

КУРСОВАЯ РАБОТА ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

ТЕМА: «ДИНАМИКА КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА»

СТУДЕНТ: ТАНГ ТАТ ХА ЗЫОНГ

ГРУППА: НМТ-273512

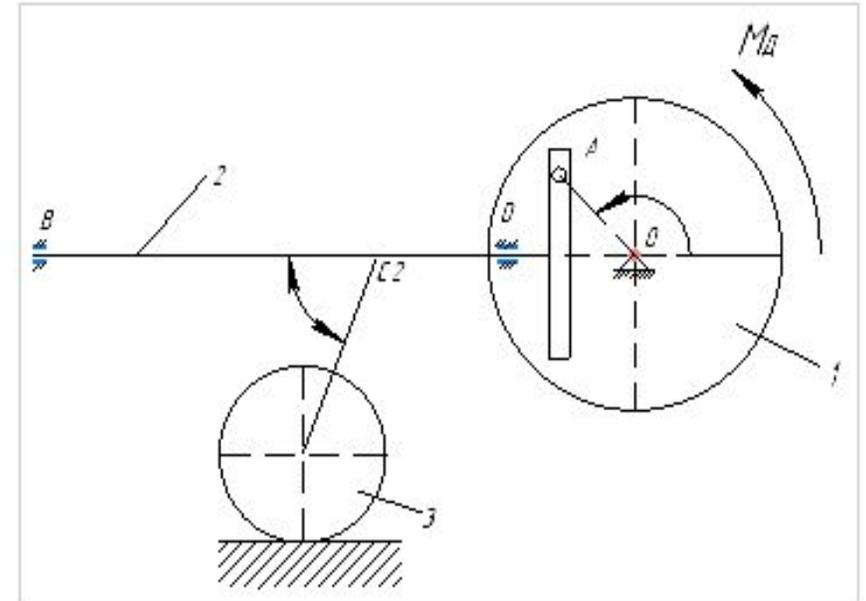
ВАРИАНТ: 2400026

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ: МИТЮШОВ . Е . А

Расчетная схема и исходные данные

Кулисный Механизм, Расположенный В Горизонтальной Плоскости, Приводится В Движение Из Состояния Покоя Вращающим Моментом M_d , Создаваемым Электродвигателем. Заданы Массы Звеньев Механизма; Величина Вращающего Моента, Радиус Инерции Катка 3, И Радиусы Его Ступеней, Радиус Маховика 1, Кулисы 2.

Исходные данные представлены в таблице ниже.



m_1 , КГ	m_2 , КГ	m_3 , КГ	M_d , Н.М	ρ_3 , М	R_3 , М	ϕ^x , рад
53	15	30	17	0.09	0.09	

Определить

- Угловую скорость маховика при его повороте на угол $\varphi = \varphi^*$.
- Угловое ускорение маховика при его повороте на угол $\varphi = \varphi^*$.
- Силу, приводящую в движение кулису в положении механизма, когда $\varphi = \varphi^*$ и реакцию подшипника на оси маховика.
- Записать дифференциальное уравнение движение механизма.

Этап I. Кинематический анализ механизма.

1.1. Определение кинематических характеристик

Механизм состоит из трех звеньев. Ведущим является маховик 1, к которому приложен вращающий момент M_D со стороны электродвигателя. От маховика посредством кулисы 2 движение передается ведомому звену 3 – катку. Маховик совершает вращательное движение, кулиса – поступательное, каток – плоское. Начало координат помещаем в точку O , ось Ox направляем влево, ось Oy – вверх.

Скорость поступательно движущейся кулисы находим по теореме сложения скоростей, рассматривая движение кулисного камня как сложное. Переносная скорость v_A определяет скорость кулисы в ее поступательном движении.

Так как

$$v_A = v_{Ar} + v_{Ae} ,$$

То

$$v_{Ar} = (v_{Ar})_x + (v_{Ae})_x$$

Откуда

$$v_{2x} = (v_A)_x = \ddot{\varphi} OA \cos \varphi .$$

Скорость центра катка

$$v_{C3x} = \ddot{\phi} OA \sin \varphi.$$

Откуда

$$v_{C3x} = v_{2x}$$

Угловую скорость катка находим как отношение скорости его центра к расстоянию до мгновенного центра скоростей

$$\omega_3 = \frac{v_{C3x}}{R_3} = \frac{1}{R_3} \dot{\phi} OA \cos \varphi$$

Ускорение поступательно движущейся кулисы, ускорение центра катка, а также угловое ускорение катка находим дифференцированием, соответственно, скорости поступательно движущейся кулисы, скорости центра катка, а также угловой скорости катка .

