




# Действия над целыми неотрицательными числами



Нина нашла 3 гриба, а Маша- 2 гриба.  
Сколько всего грибов нашли девочки?

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо к грибам Нины добавить (присоединить) грибы Маши, т.е. **объединить два множества и сосчитать сколько элементов получилось в новом множестве.**

$$3+2=5$$

*Сложение тесно связано с операцией объединения множеств.*



Найдите число элементов в объединении  
множеств

$$A = a, b, c, d$$

$$B = c, x, y.$$

# Сумма

**Суммой целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называют число элементов в объединении непересекающихся множеств  $A$  и  $B$ .**

Какие бы два целых неотрицательных числа не взяли, всегда можно найти их сумму, которая будет единственной для этих чисел.

Действие, при помощи которого находят сумму, называют сложением, а числа, которые складывают, - слагаемыми.

# Законы сложения:

- **Переместительный:**


для любых целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $a+b=b+a$

- **Сочетательный:**

для любых целых неотрицательных чисел  $a, b, c$  выполняется равенство  $(a+b)+c=a+(b+c)$


**Вычислите, используя законы сложения:**

$$109+36+191+64+27$$



Ребята сделали 8 кормушек для птиц,  
5 кормушек повесили на деревья.  
Сколько кормушек осталось повесить  
ребятам?





Решение данной задачи тесно связано с выделением из данного множества подмножества и нахождением числа элементов в дополнении этого подмножества, т.е.

вычитание связано с операцией дополнения подмножества.

# Разность

**Разностью целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называется число элементов в дополнении множества  $B$  до множества  $A$  при условии, что  $B$  является подмножеством  $A$ .**

$$5-2=3.$$


Пусть  $A = \{a, b, c, d, e\}$   $B = \{c, d\}$ .

Видим, что элементы  $B$  принадлежат и  $A$ .

Найдем дополнение множества  $B$  до множества  $A$ .

Получаем, что  $A \setminus B = \{a, b, e\}$ .

Следовательно,  $5-2=3$ .



Разность  $a-b$  существует тогда и только тогда, когда  $b$  больше, либо равно  $a$ .

Действие, при помощи которого находят разность  $a-b$  называется вычитаем, число  $a$  – уменьшаемым, число  $b$  – вычитаемым.

## связь между сложением и вычитанием


**Разностью целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называется такое целое неотрицательное число  $c$ , сумма которого и числа  $b$  равна  $a$ .**

$$\underline{a-b=c \longleftrightarrow a=b+c}$$

*Говорят, что действие вычитание является обратным сложению.*

# Отношения «больше на», «меньше на»


Действие вычитание используется не только при решении задач, где необходимо найти дополнение одного множества до другого. Существуют задачи, когда необходимо определить какое число больше (меньше) и на сколько.



Пусть  $a$  и  $b$  – целые неотрицательные числа, и установлено, что  $a$  больше  $b$ . Это значит, что в множестве  $A$  можно выделить подмножество, равномощное множеству  $B$ . Тогда в множестве  $A$  столько элементов, сколько в множестве  $B$ , да еще  $c$  элементов.

В этом случае говорят:

- число  $a$  больше числа  $b$  на  $c$
- число  $b$  меньше числа  $a$  на  $c$ .

- 
- **Чтобы узнать, на сколько одно число меньше или больше другого, надо из большего числа вычесть меньшее.**





*У школы посадили 4 дуба и 9 лип.  
На сколько больше посадили лип?*

*У школы посадили 4 дуба, а лип на 5 больше.  
Сколько лип посадили?*

*У школы посадили 9 лип, а дубов на 3 меньше.  
Сколько дубов посадили?*

# Правила вычитания числа из суммы

$$(28 + 13) - 18$$

$$(28 + 13) - 3$$

$$(28 + 12) - 15$$

# Правила вычитания числа из суммы

***Чтобы вычесть число из суммы,  
достаточно вычесть это число из  
одного из слагаемых и к  
полученному результату  
прибавить другое слагаемое.***

# Правила вычитания суммы из числа

$$52 - (20 + 11)$$


$$52 - (20 + 12)$$

# Правила вычитания суммы из числа

***Чтобы вычесть из числа сумму чисел, достаточно вычесть из этого числа последовательно каждое слагаемое одно за другим.***

# Применение правил при решении задач

Утром ушли в море 20 маленьких и 8 больших рыбачьих лодок. 6 лодок вернулись. Сколько лодок с рыбаками должно еще вернуться?



Арифметические задачи,  
решение которых связано с  
действиями  $+$  и  $-$

## Выделяют три вида ситуаций, связанных с действием сложения:

А) составление одного предметного множества из двух данных

Б) увеличение данного предметного множества на несколько предметов

В) увеличение на несколько предметов множества равносильного данному



# А) Составление одного предметного множества из двух данных

Например, детям предлагается картинка, на которой Миша и Маша запускают рыбок в аквариум.

