

рис. 25

МБОУ «Авиловская СОШ»  
Учитель математики Ткаченко И.А.

# ТЕТРАЭДР

# Понятие тетраэдра

- Пирамида, в основании которой лежит треугольник, называется треугольной пирамидой или тетраэдром. Слово «тетраэдр» образовано из двух греческих слов: tetra - «четыре» и hedra - «основание», «грань».
- Тетраэдр - многогранник, имеющий 4 треугольные грани, 6 рёбер и 4 вершины, в каждой из которых сходятся 3 ребра.

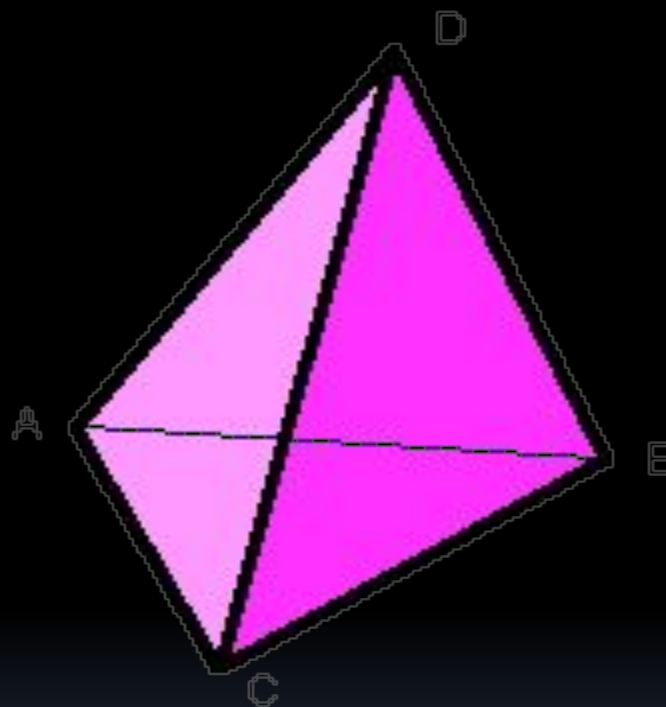
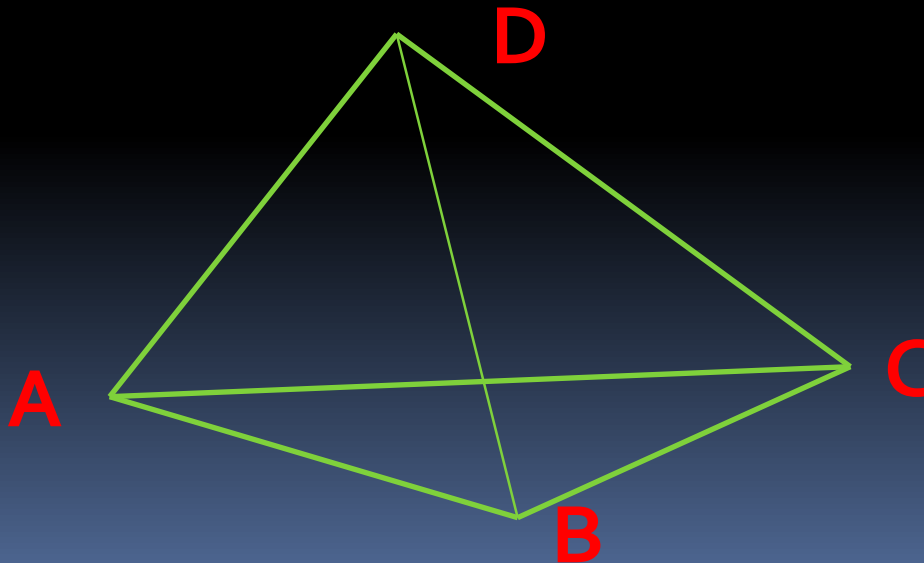


