Белага Виктория Владимировна

Методы и технологии поддержки принятия решений в прикладных задачах

Лекция 1

Модели и методы теории принятия решений

ПЕРСОНАЛИИ

- ЛПР — лицо, принимающее решение
- владелец проблемы - человек, который должен ее решать и несет ответственность за принятые решения
- руководитель или участник активной группы - группы людей, имеющих общие интересы и старающихся оказать влияние на процесс выбора и его результат
- избиратель
- эксперт
- консультант по принятию решений

АЛЬТЕРНАТИВЫ

- Альтернатив должно быть не менее двух
- Зависимые и независимые
- Все заранее известны
- Большинство появляется после принятия основного решения
- Варианты решений характеризуются различными показателями их привлекательности для ЛПР. Эти показатели называют признаками, факторами, атрибутами или критериями. Критериями оценки альтернатив называются показатели их привлекательности (или непривлекательности) для участников процесса выбора
- Уровень привлекательности – оценка по критерию

Формальная модель ЗПР

- проблема, подлежащая разрешению;
- принимающий решение (решающий) элемент — человек или коллективный орган, который (при помощи технических средств) решает задачу;
- одна или несколько целей, в соответствии с которыми осуществляется выбор;
- несколько (множество) альтернатив, среди которых производится выбор.

Задача принятия решений

Пусть X — множество альтернатив, Y — множество возможных последствий (исходов, результатов). (X и Y, вообще говоря, — произвольные абстрактные множества.) Предполагается существование причинной связи между выбором некоторой альтернативы $x_i \in X$ и наступлением соответствующего исхода $y_i \in Y$. Кроме того, предполагается наличие механизма оценки качества такого выбора — обычно оценивается качество исхода. В некоторых случаях целесообразно полагать, что мы имеем возможность непосредственно оценивать качество альтернативы x_i, и множество исходов по существу выпадает из рассмотрения. Требуется выбрать наилучшую альтернативу, для которой соответствующий исход имеет наилучшую оценку качества.