Откуда

$$a_{C3y} = \dot{v}_{C3y} = \ddot{\phi} OA \cos \varphi - \dot{\phi}^2 OA \sin \varphi,$$

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{1}{R_3} \ddot{\phi} OA \cos \varphi - \frac{1}{R_3} \dot{\phi}^2 OA \sin \varphi.$$

Укажем векторы $\vec{v}_A, \vec{v}_{Ar}, \vec{v}_{Ae}, \vec{v}_{C3}, \vec{a}_A, \vec{a}_{Ar}, \vec{a}_{Ae}$, и \vec{a}_{C3} в положении механизма, изображенном в условии задачи, когда $\phi = \frac{3\pi}{4}$. Так как динамический расчет еще не проведен и информация об угловой скорости маховика и его угловом ускорении отсутствует, то изображение носит иллюстративный характер. В данном положении и кулиса и каток движутся замедленно. Каток приближается к его крайнему верхнему положению.

1.2. Запись уравнений геометрических связей

Как и раньше, начало координат помещаем в точку O , ось Ox направляем влево, ось Oy – вверх.

Уравнения связей:

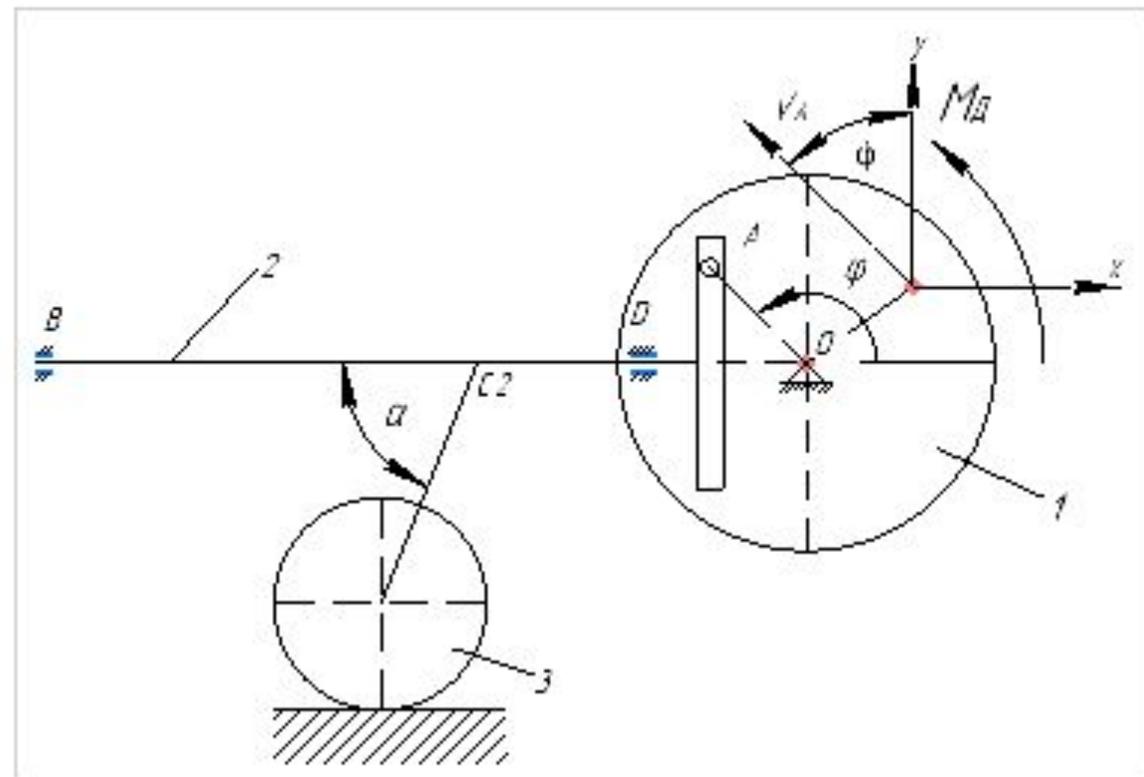
$$x_A = OA \sin \phi, \quad y_A = OA \cos \phi, \quad x_{C2} = 0, \\ y_{C2} = y_{C20} + OA \sin \phi, \quad x_{C3} = R_3.$$

