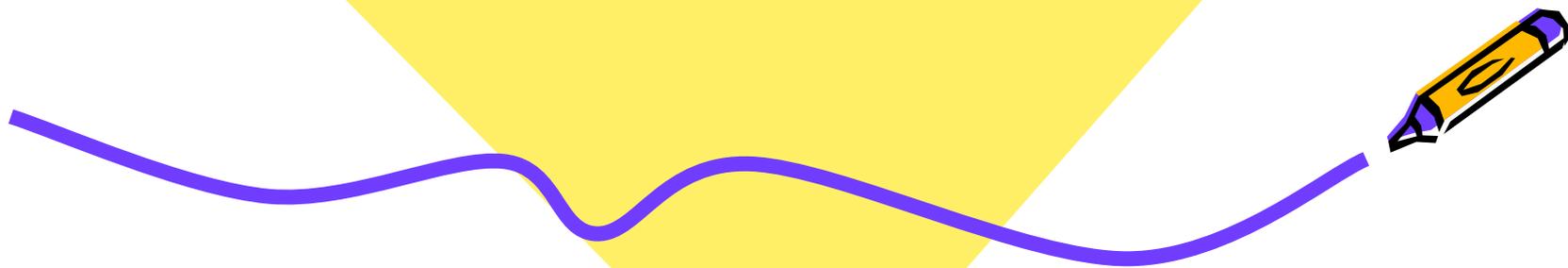




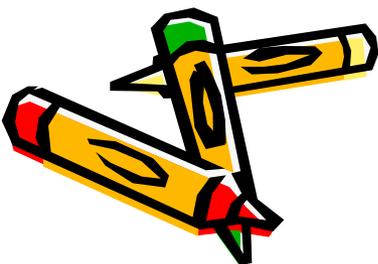
Геометрия



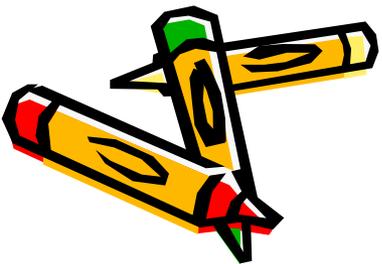
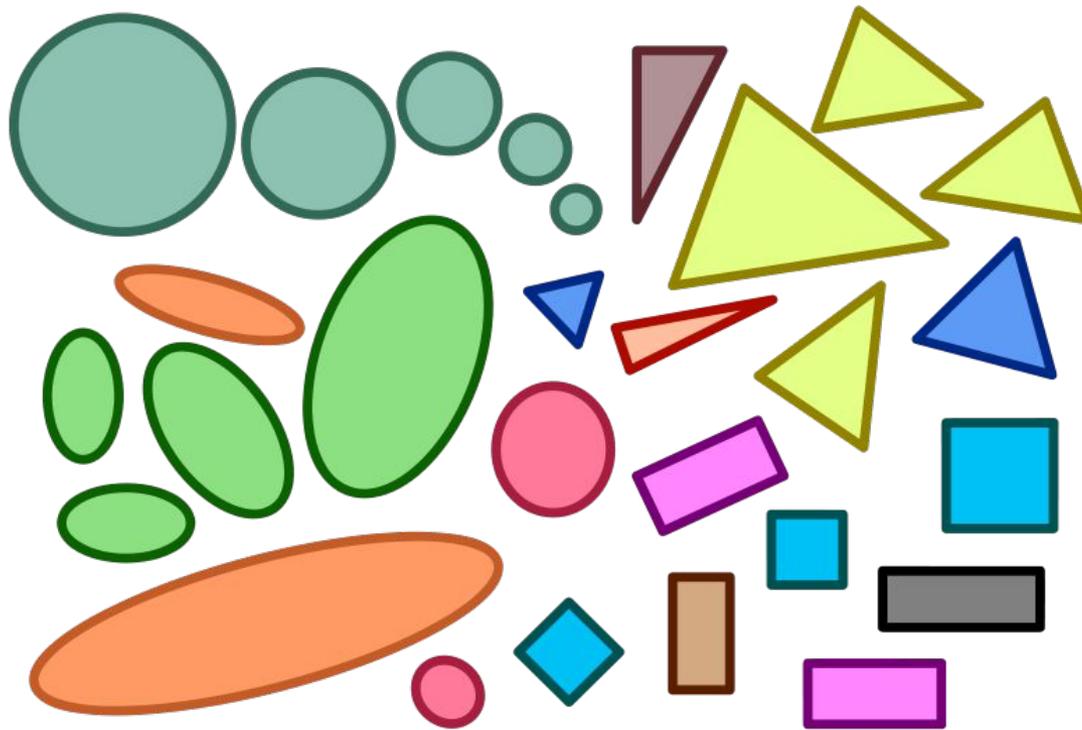
Планиметрия и  
стереометрия



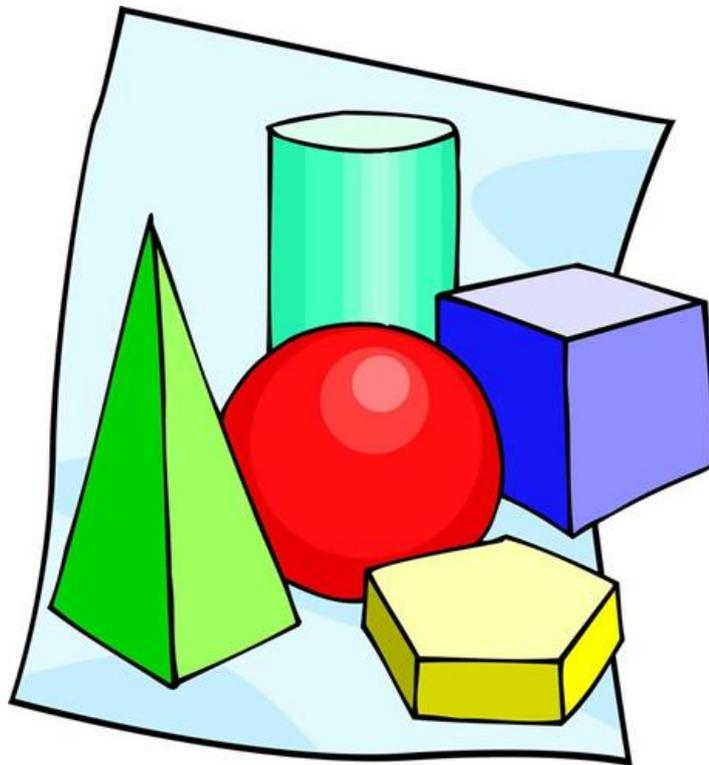
**ГЕОМЕТРИЯ**, раздел математики,  
занимающийся изучением свойств различных  
фигур, их размеров и взаимного расположения.  
Для удобства преподавания геометрию  
подразделяют на планиметрию и стереометрию.



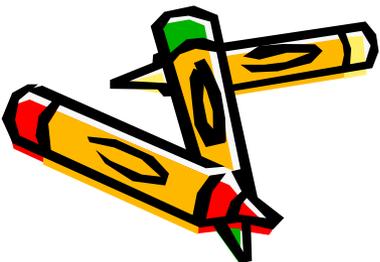
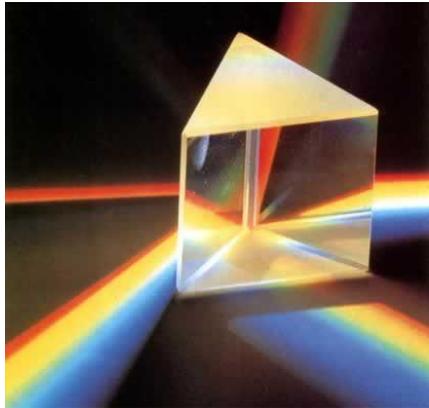
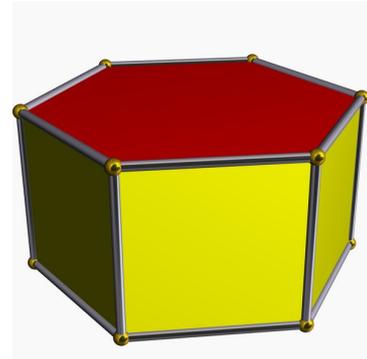
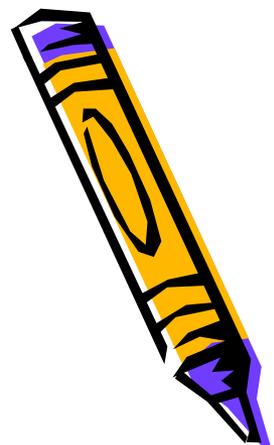
В планиметрии рассматриваются  
фигуры на плоскости



В стереометрии изучаются  
пространственные фигуры



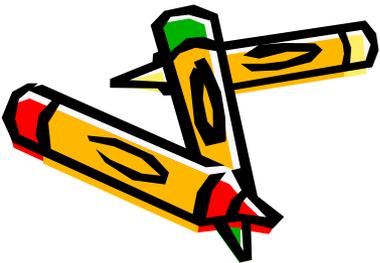
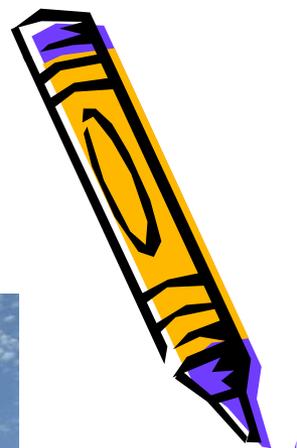
# Призма



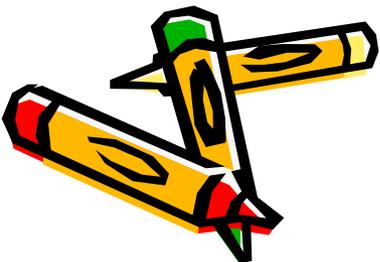
# Цилиндр



# Пирамида

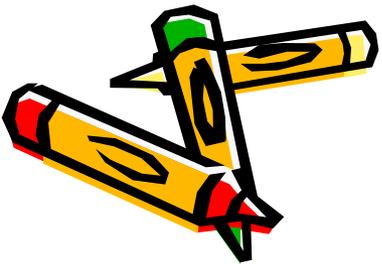
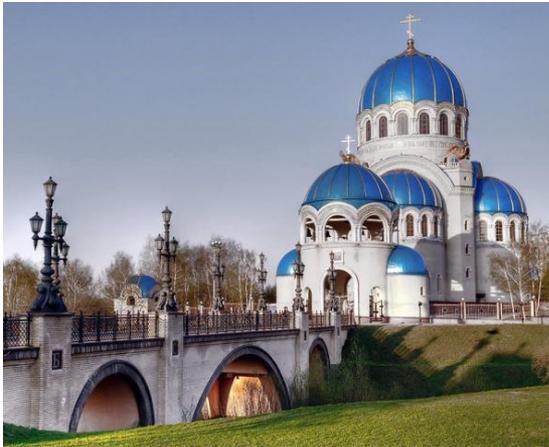
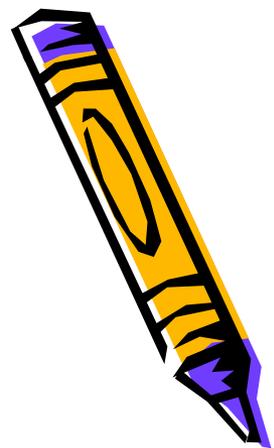


КОНУС



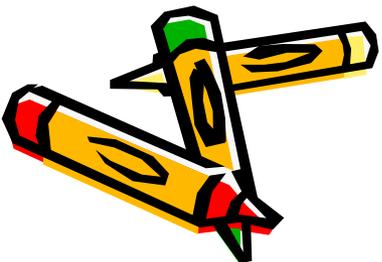
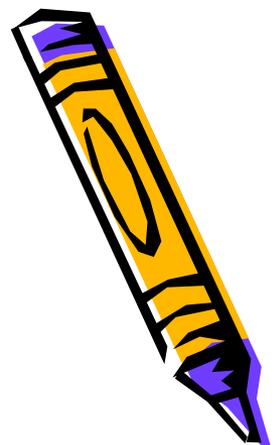


Шар





Top



# Аксиоматический метод

Аксиоматический метод появился в Древней Греции, а сейчас применяется во всех теоретических науках, прежде всего в математике.

Аксиоматический метод построения научной теории заключается в следующем:  
выделяются  
основные понятия, формулируются  
аксиомы, а все остальные утверждения  
выводятся логическим путём, опираясь на  
них.