Задание: Расскажите что делают Миша и Маша?

Ответы детей:

- Запускают рыбок в один аквариум;
- вместе запускают рыбок;
- Миша запускает 2, а Маша -3 и др.



Числовые выражения под картинкой. Анализируя выражения дети находят подходящие:  $2+3$  и  $3+2$ .



Выясняется, чем похожи и чем отличаются выражения



В результате, дети записывают равенства, знакомятся с компонентами сложения.

## Б) Увеличение данного предметного множества на несколько предметов

Указанием к выполнению предметных действий может стать задание: «Покажи...».

Например, учитель предлагает задание: У Коли было 4 марки. Ему подарили ещё 2. Покажи сколько марок стало у Коли.

Действия детей: выкладывают 4 марки (круг, квадрат, треугольник) и показывают движением руки сколько марок было. Затем, добавляют 2 марки и движением руки показывают сколько стало.

Выясняется, как можно записать, используя для этого цифры, знаки «+» и «=».

$$4+2=6.$$

*Целесообразно на этом этапе использовать термины «выражение» и «равенство».*

## В) Увеличение на несколько предметов множества равносильного данному

Например, учитель даёт задание: На одной тарелке 5 яблок, а на другой на 3 яблока больше. Покажи сколько яблок на второй тарелке?



В процессе выполнения таких предметных действий, у школьников формируются понятие «больше на...» («увеличить на...»), представления о котором связаны с построением совокупности равночисленной данной («взять столько же»), и её увеличением на несколько предметов («и ещё»).

При формировании у детей представлений о вычитании можно условно ориентироваться на следующие предметные ситуации:

А) уменьшение данного предметного множества на несколько предметов (предметы, которые удаляются, зачеркиваются).

Б) уменьшение множества, равносильного данному, на несколько предметов.

В) Сравнение двух предметных множеств, т. е. ответ на вопрос: «Насколько предметов в одном множестве больше (меньше), чем в другом?».

А) уменьшение данного предметного множества на несколько предметов (предметы, которые удаляются, зачеркиваются).

Например, предлагается задание: « У Маши было шесть шаров. Два она подарила Тане. Покажи шары, которые у неё остались?»



Дети рисуют 6 шаров, 2 зачёркивают и показывают движением руки количество оставшихся шаров.



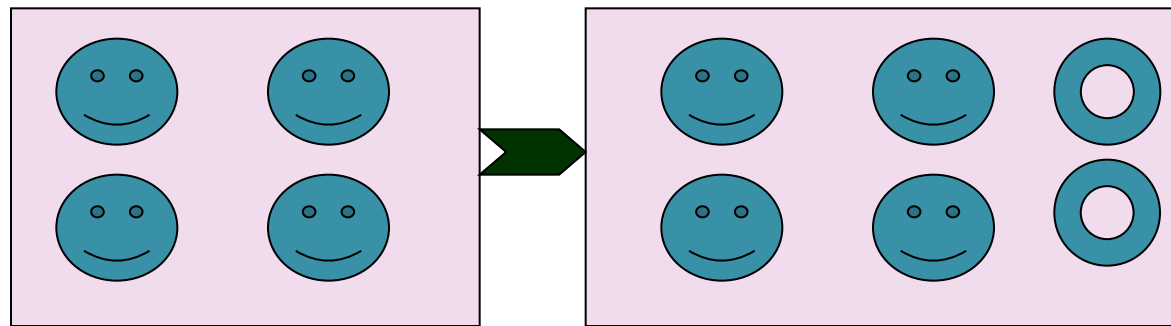
Дети получают выражение  $6-2$  или равенство  $6-2=4$ .

**Б) уменьшение множества, равносильного данному, на несколько предметов.**

В процессе выполнения таких ситуаций у детей формируется представления о понятии «меньше на...» («уменьшить на...»), которые связаны с построением совокупности, равносильной данной, и её уменьшением на несколько предметов.

Усвоение понятий «больше на...», «меньше на...» даётся детям легче, если организовать их деятельность, используя предметные и символические модели.

Например: Сравни картинки. Что изменилось слева направо? Что изменилось справа налево?