Задача принятия решений

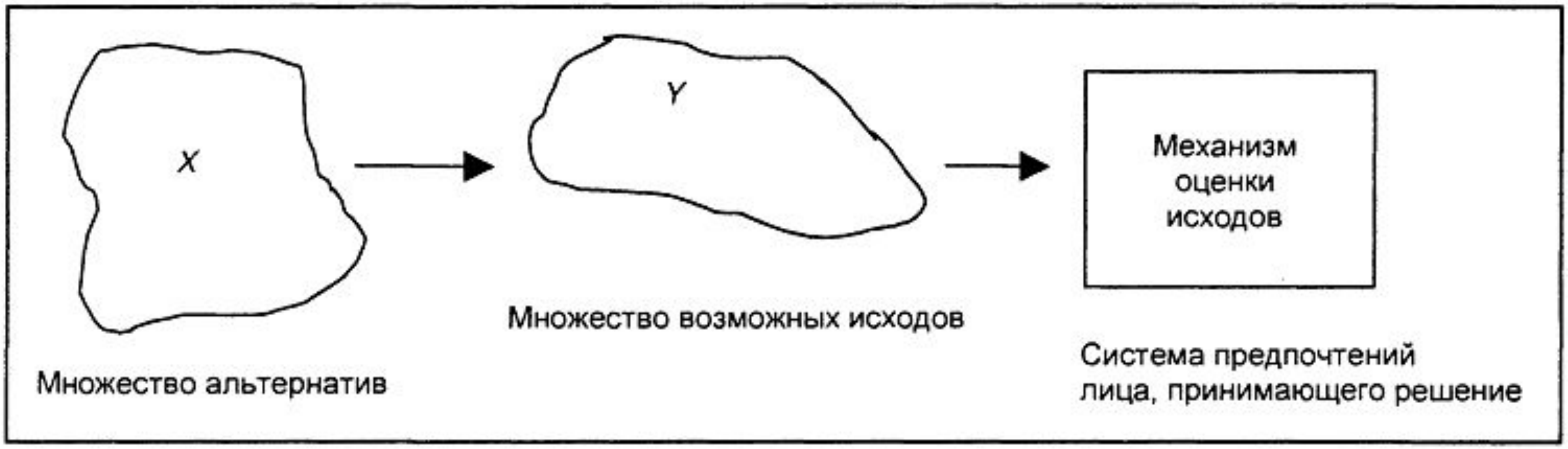


Рис. 1.1. Задача принятия решений

Принятие решений в условиях определенности

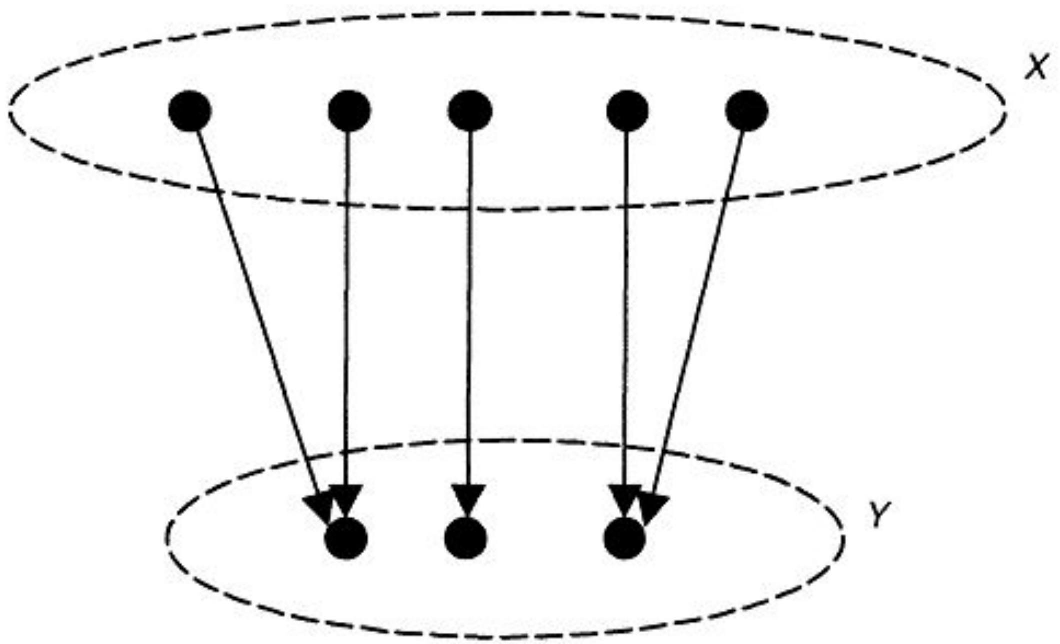


Рис. 1.2. Детерминированная связь

Принятие решений в условиях риска и неопределенности

$$\forall i: \sum_j P_{i,j} = 1. \tag{1.2}$$

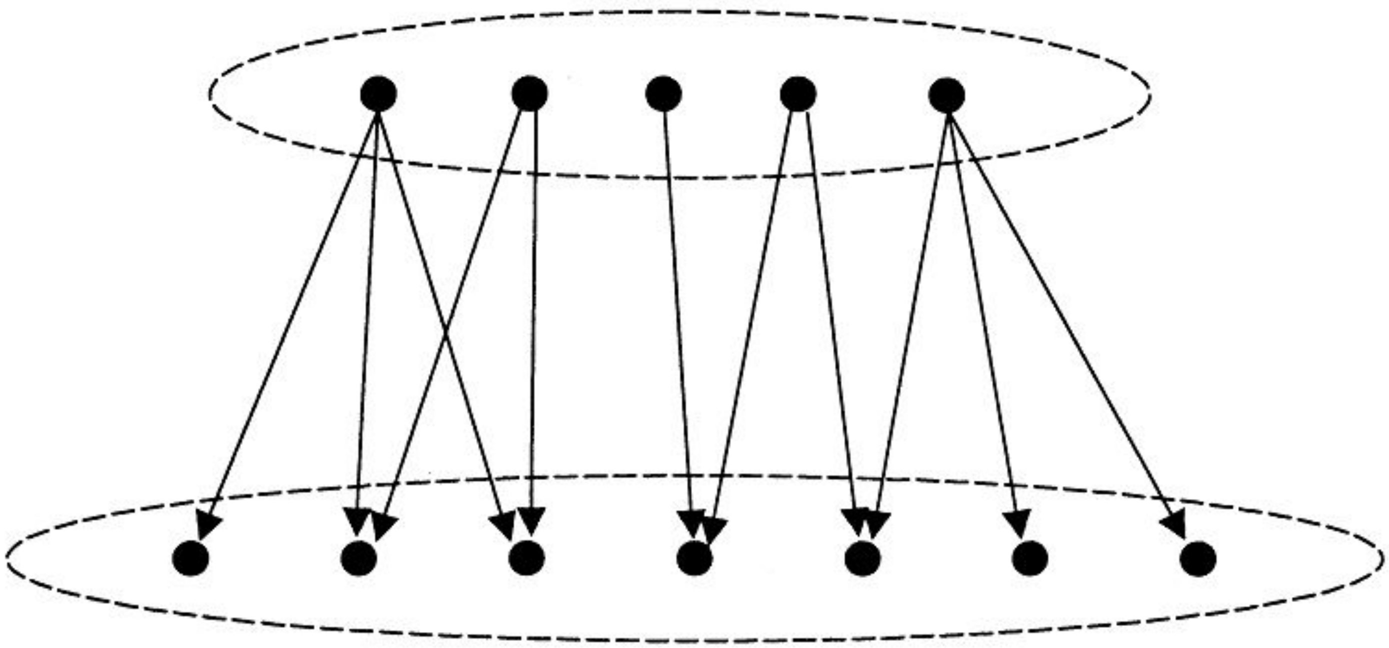


Рис. 1.3. Вероятностная связь

- Взвешенный граф – условия риска
- Не взвешенный граф – условие полной неопределенности