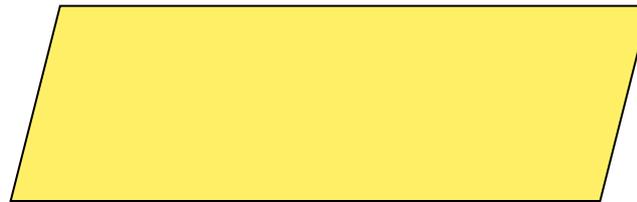
Основные понятия - это понятия,  
которым не даются определения

Точка •

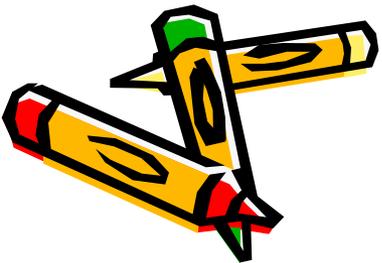
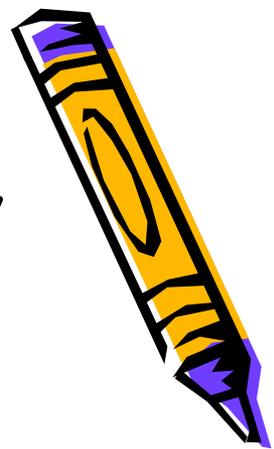
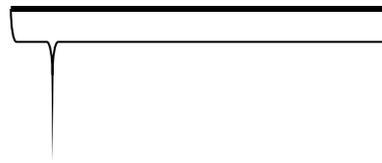
Прямая



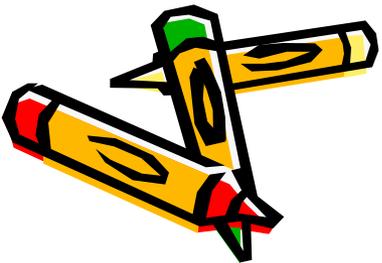
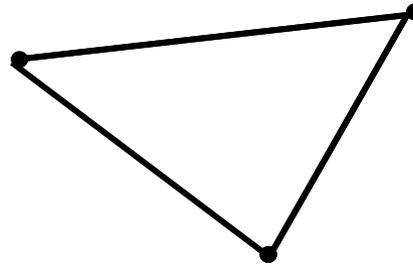
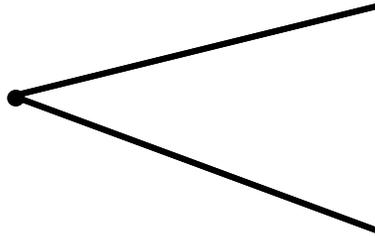
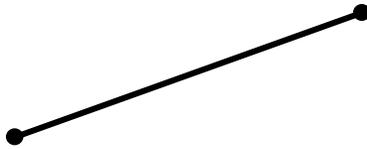
Плоскость



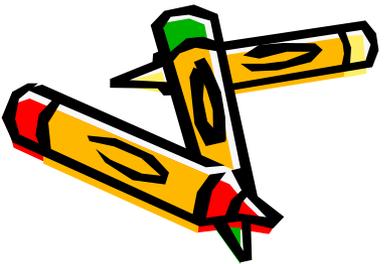
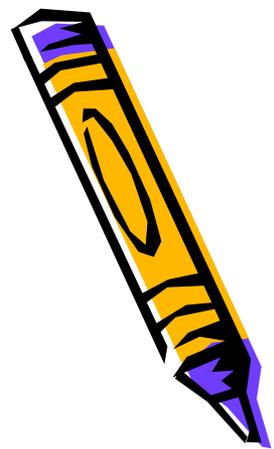
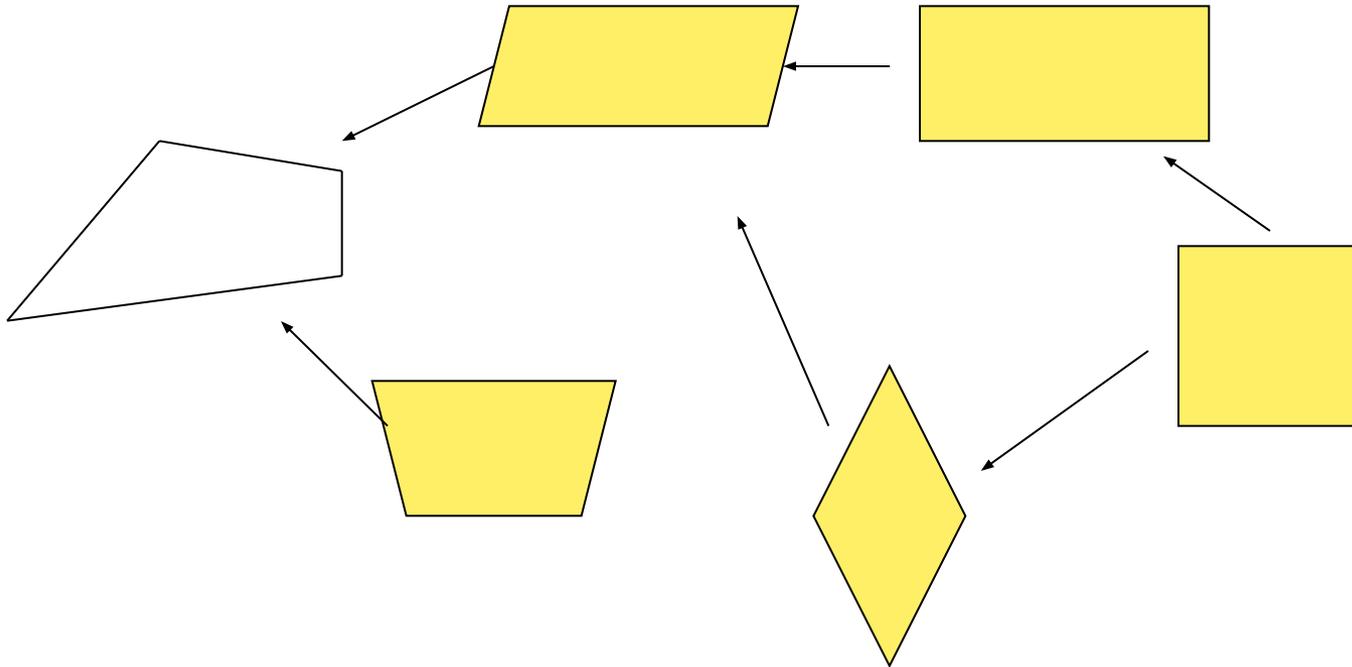
Расстояние



# Геометрические понятия

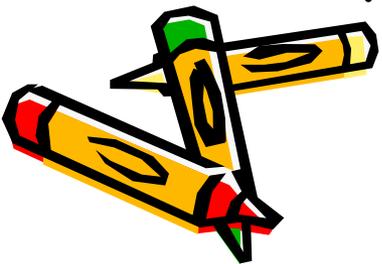
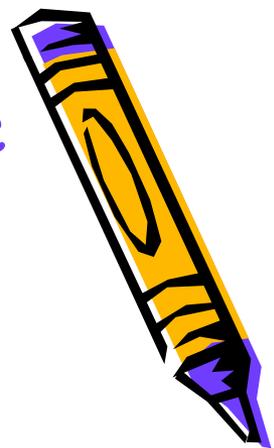


# Геометрические понятия

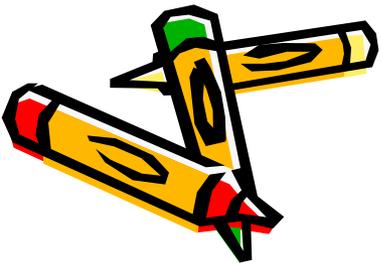
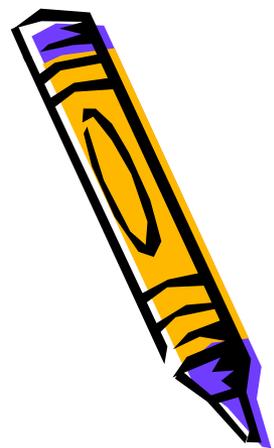
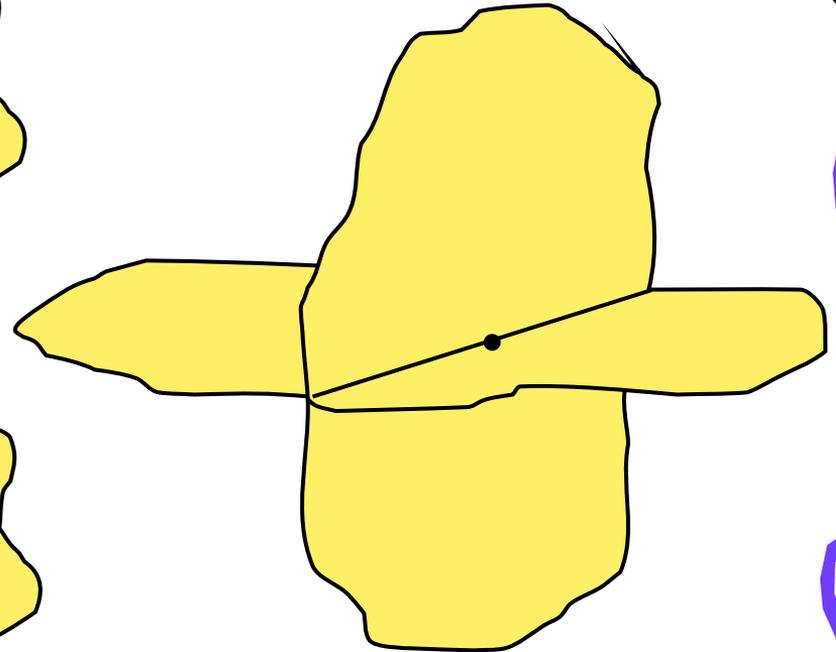
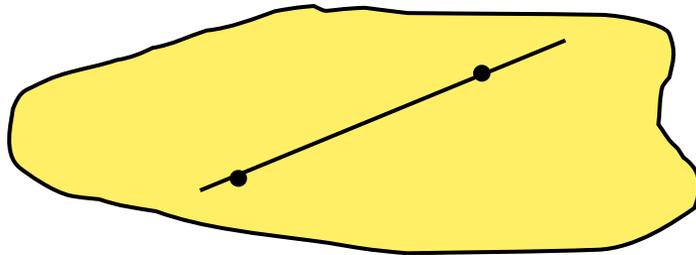
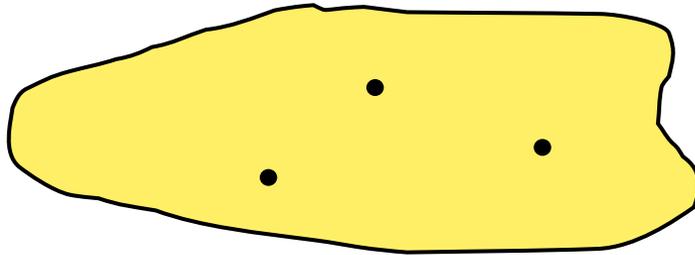


Аксиомы - это утверждения, которые принимаются без доказательств

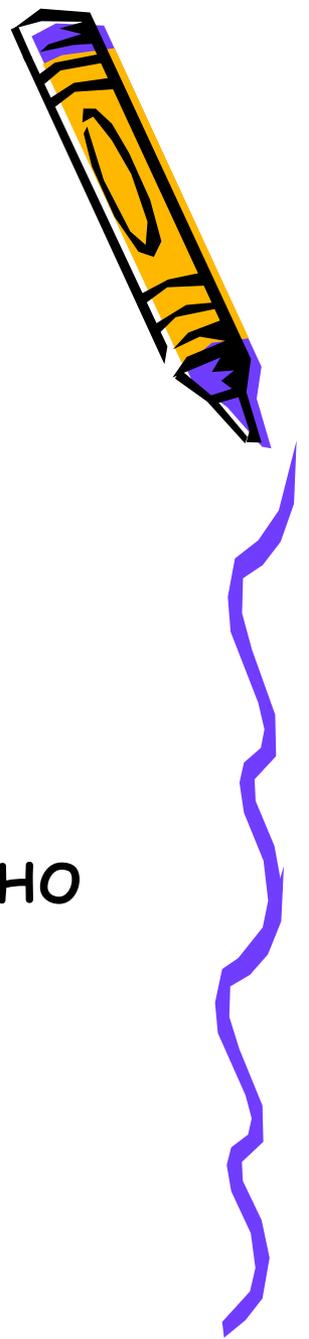
- Через любые две точки проходит единственная прямая.
- Через любые три точки, не принадлежащие одной прямой проходит единственная плоскость.
- Если две точки прямой лежат на плоскости, то все точки данной прямой лежат в этой плоскости.
- Если две различные плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую.