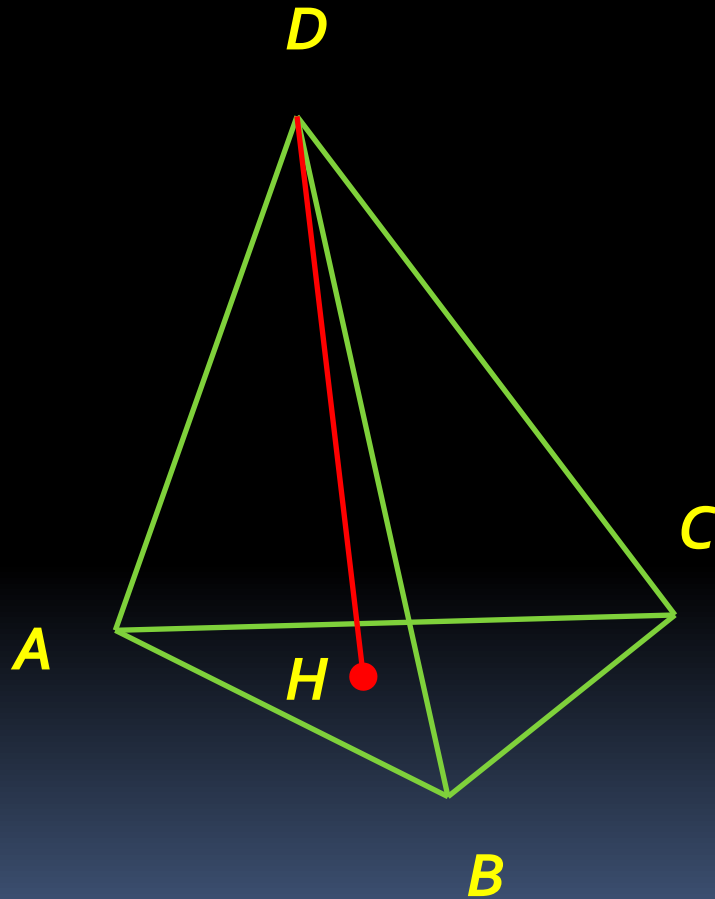
рис. 25

# Построение тетраэдра

- Изображают обычно тетраэдр как четырехугольник с диагоналями, одну из которых (соответствующую невидимому ребру) изображают пунктирно.



# Тетраэдр



Два ребра тетраэдра, которые не имеют общих вершин, называются противоположными.

Например,  
 $AD$  и  $BC$ ,  
 $BD$  и  $AC$ ,  
 $AB$  и  $CD$ .

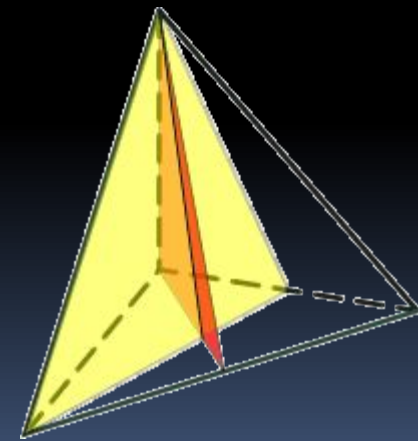
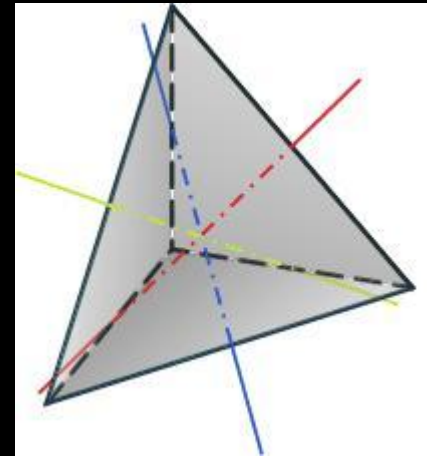
- $DABC$  – тетраэдр
- $A, B, C, D$  – вершины
- $ABC$  – основание
- $AD, BD, CD,$   
 $AC, AB, BC$  – ребра
- $AH$  – высота тетраэдра

# Определения медианы, бимедианы и высоты тетраэдра

- Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с точкой пересечения медиан противоположной грани, называется его **медианой**, опущенной из данной вершины.
- Отрезок, соединяющий середины скрещивающихся рёбер тетраэдра, называется его **бимедианой**, соединяющей данные рёбра.
- Отрезок, соединяющий вершину с точкой противоположной грани и перпендикулярный этой грани, называется его **высотой**, опущенной из данной вершины.