Задача принятия решений

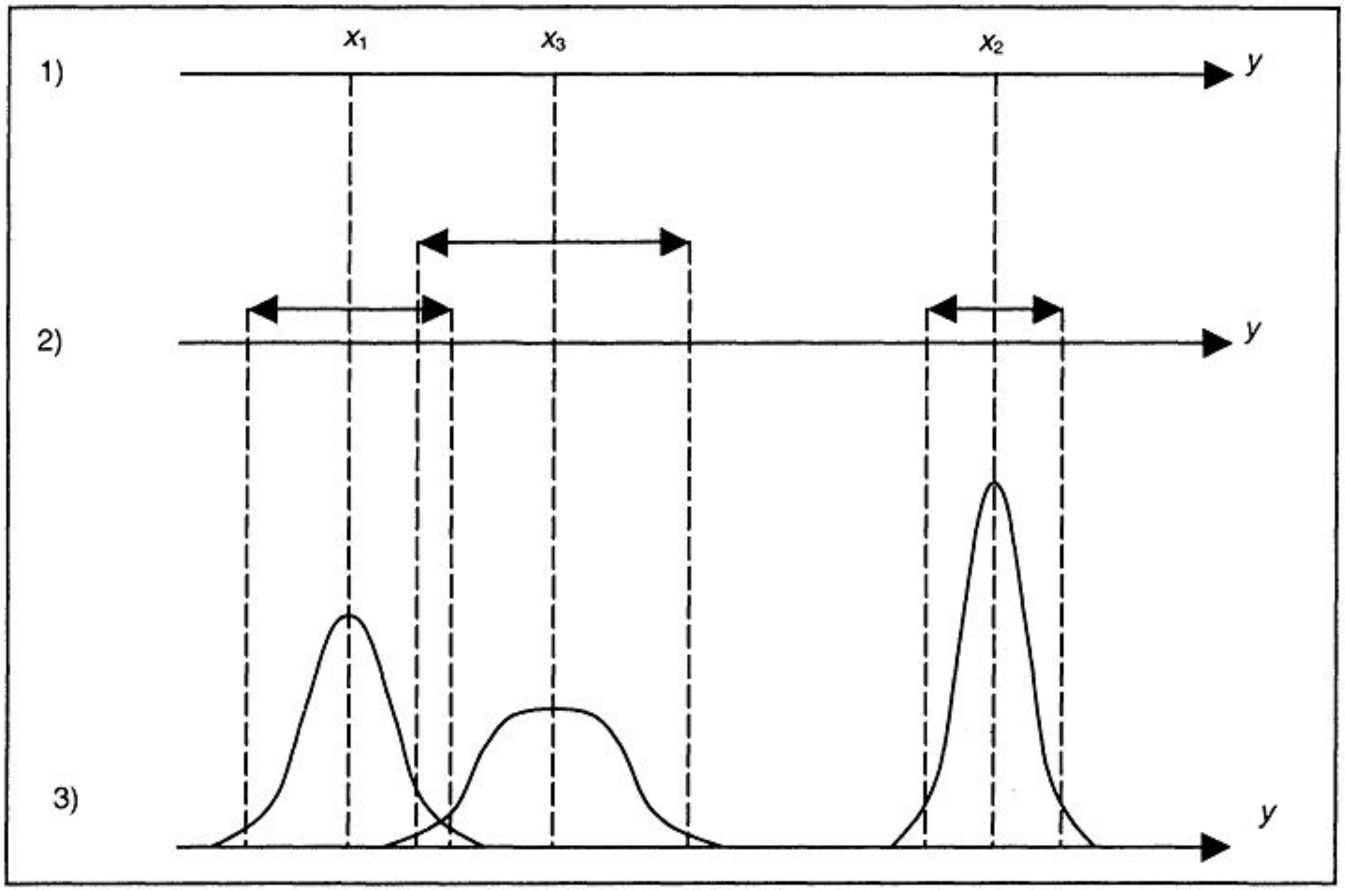


Рис. 1.4. Связь альтернатив с исходами при разных типах неопределенности

Определенность

Неопределенность

Риск

Система предпочтений ЛПР

$$f : Y \to R.$$

В этом случае сравнение исходов сводится к сравнению соответствующих им чисел, например, исход y_i может считаться более предпочтительным, чем y_j, если $f(y_i) > f(y_j)$ (задача максимизации). Исходы эквивалентны, если $f(y_i) = f(y_j)$. Для сравнения самих исходов употребляются выражения

$$y_i \succ y_j, y_i \sim y_j.$$

f – целевая функция

Если предположить, что связь между множеством альтернатив и множеством исходов детерминистская:

$$y = \varphi(x),$$

то функция f, заданная на множестве Y, трансформируется в некоторую функцию J, заданную на X и являющуюся суперпозицией φ и f:

$$J : X \to R, J = f \cdot \varphi.$$

Задача принятия решений

Более реалистичной часто оказывается ситуация, когда в отличие от предыдущего случая "качество" или "полезность" исхода y оценивается не одним числом $f(y)$, а несколькими. Иначе говоря, предполагается, что существует несколько показателей качества решения (критериев), описываемых функциями

$$f_k : Y \to R, \; k = 1, 2, \dots, m,$$

	Один критерий	Много критериев
Определенность	z	Z
Неопределенность	$\tilde{z}$	$\tilde{Z}$

$$z = f(y), f : Y \to R;$$

$$Z = f(y), f = (f_1, \dots, f_m), f_k : Y \to R, k = 1, 2, \dots, m.$$

Описание выбора на языке бинарных отношений

Язык бинарных отношений — второй, более общий, чем критериальный, язык описания системы предпочтений ЛПР.

Предполагается, что:

- отдельный исход сам по себе не оценивается и критериальные функции не вводятся;
- каждая пара исходов y_i, y_j может находиться в одном из следующих отношений:
  - y_i предпочтительнее (строго доминирует) y_j;
  - y_j предпочтительнее y_i;
  - y_i не менее предпочтителен, чем (не строго доминирует) y_j;
  - y_j не менее предпочтителен, чем y_i;
  - y_i эквивалентен y_j;
  - y_i и y_j несравнимы между собой.

Критериальный выбор

Однокритериальный выбор. Пусть

$$f : Y \to R$$

есть целевая функция, которую требуется максимизировать. Тогда с помощью этой функции на множестве Y индуцируются два бинарных отношения R_1 и R_2:

$$(y_1, y_2) \in R_1 \leftrightarrow f(y_1) \geq f(y_2);$$

$$(y_1, y_2) \in R_2 \leftrightarrow f(y_1) > f(y_2).$$

Критериальный выбор

Многокритериальный выбор. Предположим теперь, что "качество", или "полезность", исхода оценивается не одним числом, а несколькими. Иначе говоря, предполагается, что существует несколько показателей качества решения, описываемых частными целевыми функциями

$$f_k : Y \to R,\ \ k = 1, 2, \ldots, m,$$

которые требуется максимизировать.