# Аксиомы стереометрии



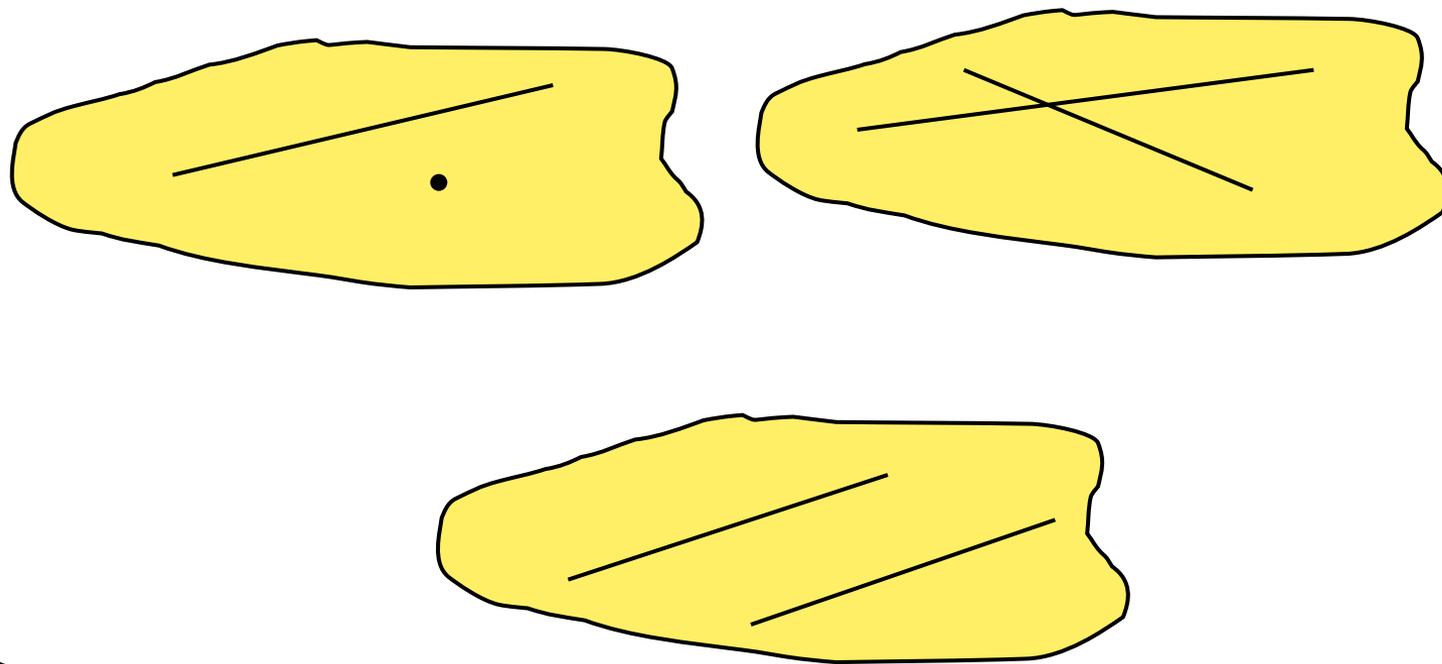
# Следствия из аксиом стереометрии



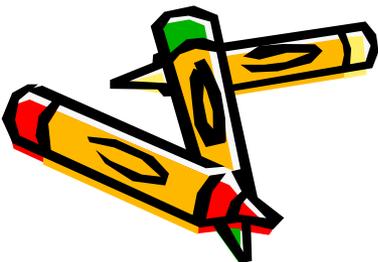
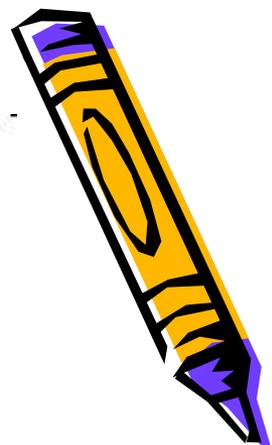
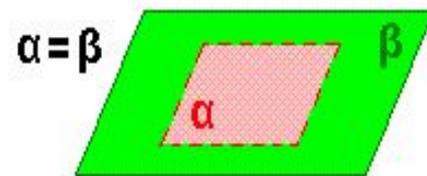
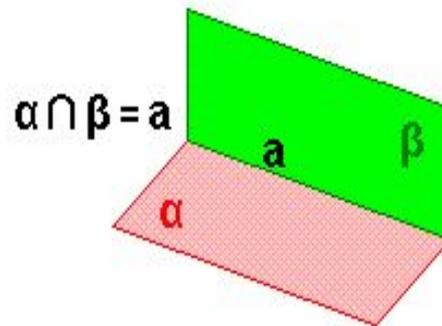
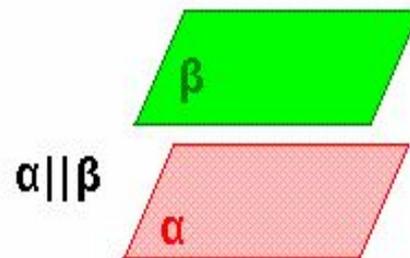
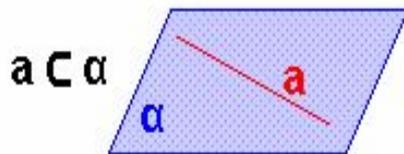
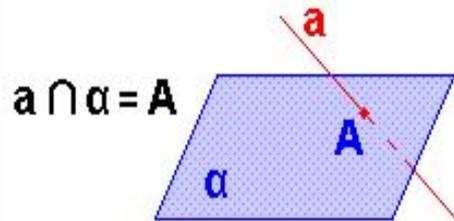
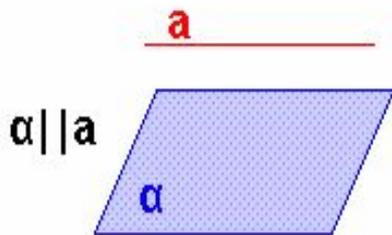
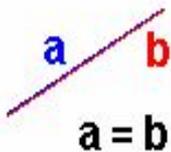
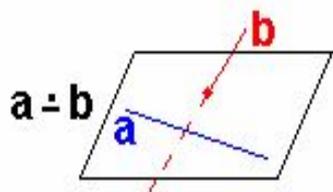
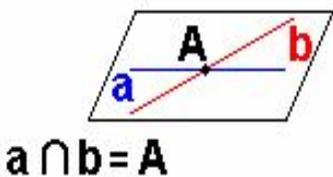
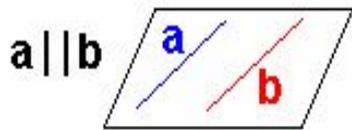
- Через прямую и точку вне ее можно провести плоскость, и притом только одну.
- Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и притом только одну.
- Через две параллельные прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



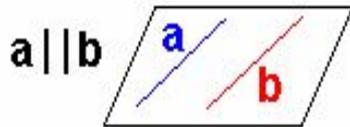
# Следствия из аксиом стереометрии



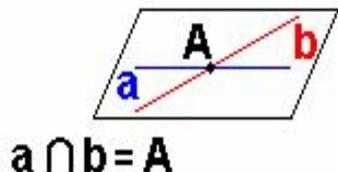
# Взаимное расположение прямых и плоскостей



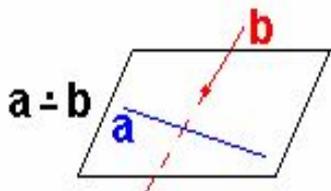
## Взаимное расположение прямых и плоскостей



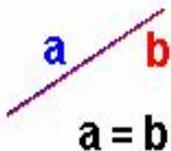
Прямые, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются называются параллельными.



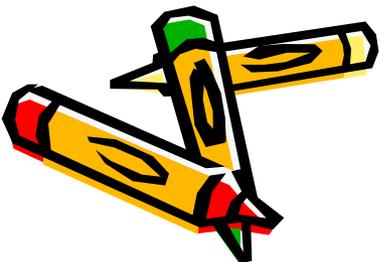
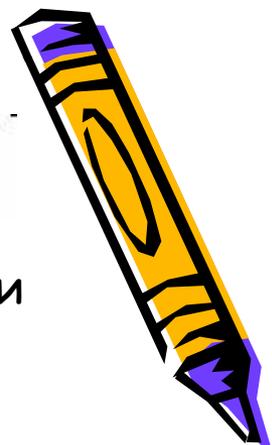
Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку.



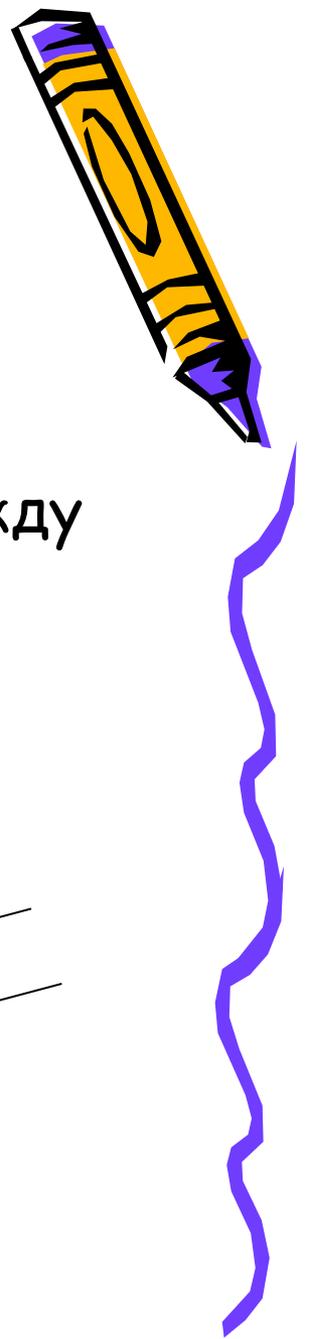
Две прямые, не лежащие в одной плоскости, называются скрещивающимися.



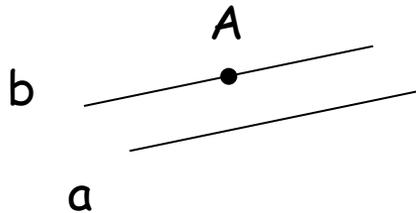
Совпадающие прямые считаются параллельными.



# Свойства параллельных прямых

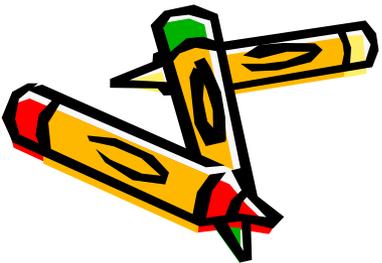
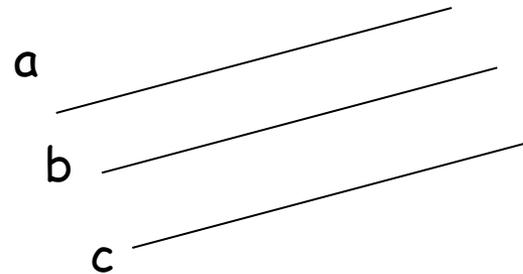


- Через каждую точку пространства не лежащую на данной прямой можно провести только одну прямую параллельную данной.