Используя выражения для v_{C3} и ω_3 , приходим к равенствам

$$\dot{y}_{C3} = \dot{\phi} OA \cos \phi \quad \text{и} \quad \dot{\phi}_3 = \frac{1}{R_3} \dot{\phi} OA \cos \phi.$$

В результате интегрирования этих дифференциальных уравнений получим

$$y_{C3} = y_{C30} + OA \sin \phi, \quad \phi_3 = \frac{1}{R_3} OA \sin \phi.$$



Этап II. Угловая скорость и угловое ускорение маховика.

2.1. Определение кинетической энергии системы

Кинетическую энергию механизма находим как сумму кинетических энергий его звеньев

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Кинетическая энергия вращающегося маховика:

$$T_1 = \frac{I_1 \omega_1^2}{2},$$

$I_1 = \frac{m_1 R_1^2}{2}$ – Момент инерции маховика относительно оси вращения.

Кинетическая энергия поступательно движущейся кулисы:

$$T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2}{2} (\dot{\varphi} OA \sin \varphi)^2$$

Кинетическая энергия катка, совершающего плоское движение:

$$T_3 = \frac{m_3 v_{C3}^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2} = m_3 (\dot{\phi} OA \sin \phi)^2 + \left(\frac{1}{R_3} \dot{\phi} OA \sin \phi \right)^2,$$

$I_3 = m_3 \rho_3^2$ – Момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{m_1 R_1^2 \dot{\phi}_1^2}{4} + \frac{m_2}{2} (\dot{\phi} OA \sin \phi)^2 + \frac{m_3}{2} (\dot{\phi} OA \sin \phi)^2 + \frac{m_3 \rho_3^2}{2} \left(\frac{1}{R_3} \dot{\phi} OA \sin \phi \right)^2.$$

После тождественных преобразований:

$$T = \frac{I_{\text{пр}}(\phi) \dot{\phi}^2}{2}, \quad (1)$$

Где
$$I_{\text{пр}}(\phi) = \frac{m_1 R_1^2}{2} + \frac{(m_2 (R_3)^2 + m_3 (R_3^2 + \rho_3^2))}{(R_3)^2} (OA \sin \phi)^2,$$

$$I_{\text{пр}}(\phi^*) = \frac{53.0,36^2}{2} + \left(\frac{15.0,09^2 + 30.(0,09^2 + 0,09^2)}{0,09^2} \right) \cdot (0,24 \sin \frac{3\pi}{4})^2 = 4,17 \text{ кг.М}^2$$

– Приведенный к ведущему звену момент инерции.

2.2. Определение производной кинетической энергии по времени

Производную кинетической энергии по времени находим по правилу вычисления производной произведения и производной сложной функции

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\phi} \dot{\phi}^2 + I_{\text{пр}}(\phi) \dot{\phi} \ddot{\phi}. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\phi} &= - \frac{(m_2(r_3)^2 + m_3 r_3^2 + \rho_3^2)}{(r_3)^2} \omega a^2 \sin 2\phi \\ &= \left(\frac{-(15 \cdot 0,09^2 + 30 \cdot (0,09^2 + 0,09^2))}{0,09^2} \right) \cdot (0,24^2 \sin 2 \frac{3\pi}{4}) \end{aligned}$$

$$(I_{\text{пр}}^*) = 0,35 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

2.3. Определение элементарной работы, мощности внешних сил. Определение работы внешних сил на конечном перемещении (механизм в горизонтальной плоскости).