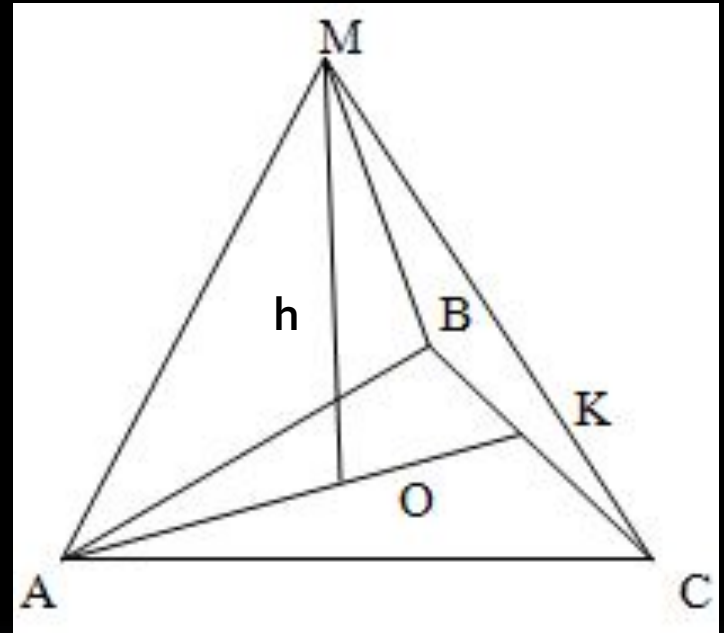
# Элементы симметрии тетраэдра

- Тетраэдр имеет три оси симметрии, которые проходят через середины скрещивающихся рёбер.
- Тетраэдр имеет 6 плоскостей симметрии, каждая из которых проходит через ребро тетраэдра перпендикулярно скрещивающемуся с ним ребру.

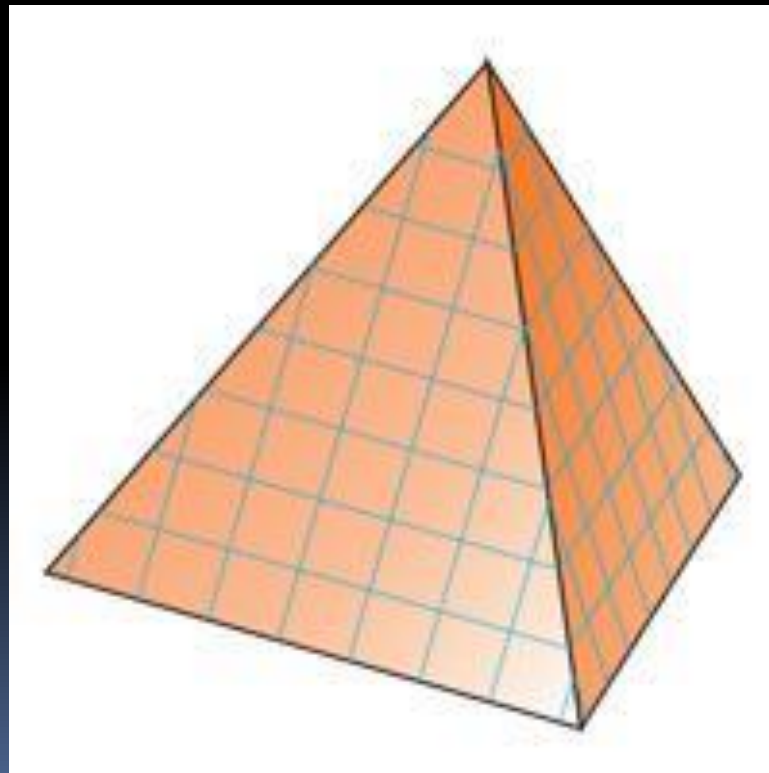


# Объем пирамиды

где  $S_{OCH}$  - площадь  
основания,  
 $h$  - высота.