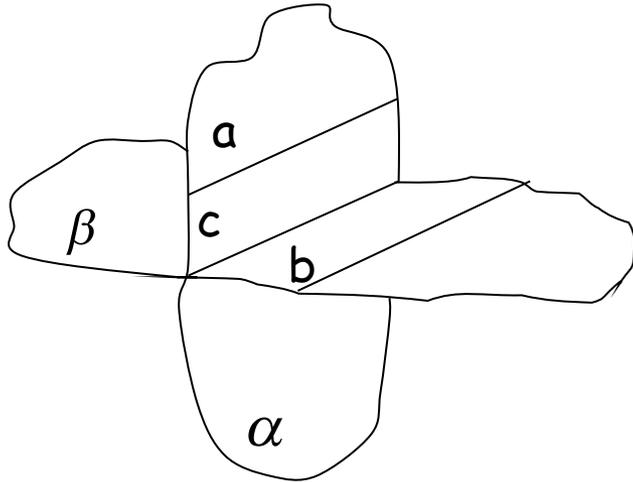


- Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны между собой.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$



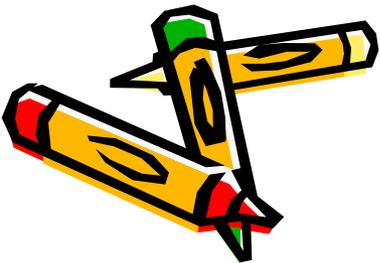
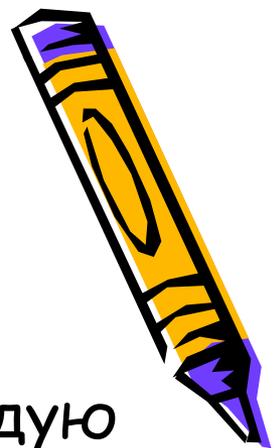
# Свойства параллельных прямых



$$a \parallel b, a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \cap \beta = c$$

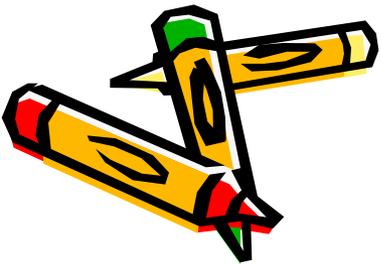
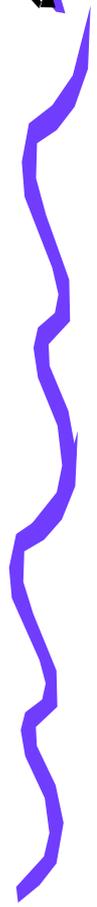
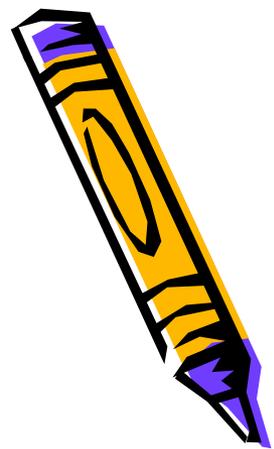
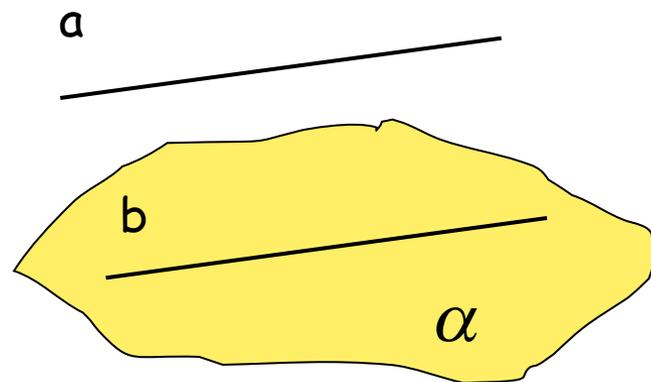
$$\Rightarrow c \parallel a, c \parallel b$$

Если через каждую из двух параллельных прямых провести плоскости и эти плоскости пересекаются, то линия пересечения плоскостей параллельна каждой из этих прямых.

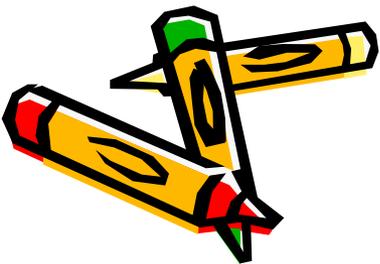
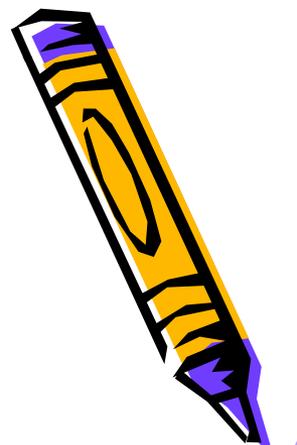
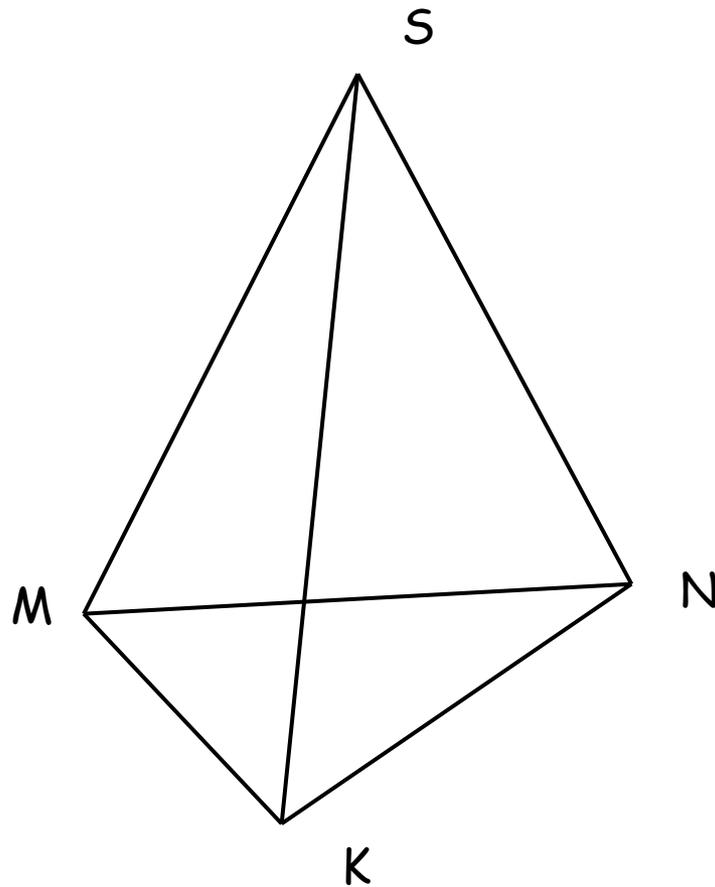
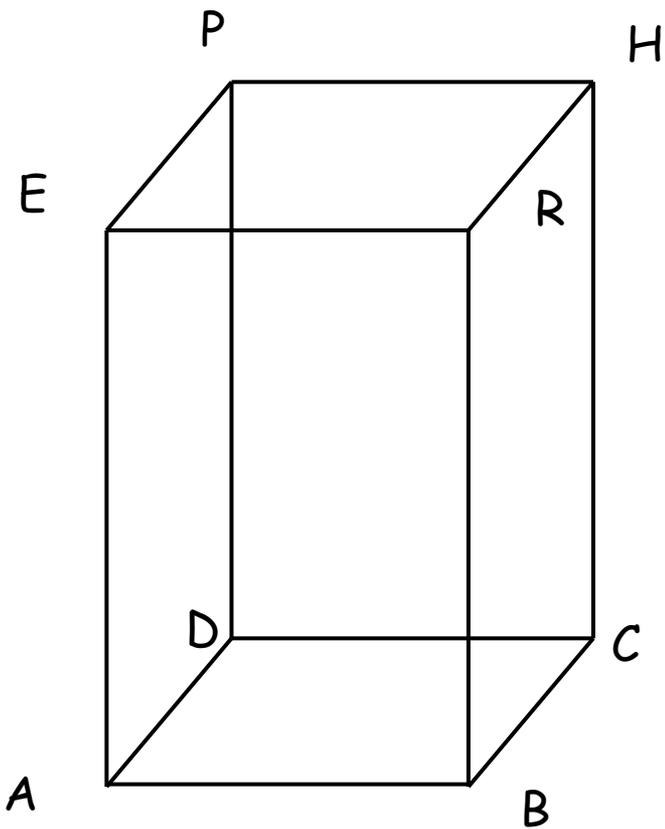


# Признак параллельности прямой и плоскости

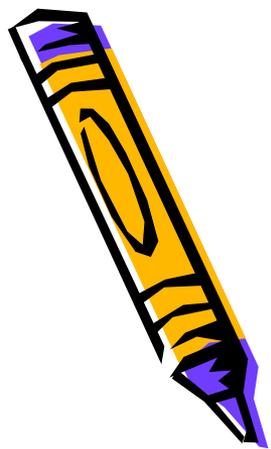
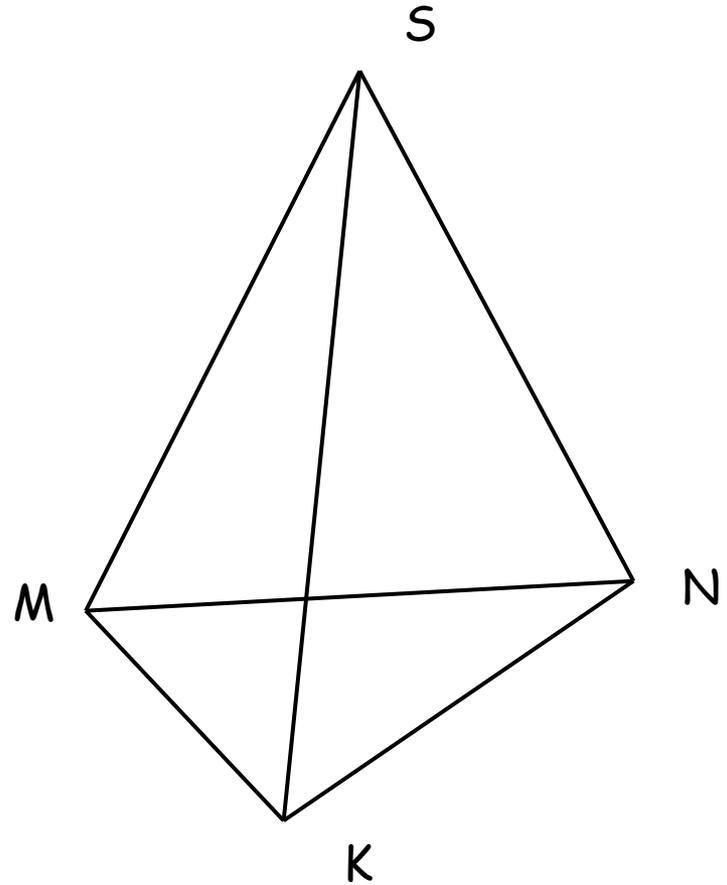
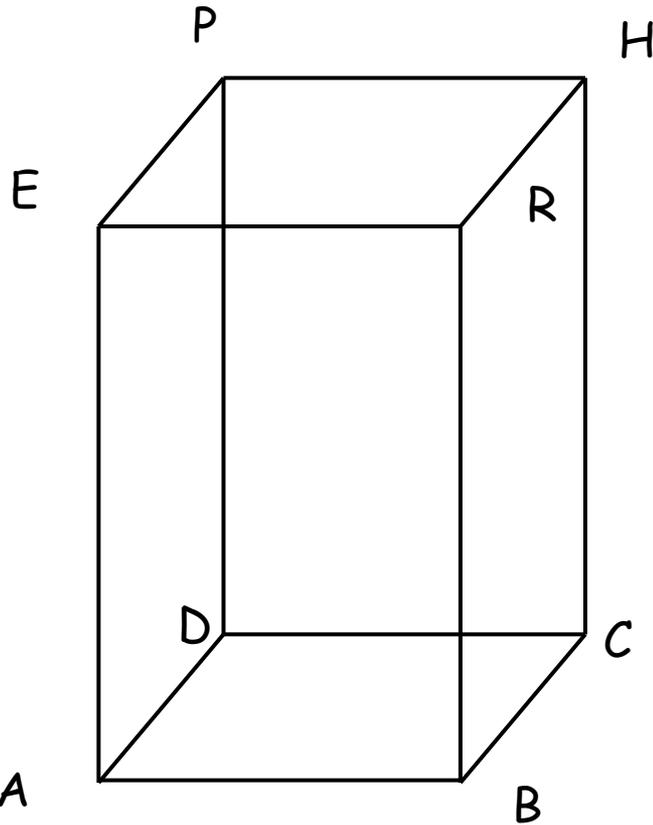
Для того чтобы прямая была параллельна данной плоскости необходимо и достаточно, чтобы эта прямая была параллельна некоторой прямой, лежащей в плоскости.