В случае, когда механизм расположен в горизонтальной плоскости работу совершает только вращающий момент $M_{\text{д}}$. Элементарная работа при этом определяется равенством

$$dA^e = M_{\text{д}}d\phi.$$

Мощность

$$N^e = \frac{dA^e}{dt} = M_{\text{д}}\dot{\phi}. \quad (3)$$

Работа при повороте маховика на угол ϕ^*

$$A = \int_0^{\phi^*} M_{\text{д}}d\phi = M_{\text{д}}\phi^*. \quad (4)$$

2.4. Определение угловой скорости маховика при его повороте на угол ϕ^*

Для определения угловой скорости маховика применяем теорему об изменении кинетической энергии в конечной форме, полагая, что механизм в начальный момент находился в покое.

$$T - T_0 = A^e + A^i, \quad T_0 = 0, \quad A^i = 0.$$

Подстановка в это равенство найденных выражений (1) и (4) дает

$$\frac{I_{\text{Пр}}\left(\frac{\pi}{3}\right)\dot{\phi}^2}{2} = M_{\text{Д}}\frac{\pi}{3}.$$

Тогда

$$\varphi(\Phi^*) = \omega(\phi^*) = \sqrt{\frac{2M_{\text{Д}} \cdot 3\pi}{4 \cdot I_{\text{Пр}}}} = \sqrt{\frac{2,17 \cdot 3,3,14}{4 \cdot 4,17}} = 4,38 \text{ рад/с}$$

2.5. Определение углового ускорения маховика при его повороте на угол ϕ^*

Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i, \quad N^i = 0.$$

Подставляя в это уравнение найденные выше значения (2) и (3), находим

$$\frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\phi} \dot{\phi}^2 + I_{\text{пр}}(\phi) \ddot{\phi} = M_{\text{д}} \dot{\phi}.$$

Откуда

$$I_{\text{пр}}(\phi) \ddot{\phi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\phi} \dot{\phi}^2 = M_{\text{д}}$$

И

$$\frac{m_1 R_1^2}{2} + \frac{(m_2 (R_3)^2 + m_3 (R_3^2 + \rho_3^2))}{(R_3)^2} (OA \sin \phi)^2 \ddot{\phi} - \frac{(m_2 (R_3)^2 + m_3 R_3^2 + m_3 (\rho_3^2))}{2(R_3)^2} OA^2 \sin 2\phi (\dot{\phi})^2 = M_{\text{д}}.$$

Дифференциальное уравнение второго порядка

$$\left(\frac{53.0,36^2}{2} + \frac{15.0,36^2 + 30.(0,09^2 + 0,09^2)}{0,09^2}\right). (0,24. \sin \varphi)^2. \ddot{\varphi} - \frac{(15.0,36^2 + 30.(0,09^2 + 0,09^2))}{2.0,09^2}. (0,24^2. \cos(2\varphi)). \dot{\varphi}^2 =$$
$$= (3,4 + 17,28. \sin^2 \varphi). \ddot{\varphi} - 8,64. \cos(2\varphi). (\dot{\varphi})^2 = 17$$

Описывает движение кулисного механизма. Оно может быть проинтегрировано только численно, а также использовано для нахождения углового ускорения маховика в произвольном его положении.

Определим угловое ускорение маховика при угле его поворота $\phi^* = \frac{3\pi}{4}$.

$$\varepsilon_1(\phi^*) = \frac{17 + 8,64. \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) * (\dot{\varphi})^2}{3,4 + 17,82. \sin^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = 53,12 \text{ рад/с}^2.$$

Этап III. Реакции связей и уравновешивающая сила.

3.1. Определение реакций внешних и внутренних связей в положении φ^*

Определим реакцию подшипника на оси маховика и силу, приводящую в движение кулису с помощью принципа д'аламбера, рассматривая движение маховика отдельно от других тел системы.

Маховик совершает вращательное движение. Рассмотрим внешние силы. Помимо пары сил с моментом M_D , на него действуют реакция подшипника $\vec{R}_O = \{X_O, Y_O\}$ и реакция кулисы \vec{N}_A . Система сил инерции приводится к паре с моментом $M^\Phi = I_1 \varepsilon_1$, направленным против вращения, т.к. Оно ускоренное (рис.3).

