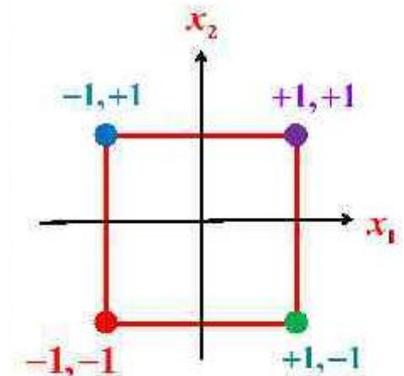


# Неполный факторный план

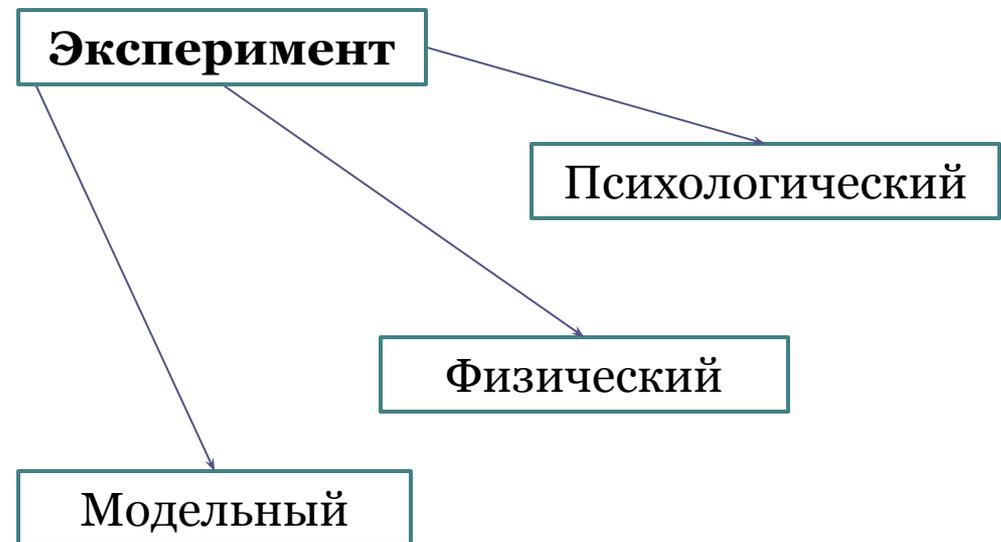
## Дробные реплики

Выполнила:  
студентка группы М-ТЭ-18-1  
Макарян К.А.



# ЭКСПЕРИМЕНТ

- *Эксперимент* – целенаправленное воздействие на объект исследования с целью получения достоверной информации.
- Большинство научных исследований связано с экспериментом. Он проводится на производстве, в лабораториях, на опытных полях и участках, в клиниках и т.д.





Объект самолет  
прототип или оригинал



«заместитель»  
объекта самолет  
модель

- Эксперимент может проводиться на объекте или на его модели.
- Модель отличается от объекта масштабом, а иногда природой.
- Главное требование к модели – достаточно точное описание объекта.

## ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

- *Планирование эксперимента* – это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью.
- Здесь существенно следующее: стремление к **минимизации общего числа опытов**.
- Планирование эксперимента - напрямую связано с разработкой и исследованием математической модели объекта исследования.

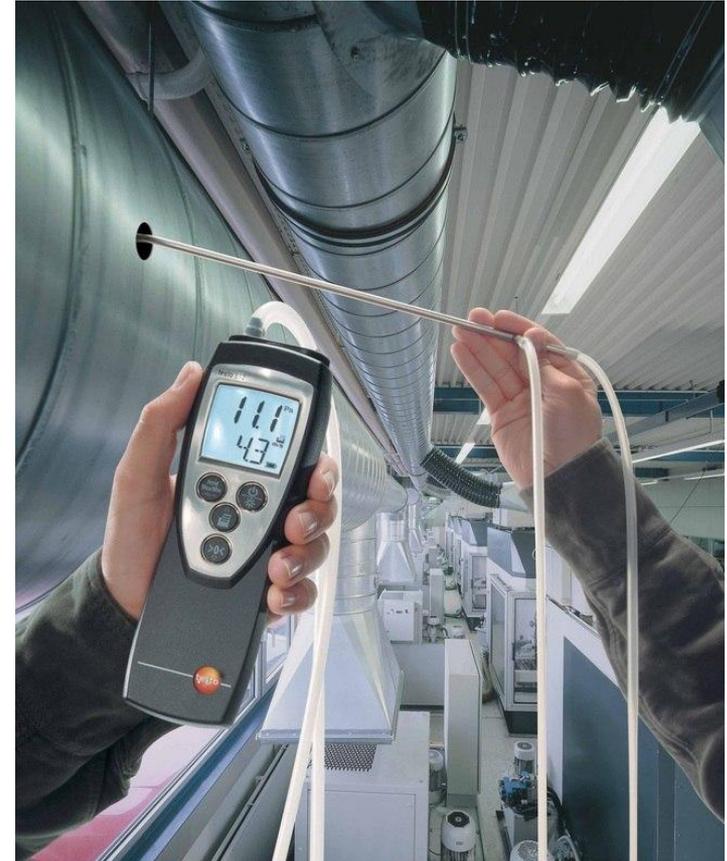
# Факторы

- После выбора **объекта** исследования и **параметра оптимизации** нужно рассмотреть все факторы , которые могут влиять на процесс.
- Если какой – либо **существенный фактор** окажется неучтенным и принимал произвольные значения, не контролируемые экспериментатором, то это значительно увеличит **ошибку опыта!**
- Большое число факторов увеличивает число опытов и размерность факторного пространства.