Назовите пары параллельных прямых



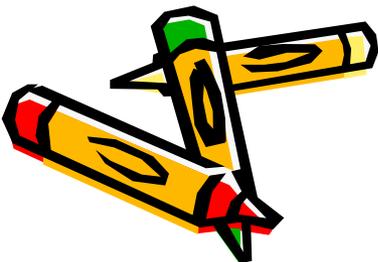
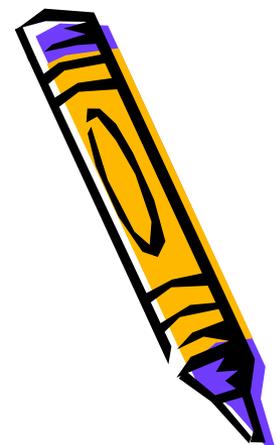
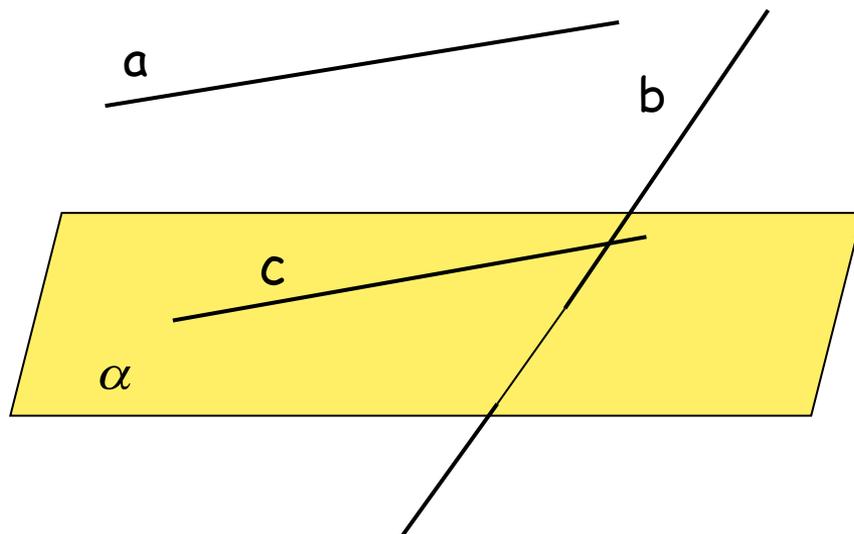
Назовите пары  
скрещивающихся прямых



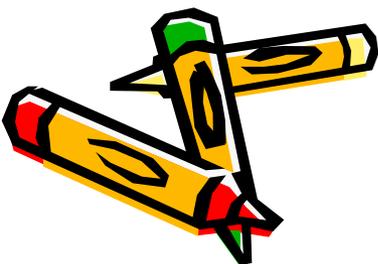
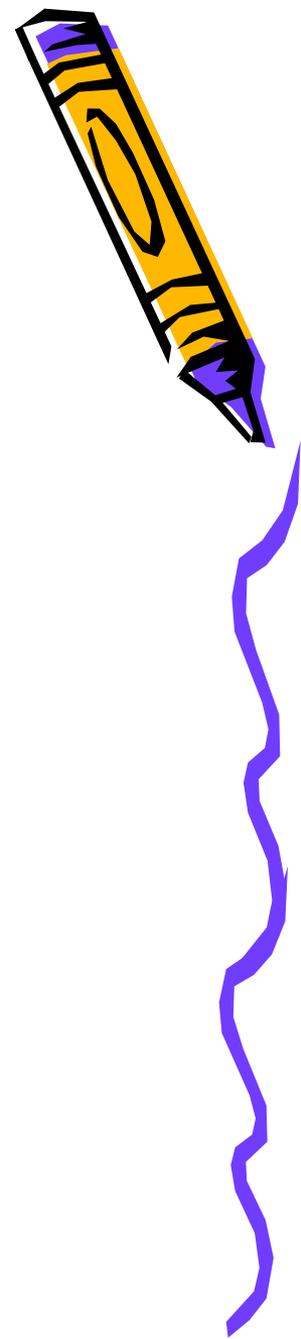
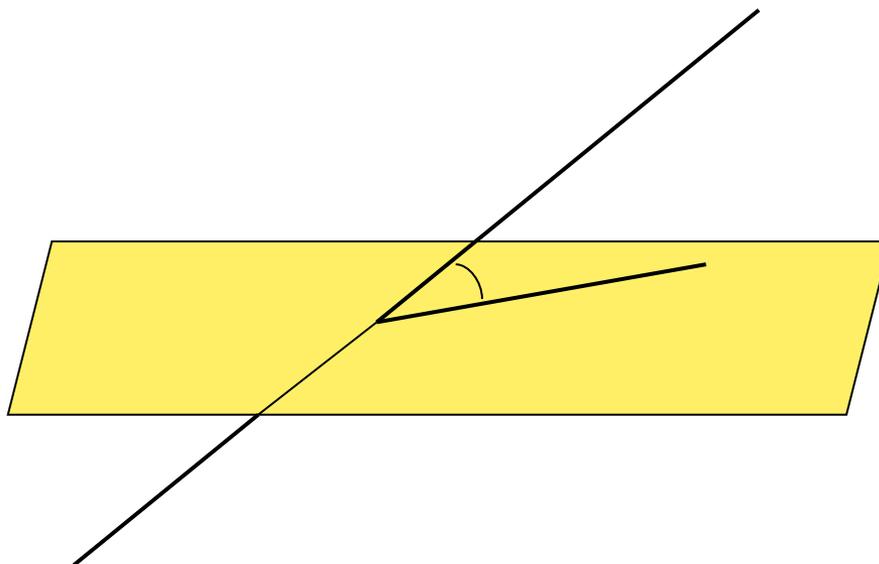
Прямая и плоскость в пространстве могут:

- а) не иметь общих точек;
- б) иметь ровно одну общую точку;
- в) прямая может лежать в плоскости.

$$a \parallel \alpha, b \cap \alpha, c \parallel \alpha,$$

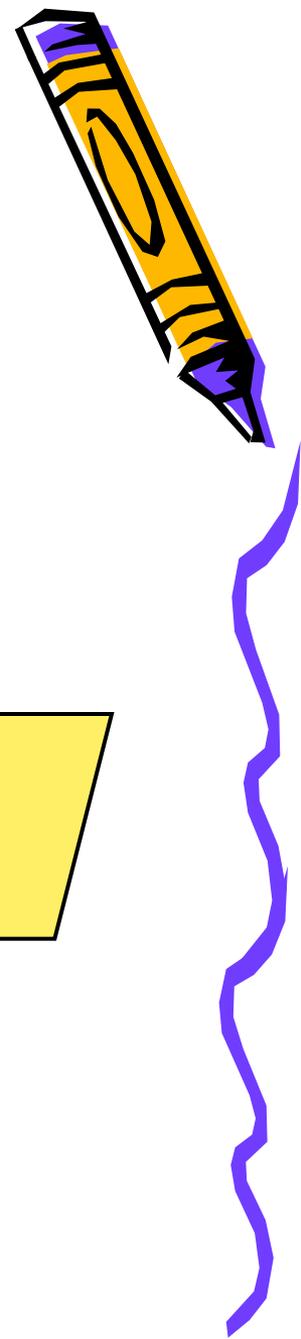
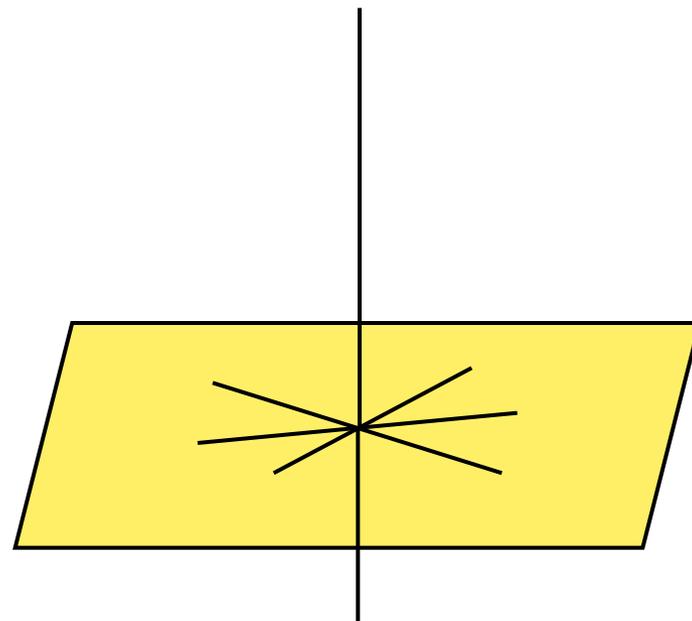


Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией. Если прямая параллельна плоскости, то угол между ней и плоскостью считается равным нулю. Если прямая перпендикулярна плоскости, то угол между прямой и плоскостью, равен  $90^\circ$ .



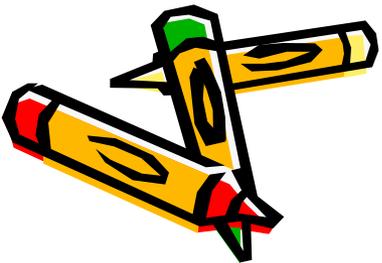
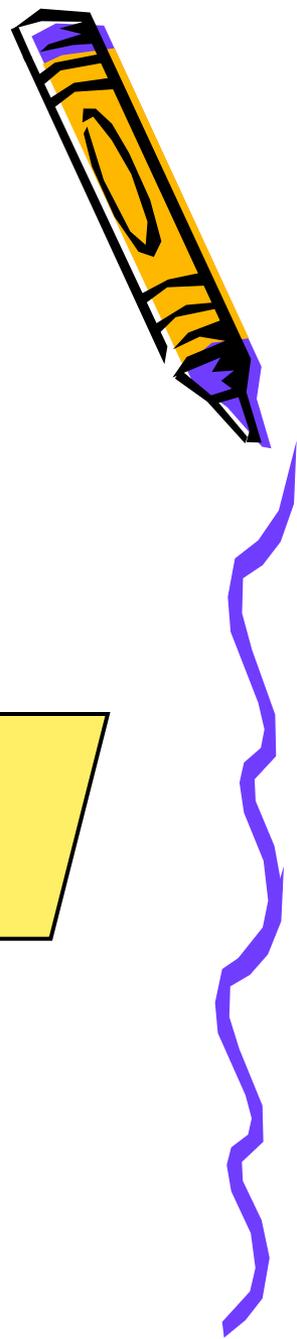
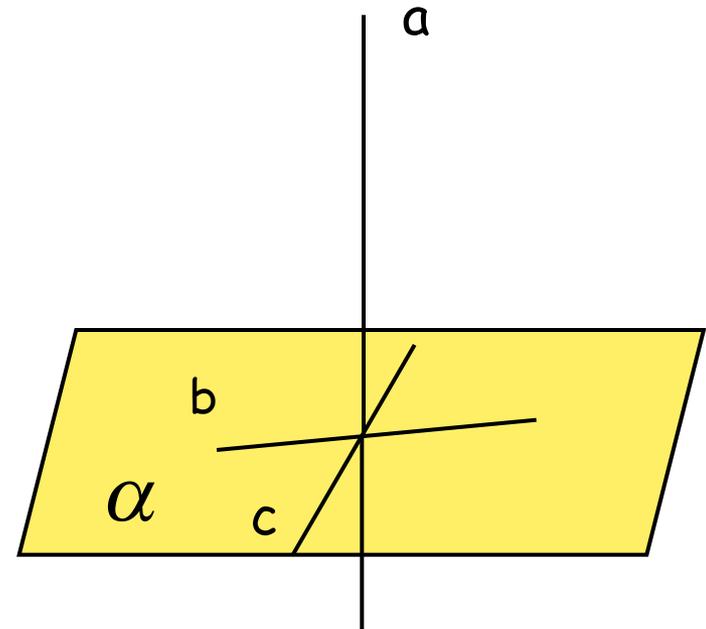
# Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна каждой прямой, которая лежит в данной плоскости.