Записывая условие уравновешенности плоской системы внешних сил

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_O = 0,$$

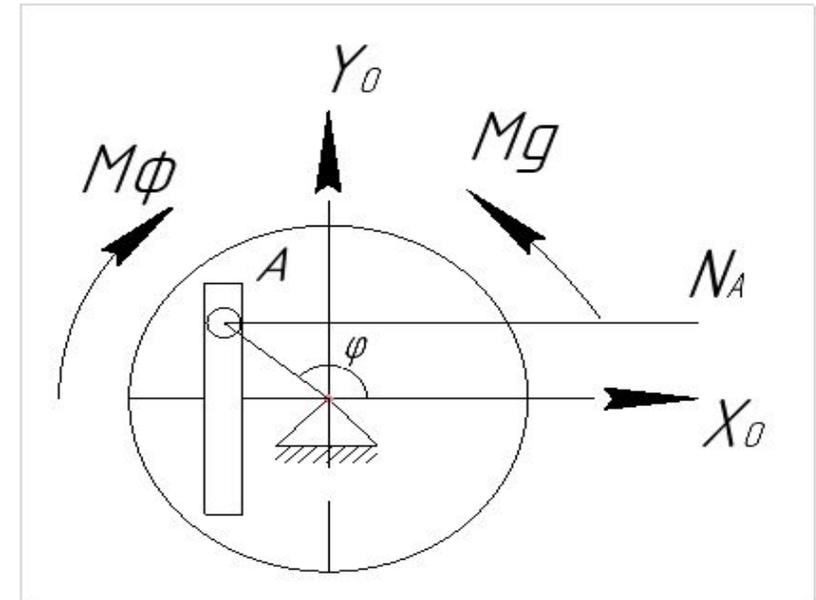
$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_O + N_A = 0,$$

$$\sum m_O(\vec{F}_k) = 0; \quad M_D - M^\Phi + N_{Ay}x_A + N_{Ax}y_A = 0;$$

находим

$$N_{Ax} = \frac{M^\Phi - M_D}{y_A} = \frac{I_1|\dot{\phi}| - M_D}{OA \cdot \cos \varphi} = \frac{4,17.53,12 - 23}{0,24 \cdot \cos \frac{3\pi}{4}} = 852,84 \text{ Н}$$

Сила \vec{F}_A , приводящая в движение кулису, по третьему закону динамики равна реакции кулисы и направлена в противоположную сторону.



3.2. Определение силы уравновешивающей кулисный механизм

Найдем силу, которую надо приложить к оси катка, чтобы она уравновешивала действие момента, создаваемого электродвигателем в положении маховика. $\phi^* = \frac{\pi}{3}$

Для этого воспользуемся принципом виртуальных перемещений

$$\sum \delta A^{\text{Акт}} = 0$$

Или в аналитической форме, с учетом действующих на систему активных сил:

$$M_{\text{д}} \delta \phi + F_x \delta x_{\text{сз}} + F_y \delta y_{\text{сз}} = 0.$$

Используя уравнения связей

$$y_{\text{сз}} = 0, x_{\text{сз}} = y_{\text{сз}0} + OA \sin \phi,$$

Находим вариации координат

$$\delta y_{\text{сз}} = 0, \delta x_{\text{сз}} = OA \sin \phi \delta \phi.$$

Подстановка этих соотношений в уравнение принципа виртуальных перемещений дает

$$F_x = - \frac{M_{\text{д}} \cdot \delta \phi}{\delta x_{\text{сз}}} = - \frac{M_{\text{д}} \cdot \delta \phi}{OA \cdot \sin \phi \delta \phi} = \frac{17}{0,24 \cdot \sin \frac{3\pi}{4}} = 1722,9 \text{ Н}$$

Любая сила, имеющая такую проекцию на ось Oy , уравновешивает действие вращательного момента.

Этап IV. Подготовка презентации курсовой работы к защите.

Сведение результатов вычислений в таблицу

В таблице 2 приведены угловая скорость и угловое ускорений маховика, а также динамические и статические усилия. Таблица 2.

		$N_1, \text{ Н}$	$N_2, \text{ Н}$	$N_a, \text{ Н}$	$F_x, \text{ Н}$
17	53,12	852,84	0	852,84	1722,9

The background is a light gray gradient. In the top-left and bottom-right corners, there are several realistic-looking water droplets of various sizes, some overlapping. The text is centered in the middle of the page.

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ**