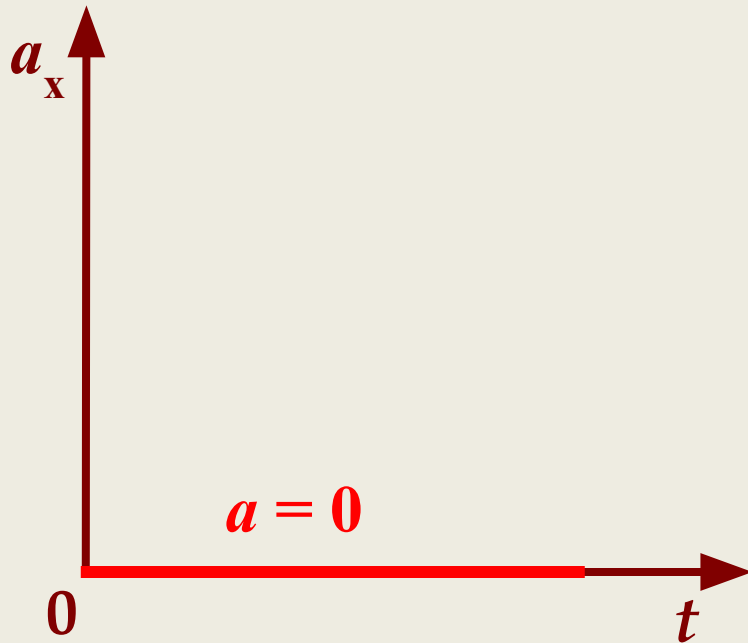
$$2a_x \Delta x = v_x^2 - v_{0x}^2.$$

$$\pm 2a \Delta x = v^2 - v_0^2.$$

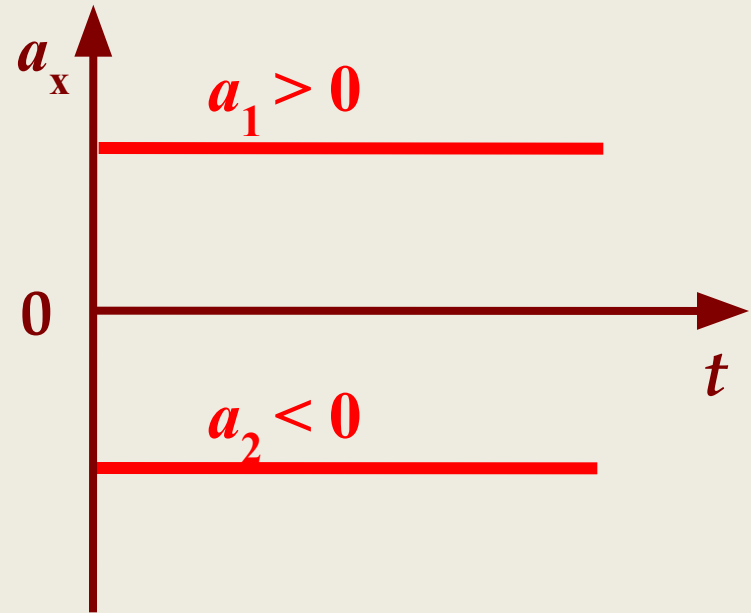
# ГРАФИКИ

## Графики ускорения

### Равномерное движение



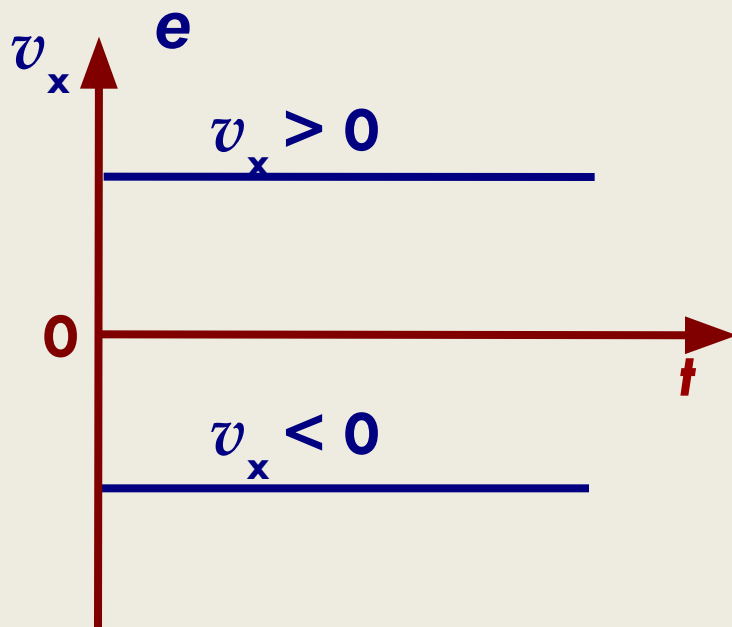