# ХАРАКТЕРИСТИКА ФАКТОРОВ

- **Фактором** называется измеряемая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение и влияющая на объект исследования.
- **Факторы** должны иметь **область определения**, внутри которой задаются его конкретные значения.
- **Факторы** разделяются: на количественные и качественные. К **количественным** относятся те факторы, которые можно измерять, взвешивать и т.д. **Качественные** факторы – это различные вещества, технологические способы, приборы и т.п.



# ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

- Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется *полным факторным экспериментом (ПФЭ)*. Если число уровней факторов равно двум, то имеем ПФЭ типа  $2^k$ .

Матрица планирования эксперимента  $2^2$

Номер опыта	$x_1$	$x_2$	$y$
1	+1	+1	$y_1$
2	-1	+1	$y_2$
3	+1	-1	$y_3$
4	-1	-1	$y_4$

Таблица 1 - Матрица планирования для двух факторов

# ДРОБНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

- *Дробным экспериментом* называется *факторным* система экспериментов, представляющих собой часть ПФЭ, позволяющая рассчитывать коэффициенты уравнения регрессии и сократить объем экспериментальных данных.
- Такие эксперименты обладают меньшей информативностью, но **ПОЗВОЛЯЮТ** значительно **сократить количество опытов**.

- Метод построения дробных факторных планов легче продемонстрировать на конкретных примерах.
- Запишем матрицу планирования ПФЭ:

Номер опыта	Факторы			Функция отклика	Дробные реплики	
	$X_1$	$X_2$	$X_3$			
1	-1	-1	-1	$y_1$	} 1/4	} 1/2
2	+1	-1	-1	$y_2$		
3	-1	+1	-1	$y_3$		
4	+1	+1	-1	$y_4$		
5	-1	-1	+1	$y_5$	} 1/4	} 1/2
6	+1	-1	+1	$y_6$		
7	-1	+1	+1	$y_7$		
8	+1	+1	+1	$y_8$		

Таблица 2 - Полный трехфакторный эксперимент и его дробные реплики

Пусть требуется найти коэффициенты уравнения регрессии:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3.$$

Рассчитаем коэффициенты регрессии:

$$b_0 = \frac{1}{4} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4);$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4);$$

$$b_2 = \frac{1}{4} (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4).$$

Может быть найдена только сумма коэффициентов, так как столбцы для произведения  $X_1X_2$  и фактора  $X_3$  полностью совпадают:

$$b_1 + b_2 = \frac{1}{4} (y_1 - y_2 - y_3 + y_4).$$

## Дробный факторный эксперимент типа $2^{3-1}$

Номер опыта	X1	X2	X1X2	X3	Функция отклика
1	-1	-1	+1	+1	$y_1$
2	+1	-1	-1	-1	$y_2$
3	-1	+1	-1	-1	$y_3$
4	+1	+1	+1	+1	$y_4$

Если бы мы воспользовались полным трехфакторным экспериментом, то было бы необходимо провести 8 опытов. Однако, можно решить и с меньшим числом опытов, взяв

# НЕПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

- *Неполным факторным планом* называется план эксперимента, если в факторном эксперименте производится лишь часть всех возможных повторений.
- Такой эксперимент называется дробным факторным экспериментом, а его матрица планирования — *дробной репликой*.
- *Метод заключается в том*, что для нахождения уравнения регрессии используется часть полного факторного эксперимента:  $1/2$ ,  $1/4$  и т.д.

- *В полном факторном эксперименте* разность между числом опытов и числом коэффициентов велика. Надо уменьшать число опытов. Эксперимент при семи факторах  $2^7$  уже содержит 128 прогонов (и это без повторений):
- $2^7 = 128$  опытов,  $2^8 = 256$  опытов и т.д.
- *С ростом числа факторов ( $k=7,8$ ) число комбинаций переменных растет.* Это вызывает необходимость разработки методов отбора части переменных, наиболее существенно влияющих на параметр оптимизации.

Хотя **полный факторный план**  $N=2^k$  является **удобным** с точки зрения простоты проведения анализа параметров функции регрессии, тем не менее, ПФЭ обладает большой **избыточностью опытов**.

При трех и более факторах количество опытов **можно существенно сократить** за счет потери части информации, не очень существенной при построении линейных моделей.

Для этого вместо плана  $2^k$  следует использовать **дробный факторный план**  $2^{k-P}$  ( $2^{k-P}$ ,  $P \geq k+1$ ), который предназначен для реализации  $2^{k-P}$  опытов.