В теории многокритериальных задач обычно используются следующие отношения доминирования:

$$(y_i, y_j) \in R_p \leftrightarrow \forall k : [f_k(y_i) \geq f_k(y_j)] \wedge [f(y_i) \neq f(y_j)];$$

$$(y_i, y_j) \in R_s \leftrightarrow \forall k : [f_k(y_i) > f_k(y_j)].$$

Здесь $f = (f_1, f_2, \ldots, f_m)$. Отношение доминирования R_p называется *отношением Парето*, а R_S — *отношением Слейтера*. Употребляется также запись

$$(y_i, y_j) \in R_t \leftrightarrow y_i \overset{t}{\succ} y_j,\ \ t = P, S.$$

Принятие решений в задаче управления

Примеры типовых ЗПР

Пример В.1. Чтобы попасть из пункта A (остановка автобуса) в пункт B (лодочная станция) (рис. В.1), человек должен пройти сначала по асфальтовой дороге (отрезок Ax), а затем по песчаному пляжу (отрезок xB). Известны скорости передвижения по асфальтовой дороге и по песку. Спрашивается, в каком месте нужно свернуть с асфальтовой дороги, чтобы затратить меньше времени на весь путь.

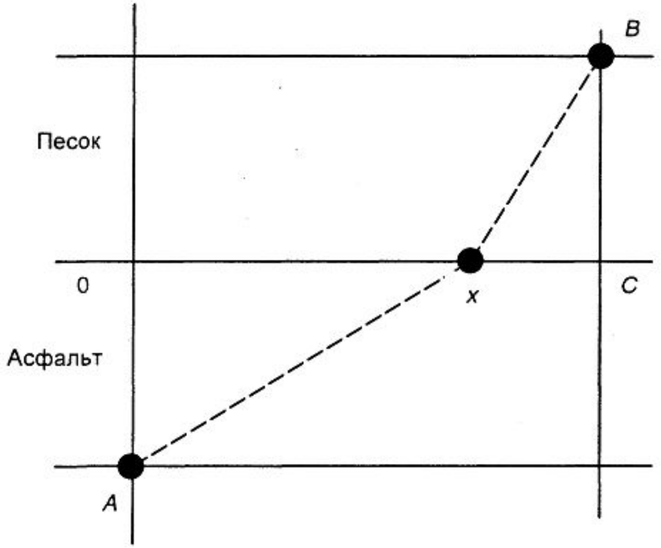


Рис. В.1. Выбор оптимального пути

Сформулированную задачу можно рассматривать как задачу принятия решения: множество альтернатив состоит из множества точек прямой OC, т. е. из множества вещественных чисел x. Каждому решению соответствует исход, или результат, — маршрут AxB. Таким образом, имеем задачу *принятия решения в условиях определенности*. Каждый исход (т. е. маршрут) оценивается числом — временем передвижения по маршруту.

Примеры типовых ЗПР

Пример В.2. Предположим, что при разработке некоторой логической электронной схемы нас кроме функциональных требований интересуют два показателя: потребляемая схемой мощность (f_1) и время задержки распространения сигнала (f_2), причем мы хотим минимизировать оба эти показателя. Мы можем варьировать параметры (номиналы) части резистивных элементов схемы $R_1, \ldots, R_L$ в некоторых заданных границах. При этом каждому фиксированному набору $R = (R_1, \ldots, R_L)$ этих параметров соответствуют определенные значения f_1 (потребляемая мощность) и f_2 (время задержки). Таким образом, взяв за альтернативы наборы значений R, а затем в качестве исходов — соответствующие им пары чисел (f_1, f_2), приходим к задаче выбора решения в условиях определенности. Изобразив все возможные пары чисел (f_1, f_2) на плоскости, получим некоторую область F, каждая точка которой представляет собой один из возможных исходов (рис. В.2).