# Площадь поверхности пирамиды



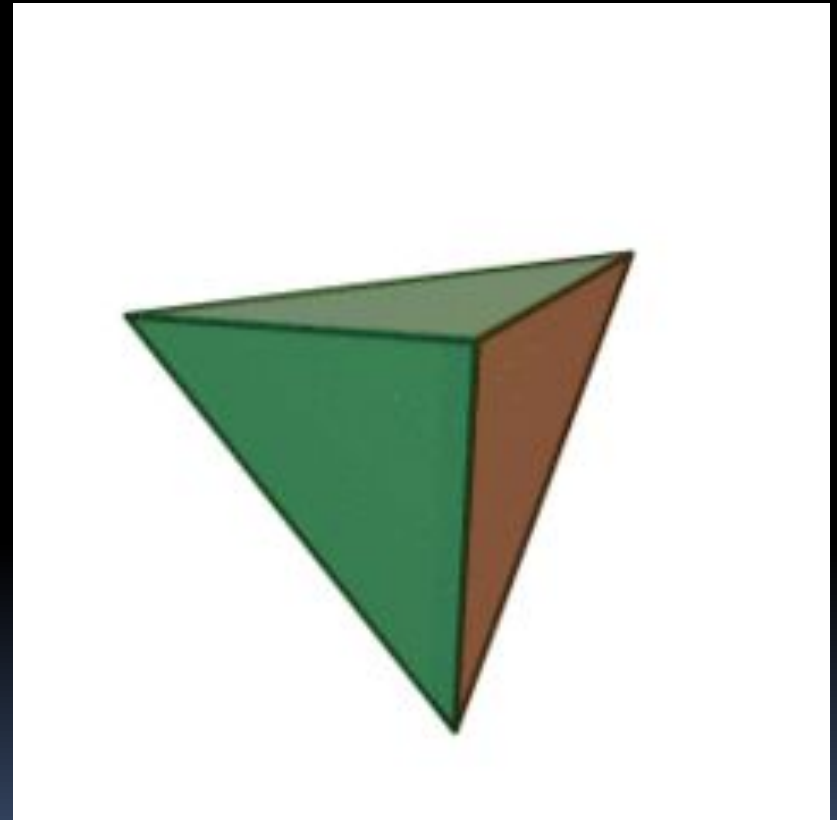


# Типы тетраэдров

- **Равногранный тетраэдр** – это тетраэдр, у которого все грани – равные между собой треугольники.
- **Ортоцентрический тетраэдр** – это тетраэдр, у которого все высоты, опущенные из вершин на противоположные грани, пересекаются в одной точке.
- **Прямоугольный тетраэдр** – это тетраэдр, у которого все ребра, прилежащие к одной из вершин, перпендикулярны между собой.
- **Правильный тетраэдр** – это тетраэдр, у которого все грани — равносторонние треугольники.
- **Соразмерный тетраэдр**, бивысоты которого равны.
- **Инцентрический тетраэдр** – это тетраэдр, у которого отрезки, соединяющие вершины тетраэдра с центрами окружностей, вписанных в противоположные грани, пересекаются в одной точке.

# Правильный тетраэдр

- Тетраэдр, все четыре грани которого — равные правильные треугольники, называется правильным тетраэдром .
- Правильный тетраэдр — это частный случай правильной треугольной пирамиды.



# Правильный тетраэдр

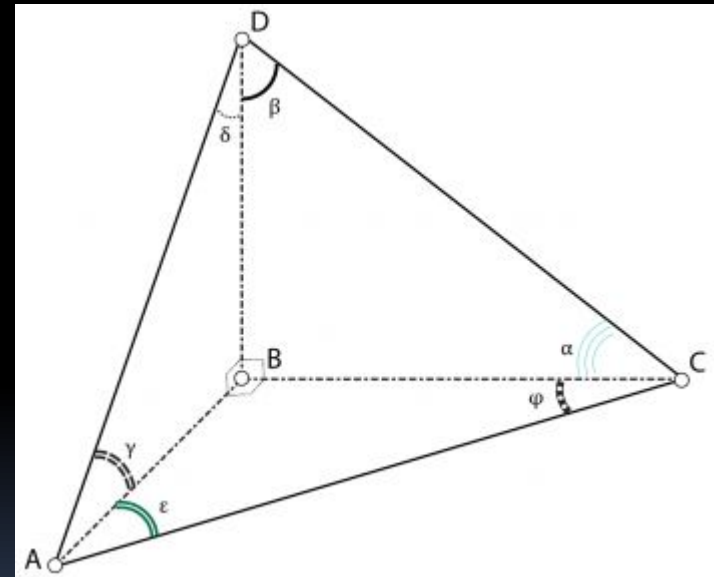
Все четыре грани правильного тетраэдра – правильные треугольники.