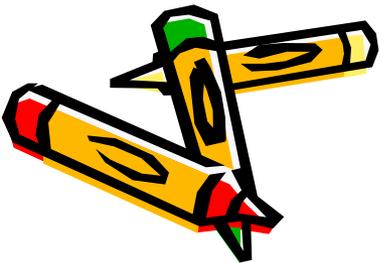
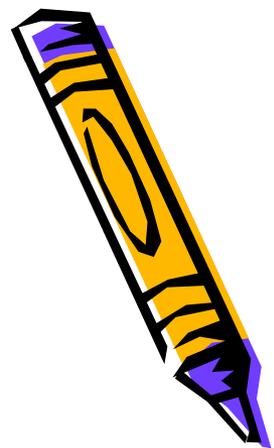
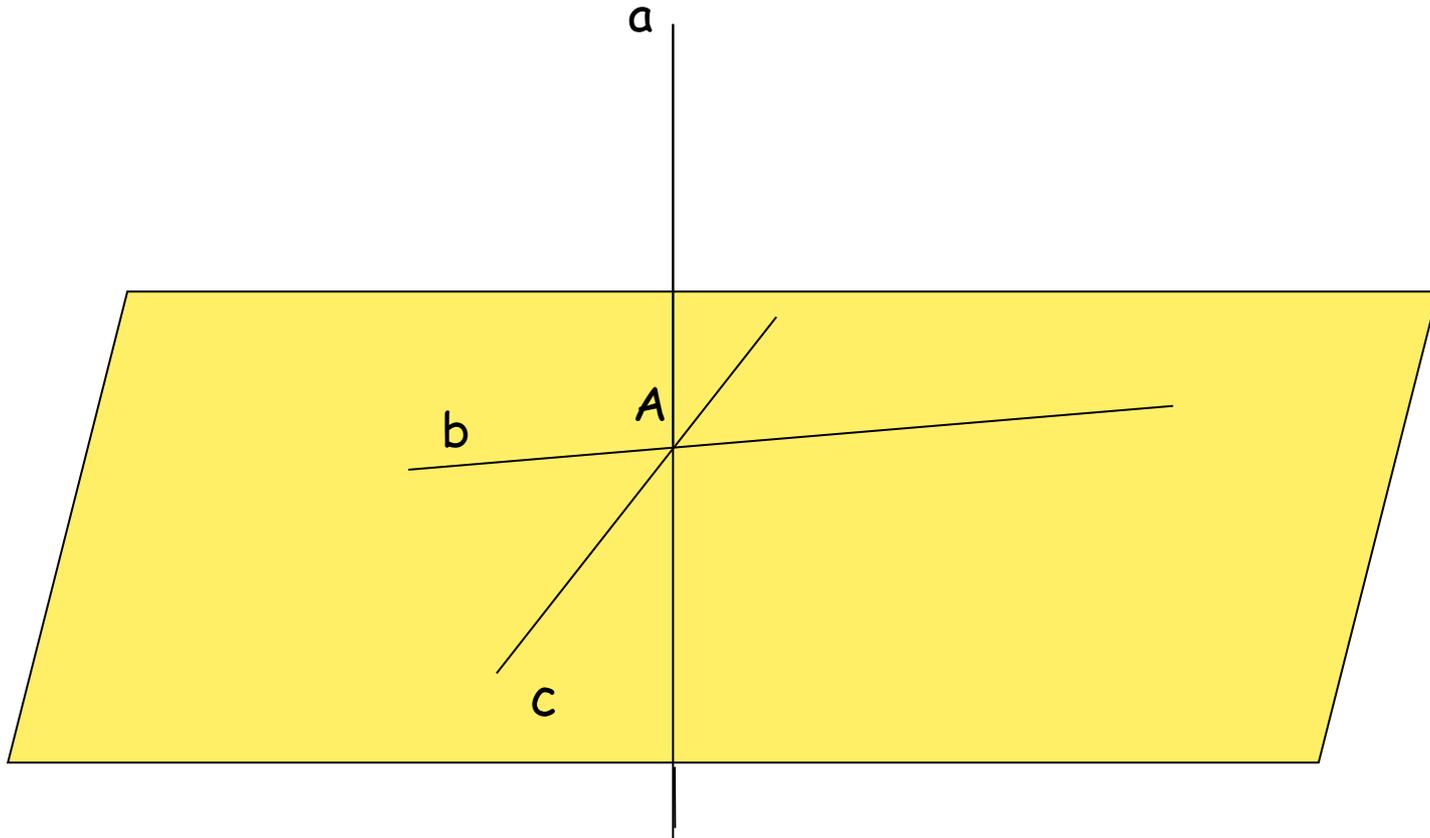


# Признак перпендикулярности прямой и плоскости

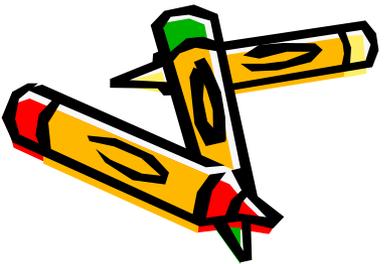
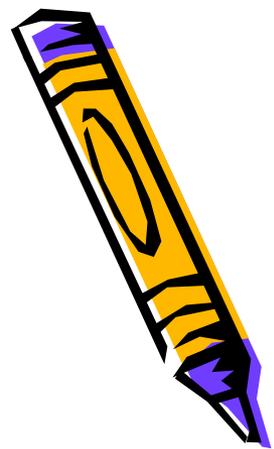
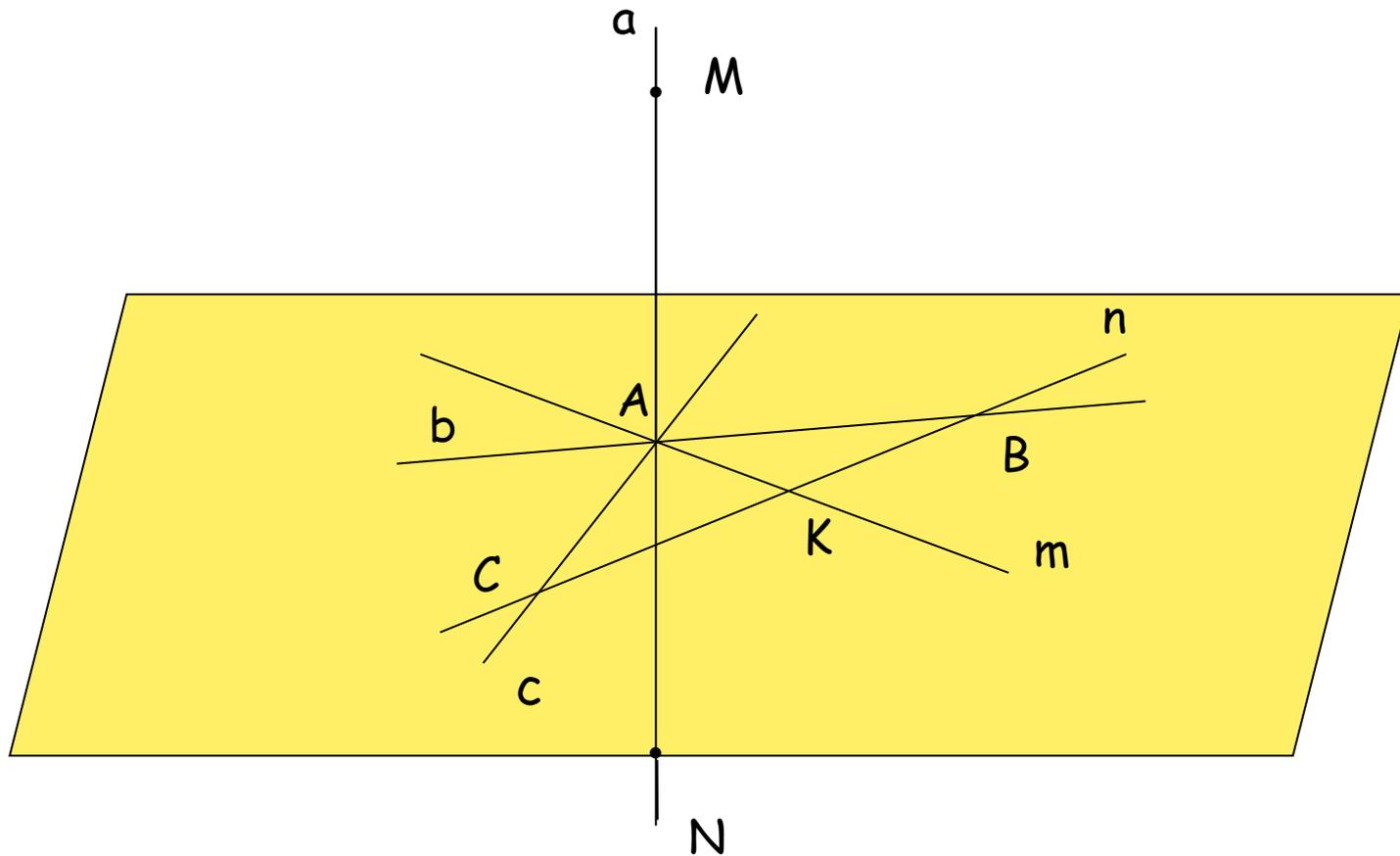
Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.



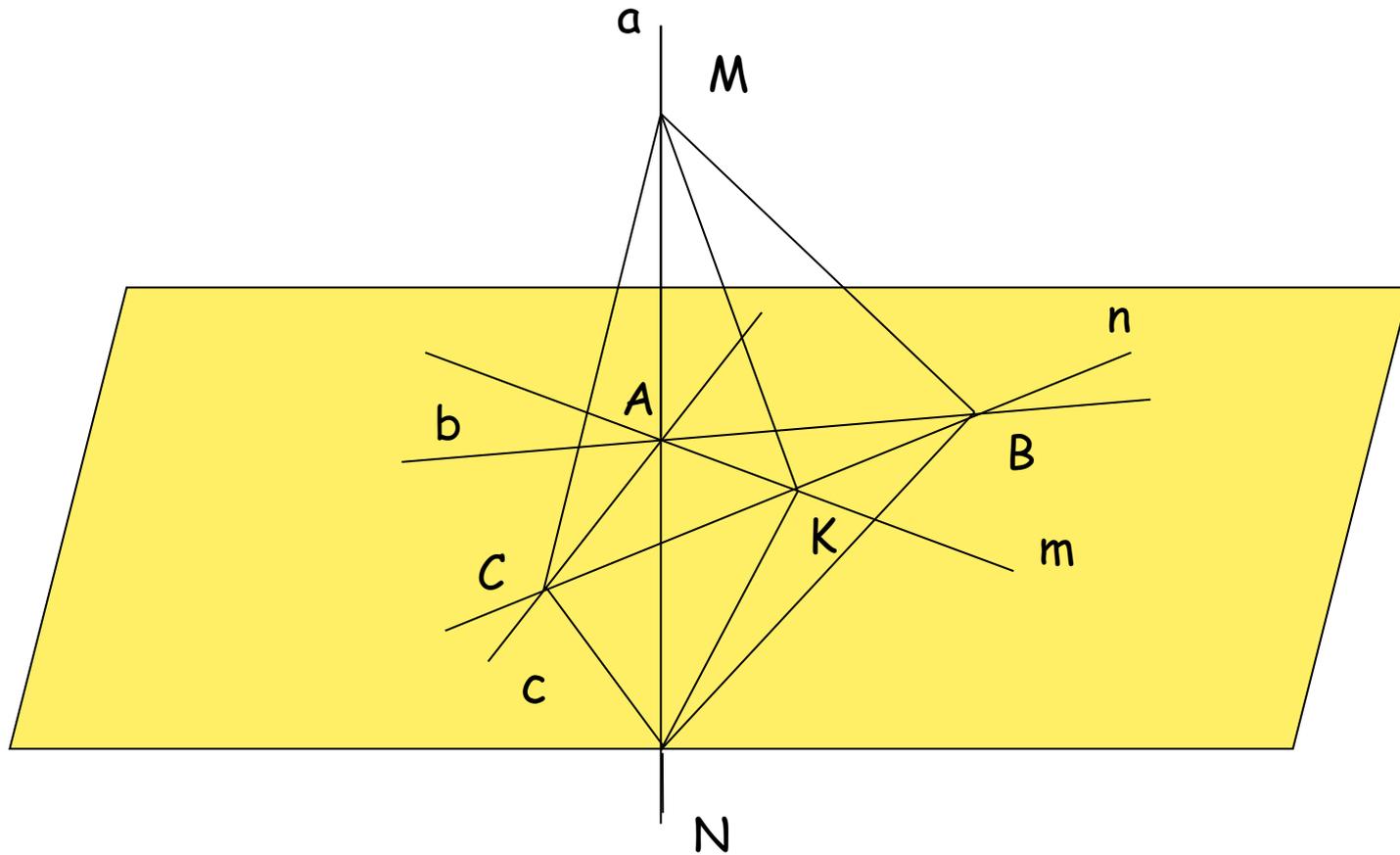
# Доказательство

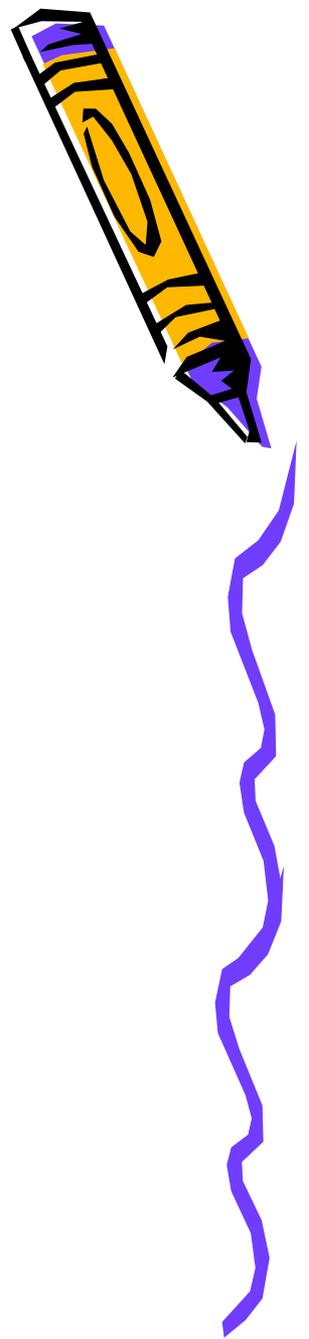


# Доказательство



# Доказательство

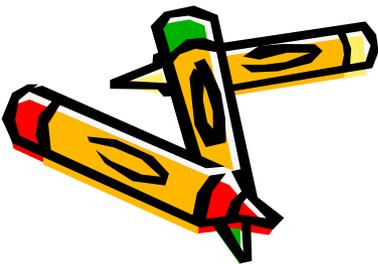
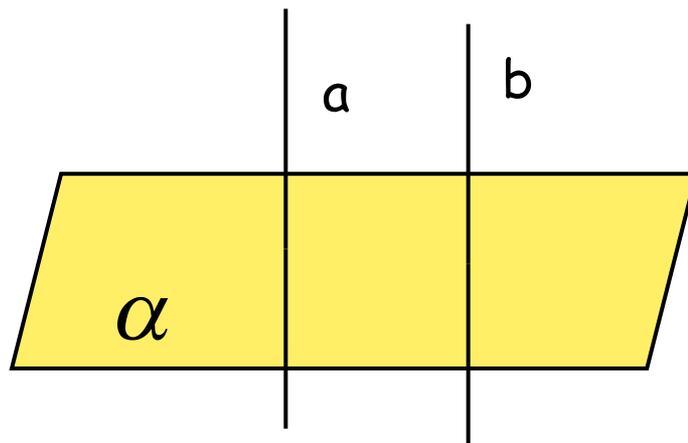