Примеры типовых ЗПР

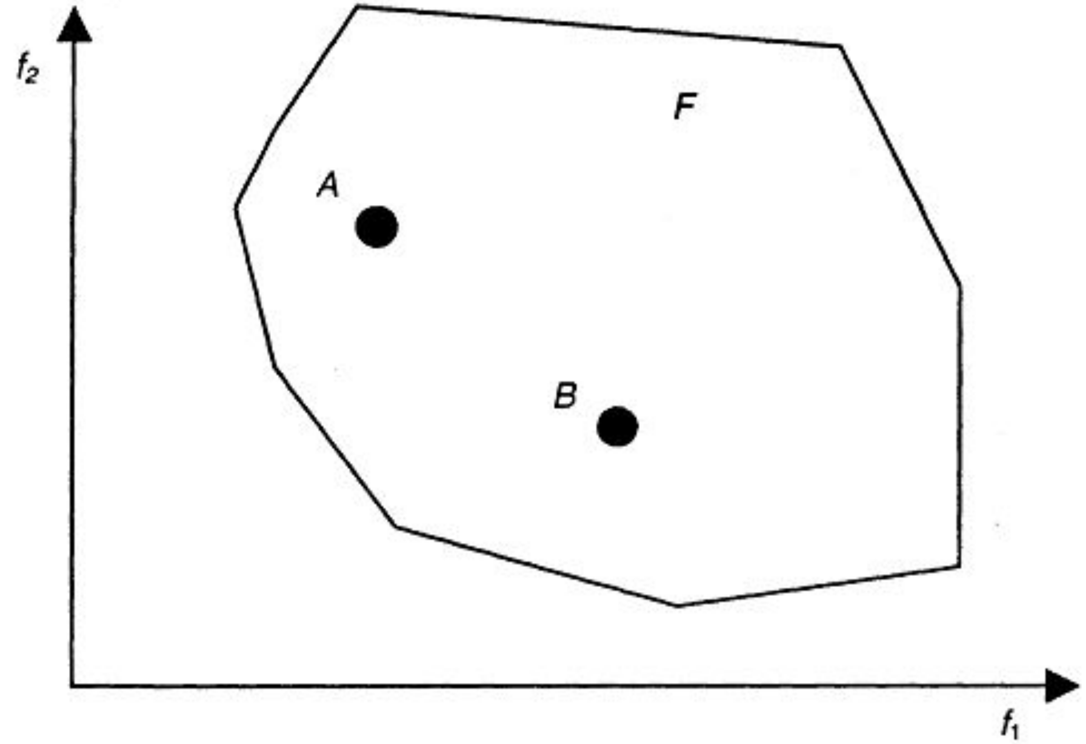


Рис. В.2. Оптимизация по двум критериям

Примеры типовых ЗПР

Пример В.3. Студент факультета технической кибернетики, войдя в трамвай, решает, брать ли билет. Здесь исход определяется двумя обстоятельствами: решением студента и фактом появления контролера. Таким образом, студент выступает в качестве лица, принимающего решение, а факт появления контролера — в качестве среды. Имеются всего две альтернативы у принимающего решение и два состояния среды. Как численно оценить "полезности" исходов? Проще всего в качестве оценок взять выраженные в условных единицах денежные потери, как указано в табл. В.2.

Таблица В.2

Альтернатива	Состояние среды	
	Контролер появится	Контролер не появится
Брать билет	2 у. е.	2 у. е.
Не брать билета	8 у. е.	0 у. е.

Примеры типовых ЗПР

Пример В.4 (дилемма заключенного). Арестованы два подозреваемых в совершении серьезного преступления. У прокурора нет полного доказательства их вины, и результаты судебного разбирательства дела полностью зависят от стратегии поведения подозреваемых. У каждого из них есть две альтернативы — сознаться в совершении преступления или нет. Возможные исходы представлены в табл. В.3 (Н — непризнание, П — признание; 1, 2 — номера задержанных).

Таблица В.3

1	**2**	
	Н	**П**
Н	(1,1)	(10,0)
П	(0,10)	(7,7)

Примеры типовых ЗПР

Пример В.5. Во многих случаях лицо, принимающее решение, может указать лишь множество всех тех пар исходов, для которых первый исход в паре предпочтительнее второго. При этом какие-либо численные оценки исходов в принципе отсутствуют. Приведем конкретный пример. Молодой ученый выбирает место своей будущей работы, исходя из следующего множества альтернатив:

1. x_1: ассистент в очень известном университете с окладом 250 у. е.
2. x_2: доцент в электротехническом институте с окладом 350 у. е.
3. x_3: профессор в малоизвестном периферийном институте с окладом 450 у. е.

Легко представить себе ситуацию, когда ученый предпочтет x_1 по сравнению с x_2, рассудив, что престиж известного университета и контакты с ведущими специалистами в данной области науки стоят 100 у. е. разницы в окладе. Данное предпочтение можно обозначить (x_1, x_2) или $x_1 \succ x_2$ (x_1 лучше x_2). Точно так же можно предположить, что $x_2 \succ x_3$. И в то же время, сравнивая x_1 и x_3, можно понять и выбор x_3 по сравнению с x_1 (слишком велика разница в окладе). Таким образом, система предпочтений задается множеством пар: (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_1). Следовательно, здесь нет самой предпочтительной альтернативы. Какими принципами следует руководствоваться для принятия решений в подобных ситуациях?

Примеры типовых ЗПР

Пример В.6. Большой класс практических задач составляют *трудно формализуемые* задачи принятия решений, не имеющие адекватного традиционного математического описания. В качестве примера можно привести задачи медицинской диагностики, в которых по известной исходной информации (результаты анализов, внешние проявления болезни) требуется принять решение о типе заболевания. Такие задачи могут решаться на основе использования специальных программных комплексов — экспертных систем. Понятно, что здесь все традиционные методы математического анализа (как дисциплины) оказываются неприменимыми непосредственно и требуется особый подход. Важнейшее значение в таких системах принятия решений приобретают проблемы построения исходной базы знаний для конкретной (обычно достаточно узкой) предметной области и процедур логического вывода (правил), позволяющих делать разумные заключения из исходных фактов или утверждений. Характерным примером таких правил могут служить выражения типа "*ЕСЛИ* (условие), *ТО* (действие)", например:

> *ЕСЛИ* x за рыночную экономику и радикальные экономические реформы, *ТО* x будет голосовать за И. И. Иванова.

Указанный формат записи знаний характерен для важнейшего класса экспертных систем — *продукционных экспертных систем.*

Примеры типовых ЗПР

Пример В.7. Существуют проблемы так называемого группового выбора решений, когда основная задача состоит в том, чтобы указать "справедливые" принципы учета индивидуальных выборов, приводящие к разумному общественному (или групповому) решению. В качестве содержательного примера можно привести заседание военного совета, когда каждый участник заседания высказывает свое мнение относительно плана проведения будущей операции, а в конечном итоге должен быть выбран один, оптимальный вариант. Как это сделать? Какой результат выбора считать "хорошим", каким свойством он должен обладать? Здесь у нас, как и в примере В.2, в первую очередь возникают концептуальные трудности, т. е. сначала нужно определить, какими показателями должен обладать разумный результат согласований индивидуальных предпочтений.