### Равнопеременное



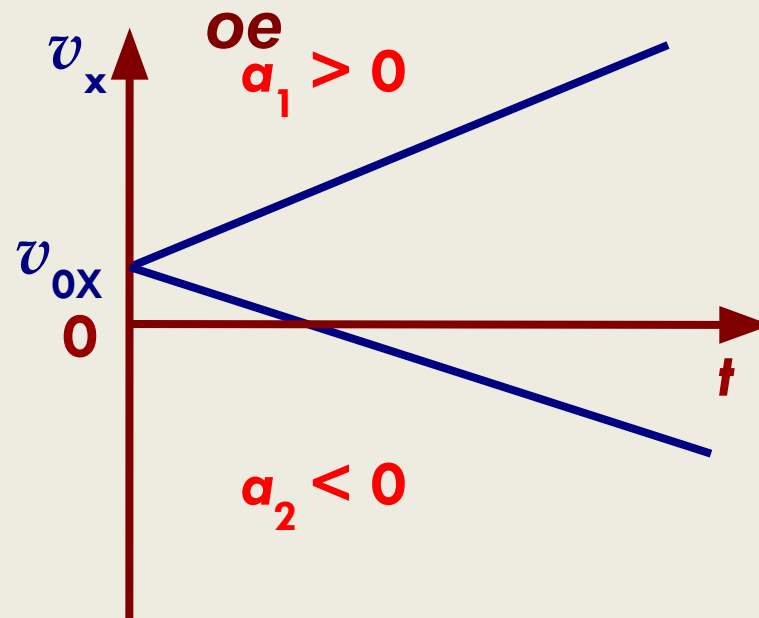


# Графики скорости

## Равномерно



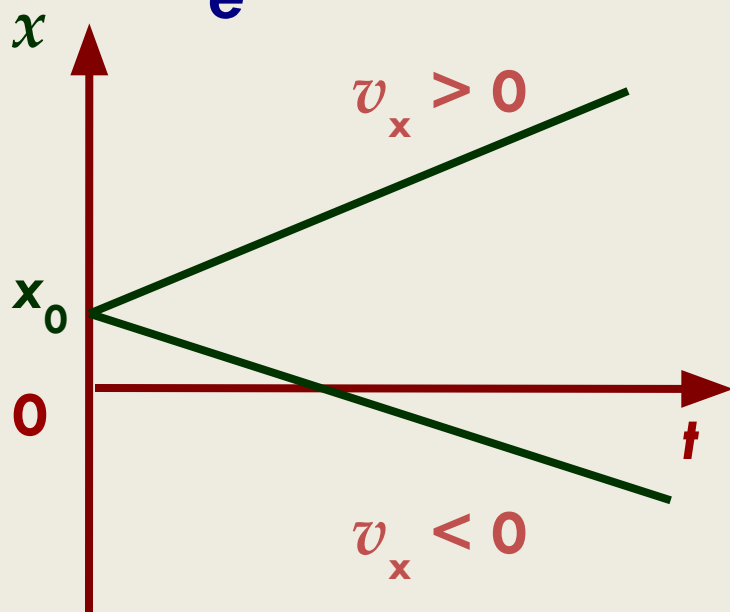
## Равноускоренн



# Кинематические уравнения движения

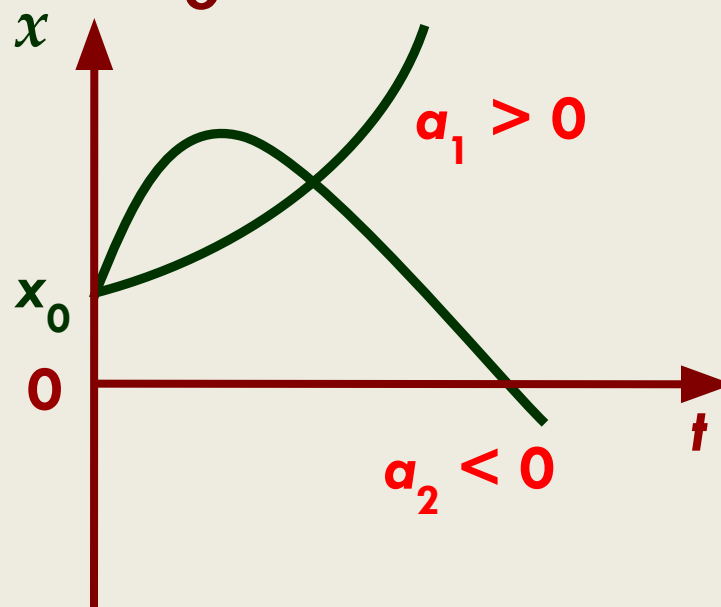
## Равномерно

е



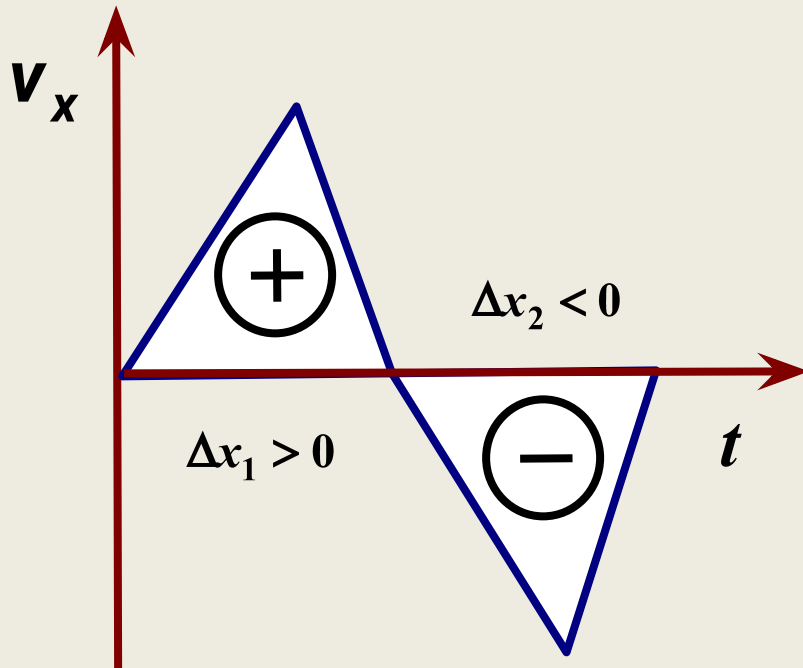
## Равноускоренно

е