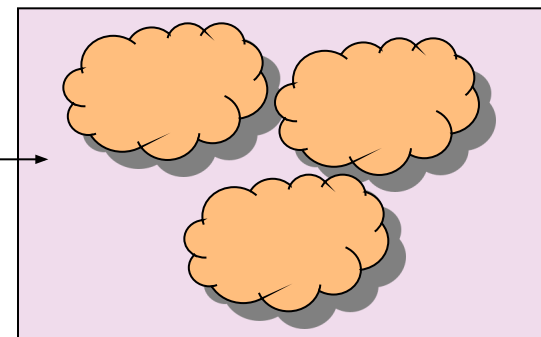
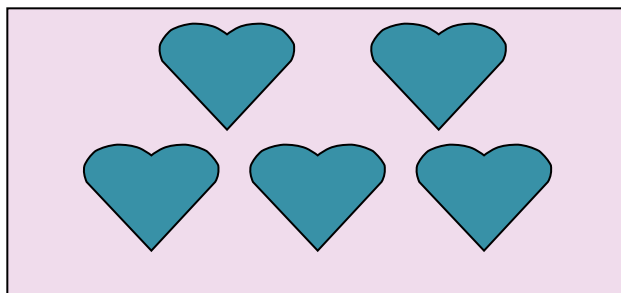
В) Сравнение двух предметных множеств, т. е. ответ на вопрос: «На сколько предметов в одном множестве больше (меньше), чем в другом?».

В процессе выполнения данных действий у учеников формируется представление о вычитании, как о действии, которое связано с уменьшением количества предметов.

В результате у первоклассника формируется представление о разности, которое можно обобщить в правило: «Что бы узнать на сколько одно число больше(меньше) другого, нужно из большего числа вычесть меньшее».

Например:

На сколько больше  
сердец, чем  
облаков?



# Умножение

Произведением целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называется такое целое неотрицательное число  $a * b$ , которое удовлетворяет следующим условиям:

- $a * b = a + a + a + \dots$  ( $b$  раз), при  $b$  больше 1.
- $a * 1 = a$  при  $b = 1$
- $a * 0 = 0$  при  $b = 0$



# Умножение

- С точки зрения теоретико-множественного смысла: множества  $A, B, \dots$  имеют по  $a$  элементов каждое и никакие не пересекаются, то их объединение содержит по  $a$  элементов  $b$  раз ( $a * b$ ).
- Действие, при помощи которого находят произведение чисел, называют умножением, а числа, которые умножают, - множители

# Умножение

На каждое детское пальто нужно пришить по 4 пуговицы. Сколько пуговиц нужно пришить на 6 таких пальто?

Почему задача решается умножением?

# Умножение

В задаче требуется найти число элементов в объединении, состоящем их 6 множеств, в каждом из которых по 4 элемента.

# Законы умножения:

- Переместительный закон:  $a * b = b * a$
- Сочетательный закон:  $(a * b) * c = a * (b * c)$
- Распределительный закон относительно сложения:  
 $(a + b) * c = ac + bc$
- Распределительный закон относительно вычитания:  $(a - b) * c = ac - bc$

$$125 * 15 * 6 * 8$$

# Деление

Основой служит теоретико-множественный подход к трактовке частного, суть которого сводится к разбиению конечных множеств на равночисленные подмножества, не имеющие общих элементов.

# Деление по содержанию

8 апельсинов разложили на тарелки, по 2 апельсина на каждую. Сколько потребовалось тарелок?

# Деление на равные части

12 карандашей раздали 3 ученикам поровну. Сколько карандашей получил каждый?

Следовательно частное определяется следующим образом:

Пусть множество  $A$  разбито на попарно непересекающиеся равномоощные подмножества:

- 1) если  $v$ - число подмножеств в разбиении множества  $A$ , то частным чисел  $a$  и  $v$  называется число элементов каждого подмножества (деление на равные части)
- 2) если  $v$  – число элементов каждого подмножества в разбиении множества  $A$ , то частным чисел  $a$  и  $v$  называется число подмножеств в этом разбиении (деление по содержанию).



$$a : v = c \iff a = v * c$$

Следовательно,  $a : 0 = c \iff a = 0 * c$ , что невозможно. Значит на 0 делить нельзя.

## Отношения «больше в...», «меньше в...»

Посадили 3 дуба и 6 лип. Во сколько раз больше посадили лип?

(разбиение множества лип на подмножества равномощные множеству дубов, сколько таких подмножеств).

У Нины 3 шарика, а у Коли в 2 раза больше. Сколько шариков у Коли?

(составление 2 подмножеств шариков Коли, равномощных множеству шариков Нины)

# Деление с остатком

- $37:8$  - не делится, но существуют такие числа, что  $37=8*4+5$ . Говорят, что выполнено деление с остатком.
- Остаток есть натуральное число, меньшее делителя. Так при делении на 5 возможны 5 остатков: 0, 1, 2, 3, 4.
- $a:b$ ,  $a=c*b + \text{ост.}$

Важность деления с остатком в том, что оно лежит в основе алгоритма деления многозначных чисел.