Примеры типовых ЗПР

Простая модель задачи группового выбора формулируется следующим образом. Пусть множество вариантов решений X конечно: $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$. Имеется группа из n членов, принимающих (выбирающих) решение. Каждый член группы с номером $i = 1, \ldots, n$ имеет свою систему предпочтений на множестве X, задаваемую с помощью бинарного отношения $R_i \subset X * X$,

$$R_i = \{(x_j, x_k), \ldots, (x_p, x_m)\}.$$

Здесь R_i — множество упорядоченных пар элементов из X, причем включение некоторой пары (x_s, x_t) в множество R_i означает, что с позиций i-го члена группы вариант x_s предпочтительнее варианта x_t: $x_s \succ x_t$. Требуется по заданной системе $R_1, \ldots, R_n$ индивидуальных предпочтений построить групповую (коллективную) систему предпочтений $R = f(R_1, \ldots, R_n)$, где f — некоторая функция, реализующая принятый принцип согласования индивидуальных предпочтений. Казалось бы, достаточно использовать логически очевидное правило большинства (что обычно и происходит на практике при коллективном решении проблем). Однако есть определенные трудности, связанные с естественными принципами согласования, типа правила большинства или оценивания по среднему баллу.

Примеры типовых ЗПР

Задача распределения ресурсов. Пусть некоторый ресурс (например, денежный) распределен между n членами некоторого сообщества. При этом состоянием сообщества (системы) будем называть вектор $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, где a_i — объем ресурса, которым владеет i-ый член сообщества. Общий объем ресурса постоянен и равен:

$$a = \sum_{i=1}^{n} a_i.$$

Рассмотрим другое состояние той же системы $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Очевидно, состояние b не хуже состояния a для i-го субъекта, если $b_i \geq a_i$. Будем теперь производить перераспределение ресурсов на основе очень сильного большинства: переход системы из некоторого состояния a в состояние b разрешен, если новое состояние будет не хуже старого для всех членов сообщества кроме, может быть, одного (тотально-мажоритарное правило). Последовательность состояний $a_1, a_2, \dots, a_m$ будем называть *тотально-мажоритарным путем из a_1 в a_m*, если каждый промежуточный переход из a_i в a_{i+1} был осуществлен на основе тотально-мажоритарного правила. Достаточно неожиданным является утверждение, что тотально-мажоритарный путь может связывать любые два состояния системы! Таким образом, опираясь на мнение "всего общества" можно производить любые перераспределения ресурса, в том числе и представленные на рис. В.4.