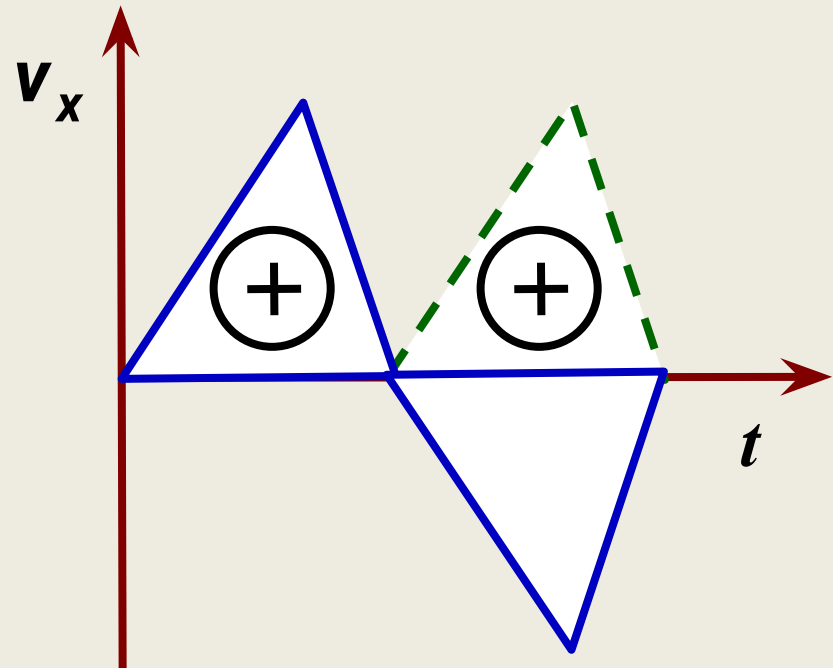


## Вычисление пути и перемещения по площади

Площадь под графиком скорости — перемещение с соответствующим знаком.  
Путь — сумма модулей всех перемещений.



$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0$$

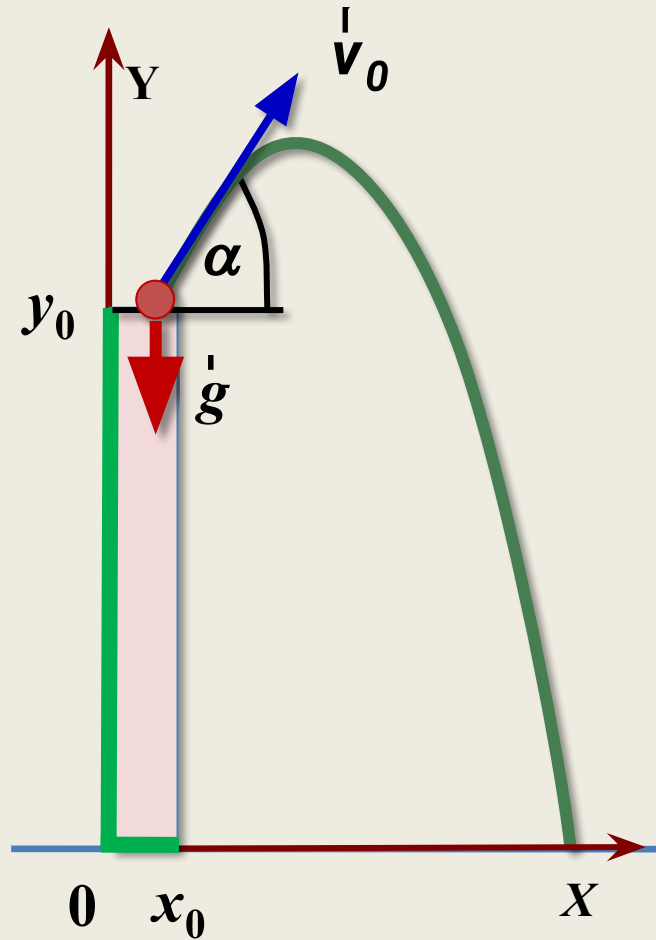


$$\Delta S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 2|\Delta x|$$

### 1.1.7. Свободное падение

— равноускоренное движение тел под действием силы тяжести.

Все тела движутся с одинаковым ускорением — ускорение свободного падения  $g = 9,8 = 10 \text{ м/с}^2$ .