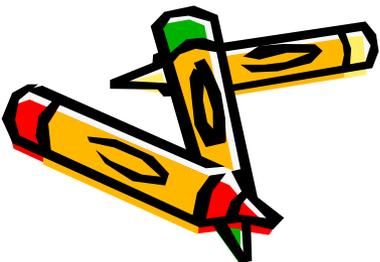
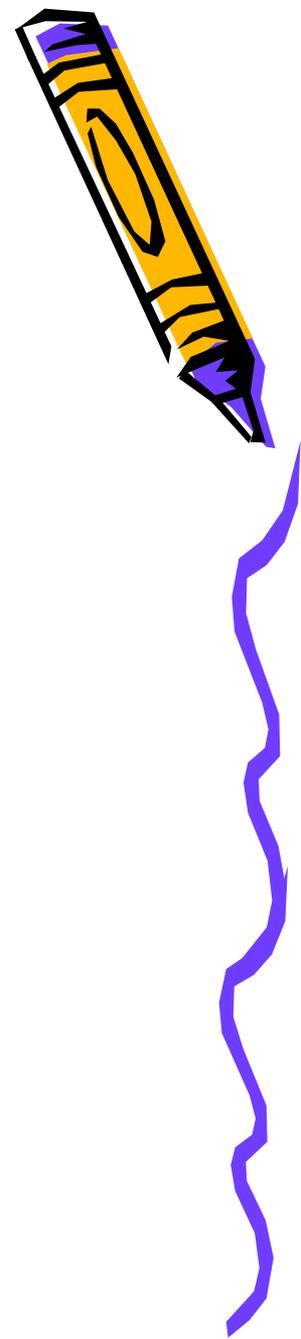
## Свойства перпендикулярности прямой и плоскости

Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.



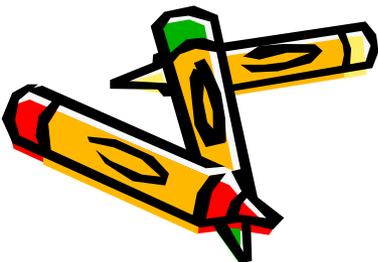
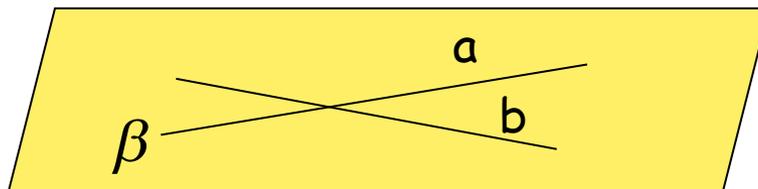
Две плоскости называются  
параллельными, если они не имеют  
общих точек.



## Свойства и признаки

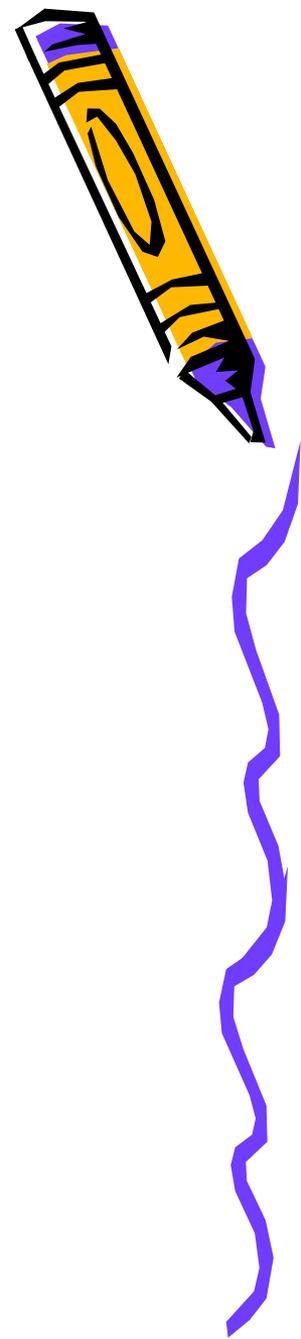
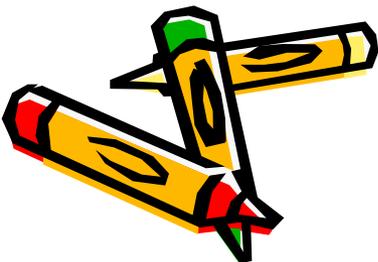
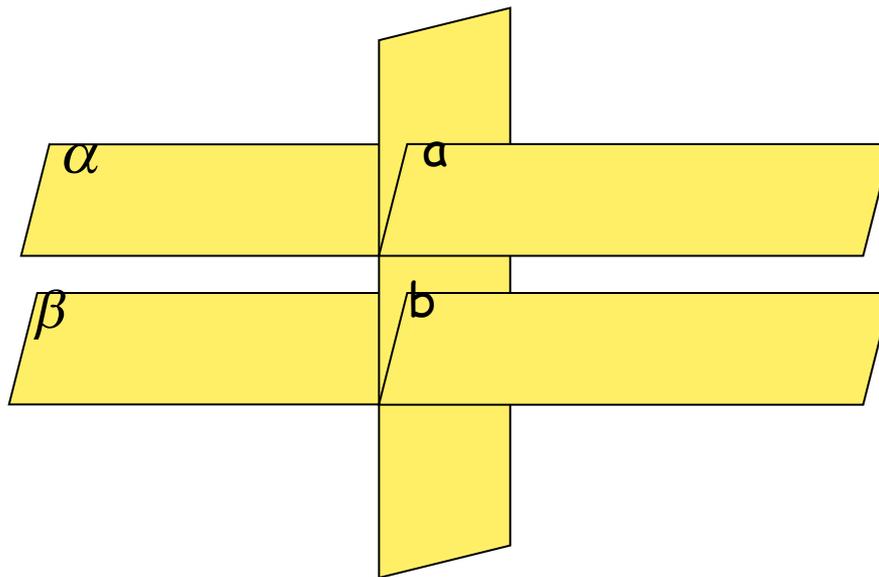
**параллельных плоскостей**  
Если плоскость параллельна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в другой плоскости, то эти плоскости параллельны

$$\alpha \parallel a, \quad \alpha \parallel b, \quad a \cap b \in \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$



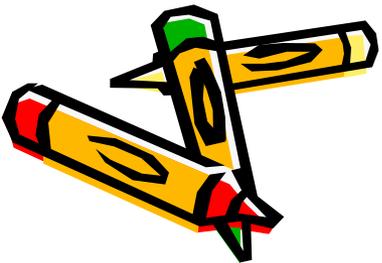
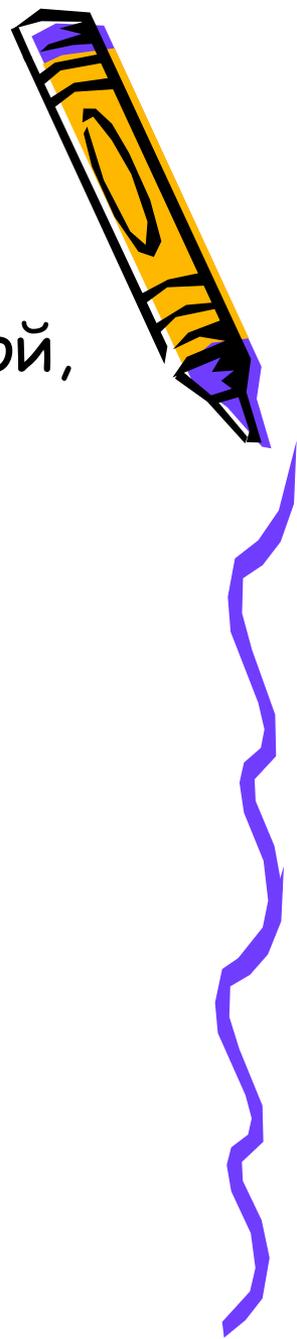
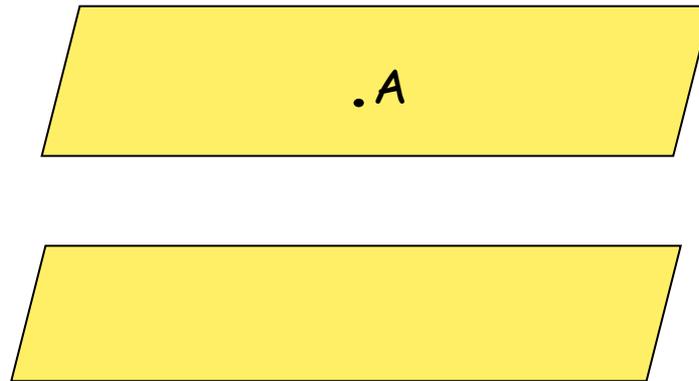
**Свойства и признаки  
параллельных плоскостей**  
Если две параллельные плоскости  
пересечены третьей, то линии их  
пересечения параллельны

$$\alpha \parallel \beta, \gamma \cap \alpha, \gamma \cap \beta \Rightarrow a \parallel b$$



# Свойства и признаки параллельных плоскостей

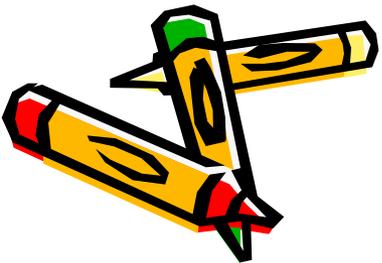
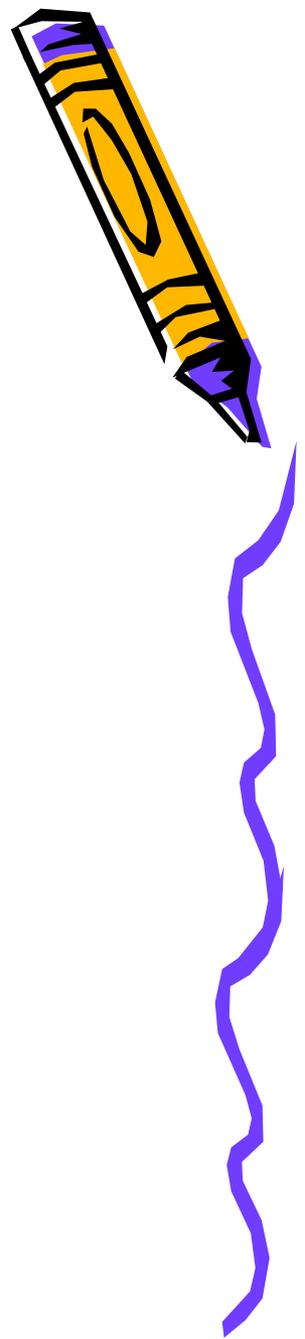
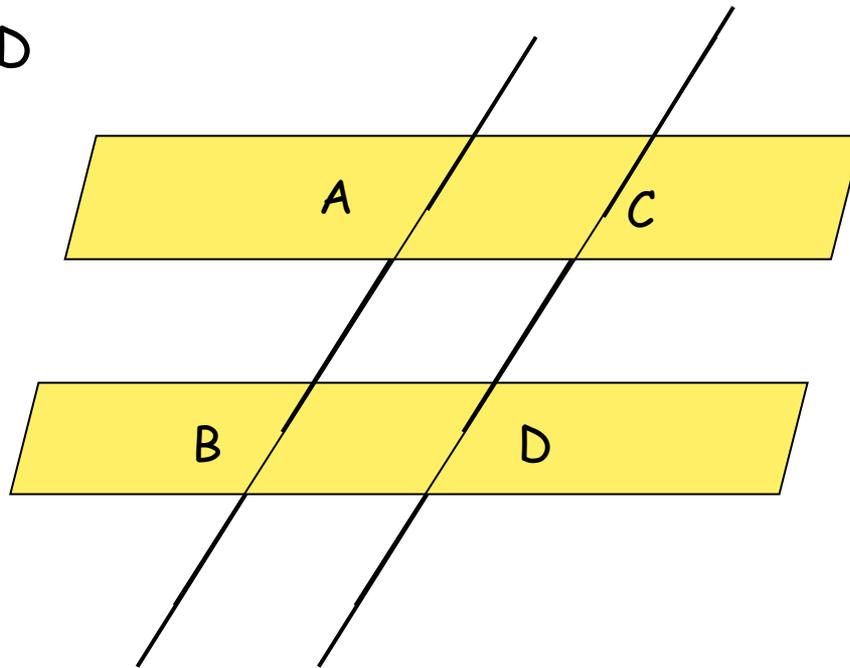
Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну



# Свойства и признаки параллельных плоскостей

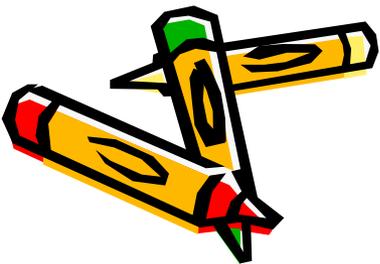
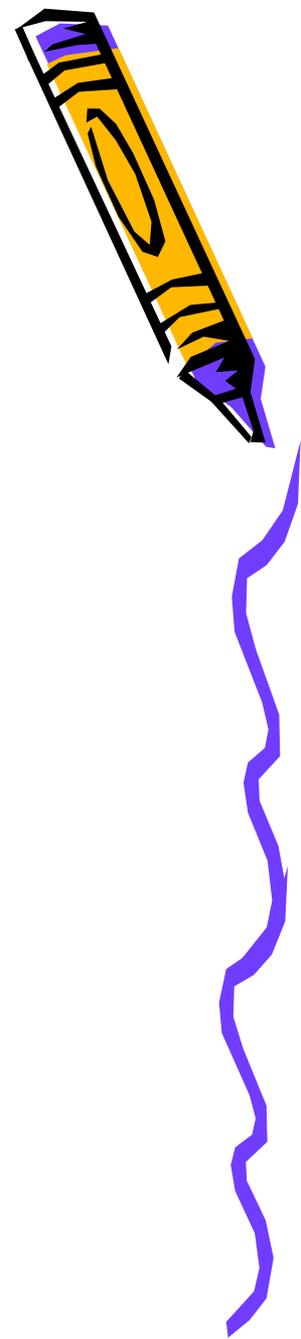
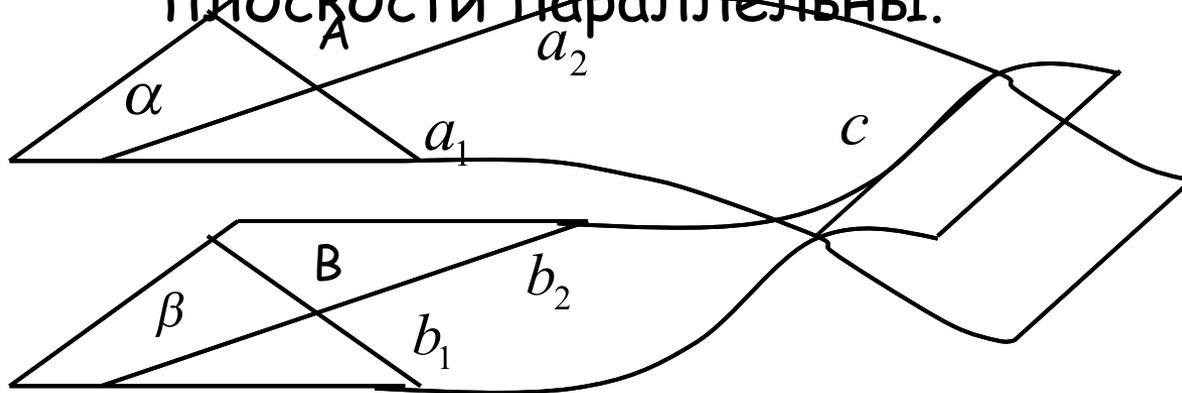
Отрезки параллельных прямых,  
ограниченные двумя параллельными  
плоскостями, равны.

$$AB=CD$$



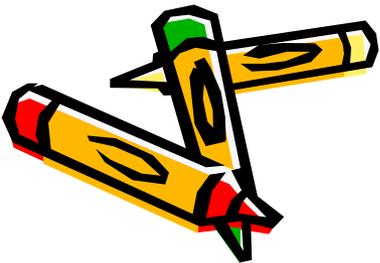
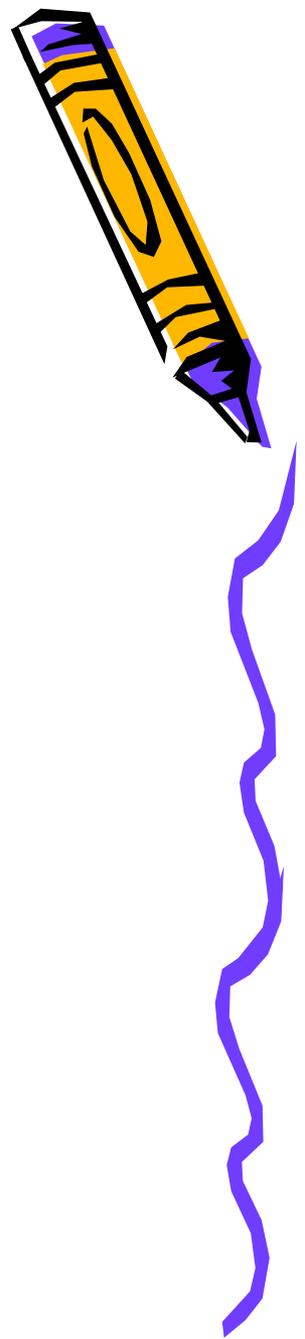
Признак параллельности плоскостей.  
Если две пересекающиеся прямые одной  
плоскости соответственно параллельны  
двум прямым другой плоскости, то эти

~~плоскости параллельны.~~

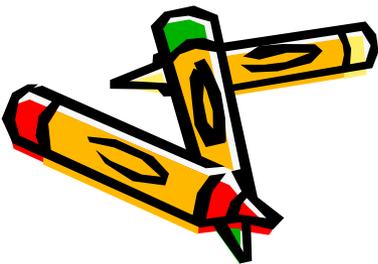
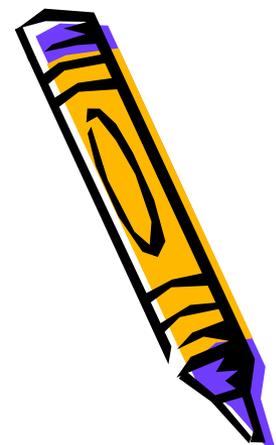
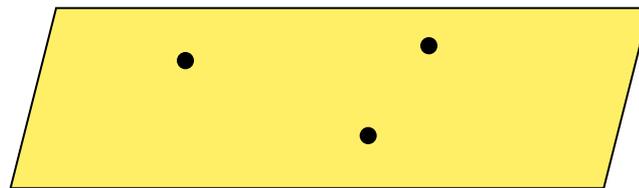
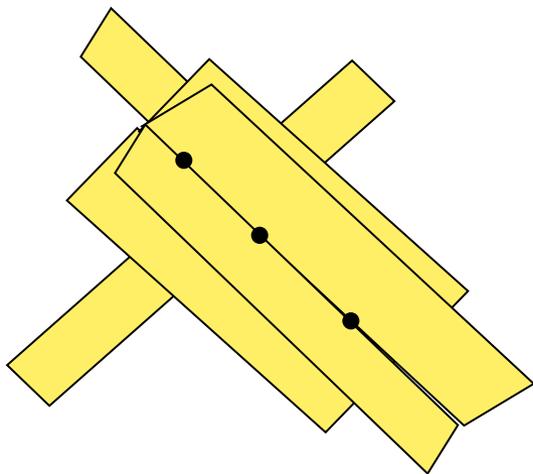


# Задачи

- Какое минимальное число общих точек необходимо задать, чтобы две прямые совпали?
- Какое минимальное число общих точек необходимо задать, чтобы две плоскости совпали?
- Сколько плоскостей проходит через три точки?
- Верно ли, что все точки окружности принадлежат плоскости, если эта окружность имеет с плоскостью
  - а) 2 общих точки
  - б) 3 общих точки

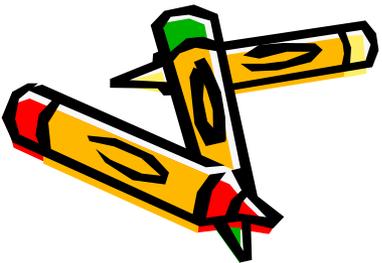
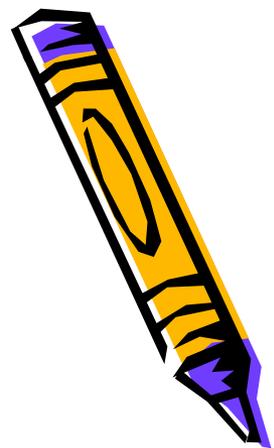
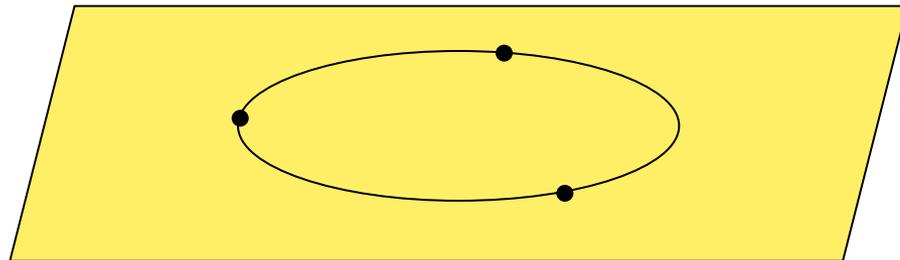
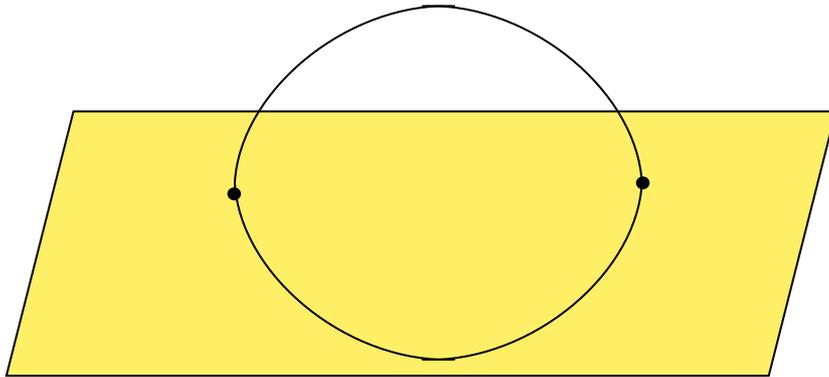


Сколько плоскостей проходит  
через три точки?

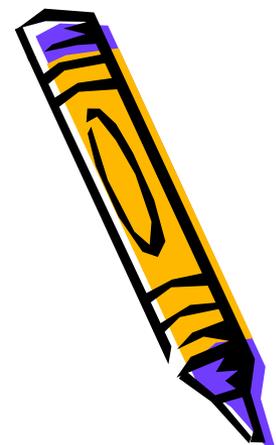


Верно ли, что все точки окружности принадлежат плоскости, если эта окружность имеет с плоскостью

- а) 2 общих точки
- б) 3 общих точки



Какой стол устойчивее: на трех или на четырех ножках?



Когда открывают крышку рояля, то её подпирают в одной точке. Какое свойство плоскости при этом применяются?