Примеры типовых ЗПР

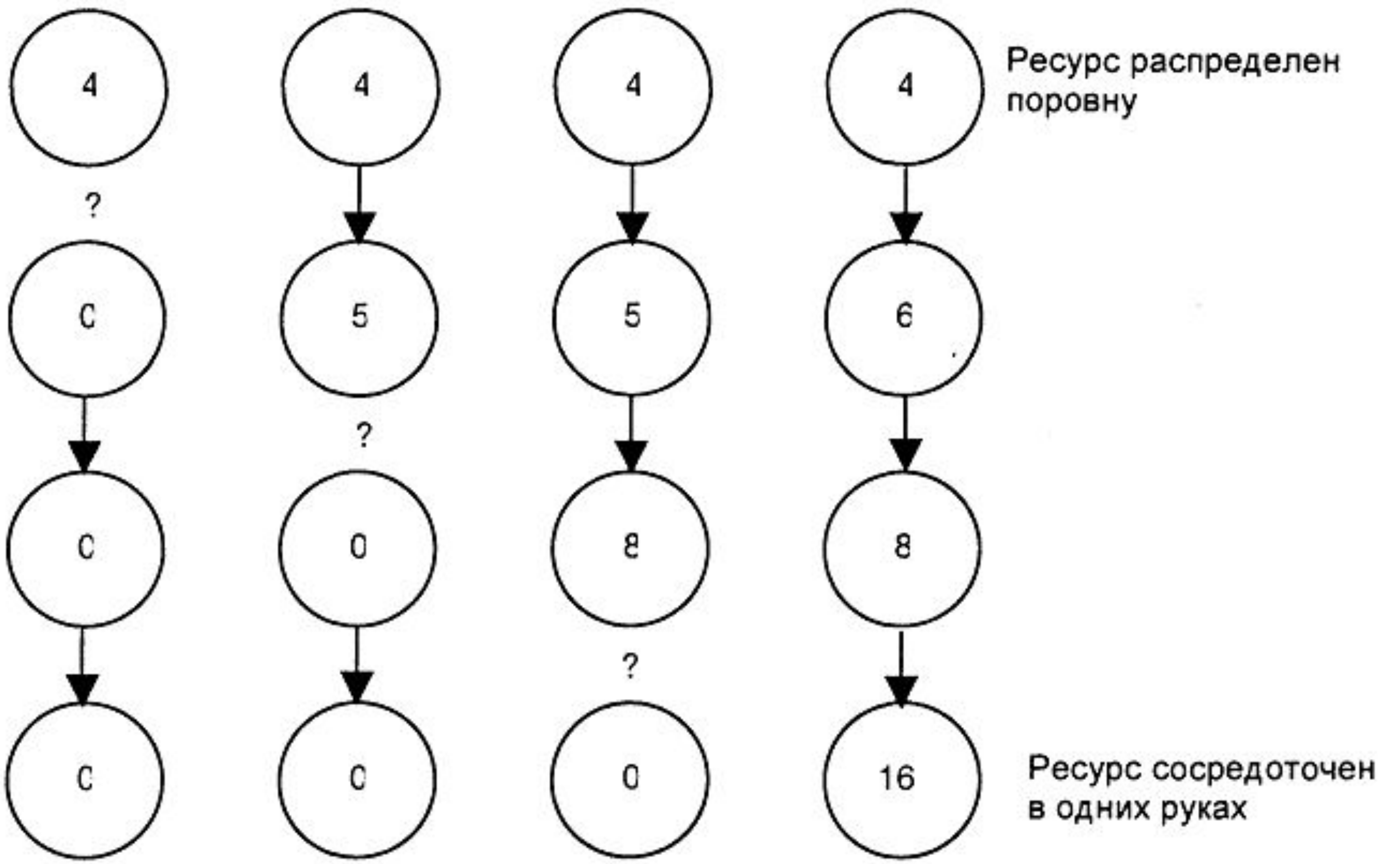


Рис. В.4. Распределение ресурса по принципу большинства

Шкалы оценок по критериям

- Качественные и количественные
- Непрерывные и дискретные
- Шкала порядка (оценки упорядочены по возрастанию или убыванию предпочтений ЛПР
- Шкала равных интервалов
- Шкала пропорциональных оценок (идеальная шкала)

Формальная модель ЗПР

- **проблема**, подлежащая разрешению;
- **принимающий решение** (решающий) элемент — человек или коллективный орган, который (при помощи технических средств) решает задачу;
- **одна или несколько целей**, в соответствии с которыми осуществляется выбор;
- **несколько (множество) альтернатив**, среди которых производится выбор.

Типы решений

- Упорядочение альтернатив, имеющих оценки по многим критериям
- Классификация многокритериальных альтернатив
- Выделение лучшей альтернативы

Задача принятия решений

Задачу ПР можно представить семеркой [T, X, R, A, F, G, D], где

- **T — постановка задачи (например, выбрать одну наилучшую в некотором смысле альтернативу или упорядочить все множество альтернатив);**
- **X — множество допустимых альтернатив (решений, вариантов действий);**
- **R — множество критериев оценки степени достижения поставленных целей;**
- **A — множество шкал измерения по критериям (шкалы наименований, порядковые, интервальные, отношений);**
- **F — отображение множества допустимых альтернатив в множество критериальных оценок их последствий (исходов);**
- **G — система предпочтений решающего элемента;**
- **D — решающее правило, отражающее систему предпочтений.**

Исследование задачи принятия решения на основе моделирования

1)***Математическое моделирование***

- Построение модели
- Формулировка принципа оптимальности
- Анализ результатов

2) ***Имитационное моделирование***

- Построение модели
- Исследование интересующих показателей
- Формулировка принципа оптимальности
- Анализ результатов

Методы принятия решений

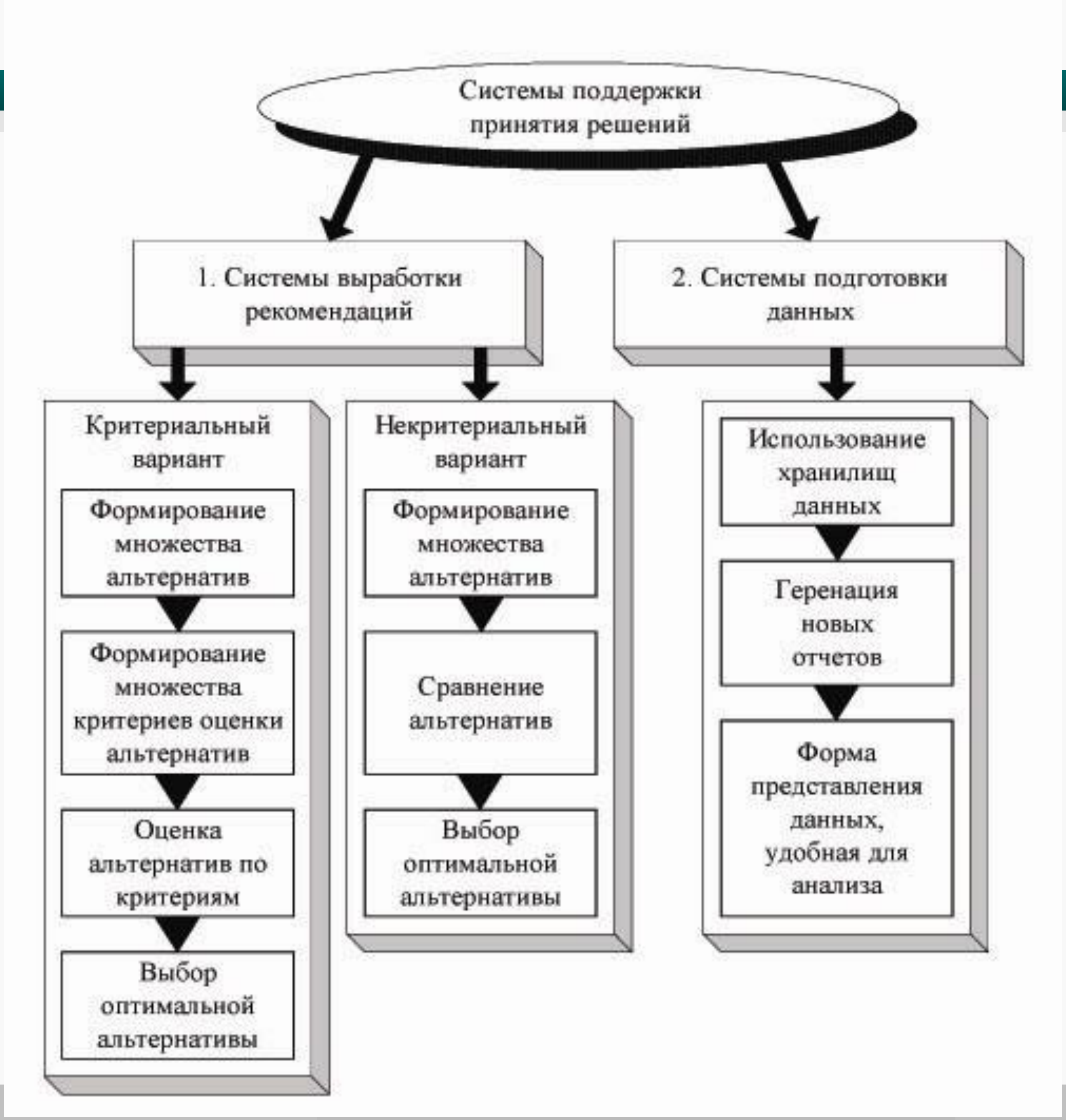
- Экспертные оценки - один из методов принятия решений
- Голосование - один из методов экспертных оценок
- Критерии оценки решения
- Порядок подготовки решения (регламент)
- Проблема горизонта планирования
- Риски и неопределенности
- Роль прогнозирования при принятии решений