Движение тел, брошенных под углом к горизонту — свободное падение.

Тело участвует в двух движениях.

Вдоль оси X тело движется равномерно:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t = x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t \\ v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ g_x = 0 \end{cases}$$

Вдоль оси Y — свободно падает:

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t \pm \frac{gt^2}{2} \\ v_y(t) = v_{0y} + g_y t = v_0 \sin \alpha \pm gt \\ 2g_y \Delta y = v_y^2 - v_{0y}^2; \pm 2gh = (v_0 \sin \alpha)^2 - (v_0 \sin \alpha - gt)^2 \\ g_y = \pm g \end{cases}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}; \quad v(t) = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$

## 1.1.8. Движение точки по окружности

Движение точки по окружности — происходит за счет **центростремительного ускорения**, направленного перпендикулярно скорости, по радиусу к центру окружности.

$\varphi$  (рад) — угол поворота.

$\varphi = 2\pi \cdot N$ , где  $N$  — число оборотов.

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  (рад/с) — угловая скорость.

$T$  (с) — период — время одного оборота.  $T = t/N$ .

$\nu$  (об/с) — число оборотов за секунду.

$$\nu = N / t = 1 / T; \quad \omega = 2\pi / T = 2\pi\nu.$$

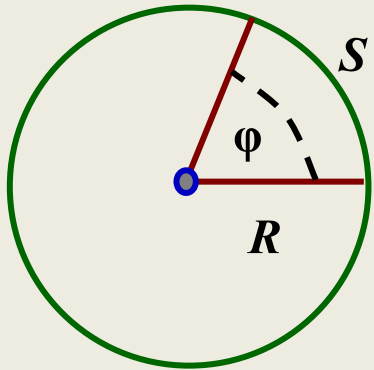
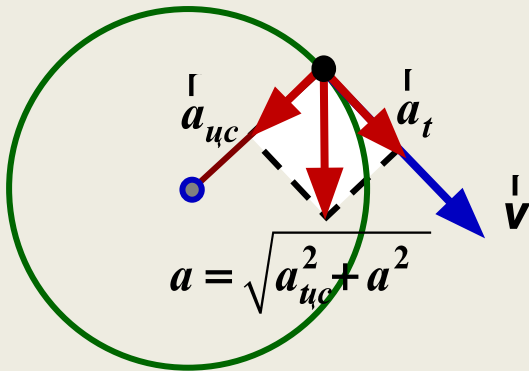
Связь линейных и угловых переменных:

$$S = \varphi \cdot R, \quad v = \omega \cdot R.$$

Центростремительное ускорение :

$$a_{цс} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = 4\pi^2 \nu^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

Если  $a_t = 0$ ,  $a_{цс} \neq 0$ , т.е. модуль скорости точки не меняется, то точка равномерно вращается.



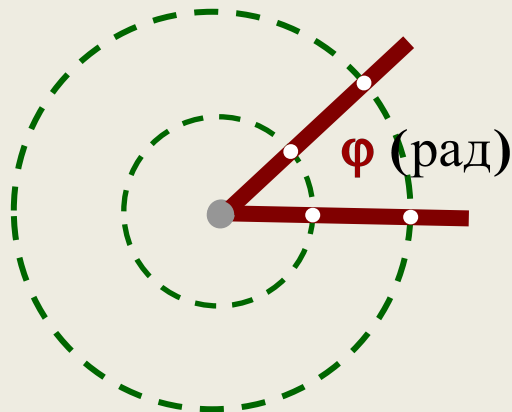
$$S = \varphi(\text{рад}) \cdot R$$

# Твердое тело

Твердое тело — не деформируется в процессе движения.

Любое движение твердого тела можно представить в виде комбинации *поступательного* и *вращательного* движений.

**Поступательное движение** — тело можно считать материальной точкой



При *вращательном* движении все точки движутся по **концентрическим окружностям**, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**.

---

# КОНЕЦ КИНЕМАТИКИ