Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Основные теоремы о логарифмах.

$$\log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$$

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a} \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \\ b\neq 1 \end{cases}$$

$$\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$$

$$\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \\ b\neq 1 \\ c>0 \end{cases}$$

$$\log_{a^k} b^n=\frac{n}{k}\log_a b \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \end{cases}$$

$$a^{\log_a c}=c \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ c>0 \end{cases}$$

$$p^{\log_a c}=c^{\log_a p} \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ p>0 \\ c>0 \end{cases}$$

$$\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a} \text{ при } \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0 \\ b\neq 1 \\ c>0 \end{cases}$$

$$\log_a b\cdot\log_b a=1$$

Простейшее логарифмическое уравнение

$\log_a x = b$ (где a>0, $a \neq 1$)

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$f(x) = g(x)$$

$$f(x) > 0, g(x) > 0$$

Обязательно! Проверка или ОДЗ.

Решите уравнение:

1) $\log_a(x-2)=1$

2) $\log_7 \log_3 \log_2 x = 0$

Учебник: страница 242

Пример 1

Пример 2 (два способа решения).

Решить уравнение:

$$\log_2(x^2 - 3x + 1) = \log_2(2x - 3)$$

Решение:

$$\log_2(x^2 - 3x + 1) = \log_2(2x - 3) \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 2x - 3 \\ 2x - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ x > \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 1 \end{array} \right. \\ x > 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

Ответ: 4

$$\log_3(x+6)+\log_3(x-2)=2$$

- Решение:

$$\log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$$

Решение:

ОДЗ: $x > 0$

Обозначим $\log_2 x = y$

Получим $y^2 - y - 2 = 0$ $y_1 = -1, y_2 = 2.$

Если $y = -1$, **тогда** $\log_2 x = -1$; $x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

Если $y = 2$ **, то** $\log_2 x = 2$; $x = 4$

Ответ: $\frac{1}{4};4$

Учебник стр. 243

- **Пример 5 и 7**

$$x^{\log_2 x+2} = 8$$

Прологарифмируем по основанию 2

$$\log_2 x^{\log_2 x+2} = \log_2 8$$

$$(\log_2 x + 2)\cdot\log_2 x = 3.$$

$$\log_2 x = y$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$y_1 = 1, y_2 = -3$$

$$\log_2 x = 1, x = 2$$

$$\log_2 x = -3, x_2 = \frac{1}{8}$$

Проверка:

1) $x_1 = 2;$ $2^{\log_2 2+2} = 8$

$2^{1+2} = 8$ $2^3 = 8$ **верно**

2) $x_1 = \frac{1}{8};$ $\frac{1}{8}^{\log_2 \frac{1}{8}+2} = 8$

$\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+2} = 8$ $\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} = 8$ $8 = 8$

верно

Ответ: $x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{8}$

$$\log_{0,2}(4x)+\log_5(x^2+75)=1$$

Перейдем к основанию 5.

$$\frac{\log_5(4x)}{\log_5 0,2}+\log_5(x^2+75)=\log_5 5 \qquad \log_5 0,2=-1$$

$$-\log_5(4x)+\log_5(x^2+75)=\log_5 5$$ или

$$\log_5(x^2+75)=\log_5 5+\log_5(4x);$$

$$\log_5(x^2+75)=\log_5(20x);$$

$$x^2+75=20x;$$

$$x^2-20x+75=0;$$

$$x_1=5; x_2=15$$

Ответ: 5; 15

Домашнее задание

- П 39; № 512-515; № 519(в,г) № 520(в,г).

Спасибо за внимание.