Этапы процесса планирования

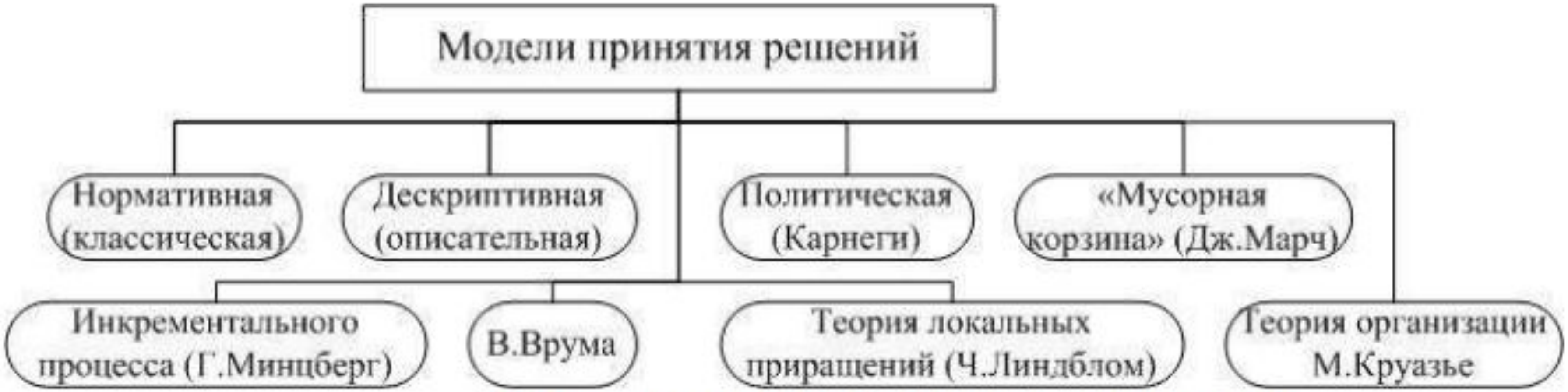
1. Целеполагание (формулировка целей)
2. Подбор, анализ и оценка способов достижения поставленных целей
3. Составление перечня необходимых действий
4. Составление программы работ
5. Анализ ресурсов
6. Анализ разработанного варианта плана
7. Подготовка детального плана действий
8. Контроль за выполнением плана, внесение необходимых изменений в случае необходимости.

Сравнение стратегического и оперативного менеджмента

Признаки	Стратегический менеджмент	Оперативный менеджмент
Иерархические ступени	В основном на уровне высшего руководства	Включает все уровни с основным упором на среднее звено управления
Неопределенность	Существенно выше	Меньше
Вид проблем	Большинство проблем не структурировано	Относительно хорошо структурированы
Временной горизонт	Акцент на долгосрочные, а также на средне- и краткосрочные аспекты	Акцент на кратко- и среднесрочные аспекты
Потребная информация	В первую очередь из внешней среды	В первую очередь из самого предприятия
Альтернативы планов	Спектр альтернатив в принципе широк	Спектр ограничен
Охват	Концентрация на отдельных важных позициях	Охватывает все функциональные области и интегрирует их
Степень детализации	Невысокая	Относительно большая
Основные контролируемые величины	Потенциалы успеха (например, рост доли рынка)	Прибыль, рентабельность, ликвидность


Системы поддержки принятия решений
1. Системы выработки рекомендаций
2. Системы подготовки данных
Критериальный вариант
Формирование множества альтернатив
Формирование множества критериев оценки альтернатив
Оценка альтернатив по критериям
Выбор оптимальной альтернативы
Некритериальный вариант
Формирование множества альтернатив
Сравнение альтернатив
Выбор оптимальной альтернативы
Использование хранилищ данных
Геренация новых отчетов
Форма представления данных, удобная для анализа

Современный взгляд



Модели (подходы) принятия решений.