Если длину ребра правильного тетраэдра обозначить **a**, то можно вычислить:

Площадь полной поверхности	$\sqrt{3}a^2$	Радиус описанной сферы	$\frac{\sqrt{6}}{4}a$
Объем	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$	Угол наклона ребра	$\arctg\sqrt{2}$
Высоту	$\frac{\sqrt{6}}{3}a$	Угол наклона грани	$\arctg 2\sqrt{2}$
Радиус вписанной сферы	$\frac{\sqrt{6}}{12}a$	Телесный угол при вершине	$\arccos \frac{23}{27}$

# Прямоугольный тетраэдр

Тетраэдр, у которого в одной вершине сходятся три прямых угла называют прямоугольным. Такой тетраэдр можно получить, разрезав куб.



# Тетраэдры в живой природе

Некоторые плоды, находясь вчетвером на одной кисти, располагаются в вершинах тетраэдра, близкого к правильному. Такая конструкция обусловлена тем, что центры четырёх одинаковых шаров, касающихся друг друга, находятся в вершинах правильного тетраэдра. Поэтому похожие на шар плоды образуют подобное взаимное расположение. Например, таким образом могут располагаться грецкие орехи.



# Тетраэдры в строительстве

Тетраэдр образует жёсткую, статически определимую конструкцию. Тетраэдр, выполненный из стержней, часто используется в качестве основы для пространственных несущих конструкций пролётов зданий, перекрытий, балок, ферм, мостов и т. д. Стержни испытывают только продольные нагрузки.



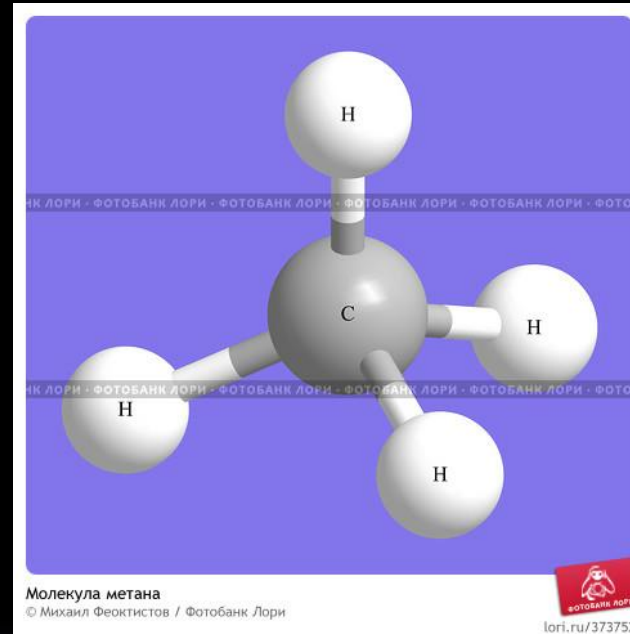
# Тетраэдр в оптике

Прямоугольный тетраэдр используется в оптике. Если грани, имеющие прямой угол, покрыть светоотражающим составом или весь тетраэдр выполнить из материала с сильным светопреломлением, чтобы возникал эффект полного внутреннего отражения, то свет, направленный в грань, противоположную вершине с прямыми углами, будет отражаться в том же направлении, откуда он пришёл. Это свойство используется для создания уголковых отражателей, катафотов.



# Тетраэдры в микромире

- Молекула метана  $\text{CH}_4$
- Молекула аммиака  $\text{NH}_3$
- Алмаз  $\text{C}$  — тетраэдр с ребром равным 2,5220 ангстрем
- Флюорит  $\text{CaF}_2$ , тетраэдр с ребром равным 3,8626 ангстрем
- Сфалерит,  $\text{ZnS}$ , тетраэдр с ребром равным 3,823 ангстрем
- Комплексные ионы  $[\text{BF}_4]^-$ ,  $[\text{ZnCl}_4]^{2-}$ ,  $[\text{Hg}(\text{CN})_4]^{2-}$ ,  $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$
- Силикаты, в основе структур которых лежит кремнекислородный тетраэдр  $[\text{SiO}_4]^{4-}$





# Тетраэдры в производстве

Форму тетраэдра нельзя назвать удобной, но и у нее есть применение, например, при изготовлении пакетов для молока. Оказалось, что на конвейере удобно склеивать подобные тетраэдры, отрезая заготовки для них от картонного “шланга”.

