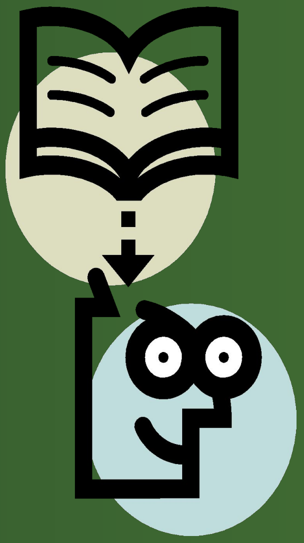
Л О Г А Р И Ф М Ы И И Х С В О Й С Т В А.

Возведение в степень имеет два обратных действия. Если

$$a^x = b, \qquad (1)$$

то отыскание a есть одно обратное действие – извлечение корня; нахождение же b – другое,



л о г а р и ф м и р о в а н и е.

Для чего были придуманы логарифмы ?

Конечно, для ускорения и упрощения вычислений.

Изобретатель первых логарифмических таблиц, Непер, так говорил о своих побуждениях:

«Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики».

Непер

Современник Непера, Бригг, прославившийся позднее изобретением десятичных логарифмов, писал, получив сочинение Непера:

«Своими новыми и удивительными логарифмами Непер заставил меня усиленно работать и головой и руками. Я надеюсь увидеть его летом, так как никогда не читал книги, которая нравилась бы мне больше и приводила бы в большее изумление».

Бригг осуществил свое намерение и направился в Шотландию, чтобы посетить изобретателя логарифмов. При встрече Бригг сказал:

«Милорд, я предпринял это долгое путешествие только для того, чтобы видеть Вашу особу и узнать, с помощью какого инструмента разума и изобретательности Вы пришли впервые к мысли об этом превосходном пособии для астрономов, а именно – логарифмах; но, милорд, после того, как Вы нашли их, я удивляюсь, почему никто не нашел их раньше, настолько легкими они кажутся после того, как о них узнаёшь».

Великий математик говорил об астрономах, так как им приходится делать особенно сложные и утомительные вычисления. Но слова его с полным правом могут быть отнесены ко всем вообще, кому приходится иметь дело с числовыми выкладками.

О П Р Е Д Е Л Е Н И Е.

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить b (где $a > 0$, $a \neq 1$).

Вспомните уравнение из первого слайда: $a^x = b$

Мы оговорили, что нахождение b – логарифмирование. Математики договорились записывать это так:

$$\mathrm{Log}_a b = x$$

(читается: «логарифм b по основанию a»).

Например,

$\log_5 25 = 2$, так как $5^2 = 25$.

$\mathrm{Log}_4 (1/16) = -2$, так как $4^{-2} = 1/16$.

$\mathrm{Log}_{1/3} 27 = -3$, так как $(1/3)^{-3} = 27$.

$\mathrm{Log}_{81} 9 = ½$, так как $81^{½} = 9$.

Вычислить:

$\log_2 16$;	$\log_2 64$;	$\log_2 2$;
$\log_2 1$;	$\log_2 (1/2)$;	$\log_2 (1/8)$;
$\log_3 27$;	$\log_3 81$;	$\log_3 3$;
$\log_3 1$;	$\log_3 (1/9)$;	$\log_3 (1/3)$;
$\log_{1/2} 1/32$;	$\log_{1/2} 4$;	$\log_{0,5} 0{,}125$;
$\log_{0,5} (1/2)$;	$\log_{0,5} 1$;	$\log_{1/2} 2$.

Правильное решение примеров 1 столбца:

$\log_2 16 = 4$, так как $2^4 = 16$.

$\log_2 1 = 0$, так как $2^0 = 1$.

$\log_3 27 = 3$, так как $3^3 = 27$.

$\log_{1/2} 1/32 = 5$, так как $(1/2)^5 = 1/32$.

$\log_{0,5} (1/2) = 1$, так как $(0,5)^1 = (1/2)^1 = 1/2$.

Определение логарифма можно записать так:

$$a^{\log_a b} = b$$

Это равенство справедливо при $b>0$, $a>0$, $a\neq1$. Его обычно называют

основным логарифмическим тождеством.

Например: $2^{\log_2 6} = 6$; $3^{-2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = 1/25$.

Вычислите:

$3^{\log_3 18}$; $3^{5\log_3 2}$;

$5^{\log_5 16}$; $0{,}3^{2\log_{0,3} 6}$;

$10^{\log_{10} 2}$; $(1/4)^{\log_{(1/4)} 6}$;

$8^{\log_2 5}$; $9^{\log_3 12}$.

Правильное выполнение некоторых заданий.

По основному логарифмическому тождеству $3^{\log_3 18} = 18$

$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5} = 2^{3\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125$

$0{,}3^{2\log_{0,3} 6} = 0{,}3^{\log_{0,3} 6^2} = 0{,}3^{\log_{0,3} 36} = 36.$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ.

$\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$; $\log_a (1/a) = -1$; $\log_a a^m = m$;

$\log_{a^m} a = 1/m$.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ	ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ
Логарифм произведения: $\log_c (ab) = \log_c a + \log_c b$. Логарифм частного: $\log_c (a/b) = \log_c a - \log_c b$. Логарифм степени: $\log_c a^k = k \log_c a$. Переход к новому основанию: $\log_b a = \log_c a / \log_c b$.	$\log_a b = 1/ \log_b a$, $\log_{a^m} b^n = n/m (\log_a b)$.

Приведем примеры применения формул:

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 (18 \cdot 2) = \log_6 36 = 2$

2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} (48/4) = \log_{12} 12 = 1$

А здесь выполните вычисления самостоятельно:

$\log_{10} 5 + \log_{10} 2;$

$\log_{12} 2 + \log_{12} 72;$

$\log_2 15 - \log_2 (15/16);$

$\log_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2;$

$\log_5 75 - \log_5 3;$

$\log_8 (1/16) - \log_8 32;$

$\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20;$

$\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10;$

Примеры выполнения некоторых заданий… и таблица ответов:

$\text{Log}_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} (5 \cdot 2) = \log_{10} 10 = 1$

$\text{Log}_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2 = \log_{1/3} (54/2) = \log_{1/3} 27 = -3$

$\text{Log}_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 = \log_8 (12/15) + \log_8 20 =$
$= \log_8 (4/5 \cdot 20) = \log_8 16 = 2$

1
2
4
-3
2
-3
4/3
3/2

Домашнее задание к уроку на тему «Логарифмы, свойства логарифмов»
Учебник «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс авторы Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин М.: Просвещение, 1994г

№ 61 Вычислить:	№ 62 Вычислить:	№ 75 Вычислить:
1. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}$. *2.* $\log_{\frac{1}{2}}4$. *3.* $\log_{0,5}0{,}125$. *4.* $\log_{0.5}\frac{1}{2}$ *5.* $\log_{0.5}1$ *6.* $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{2}$	1)$\log_5 625$ 2) $\log_6 216$ 3)$\log_4\frac{1}{16}$ 4)$\log_5\frac{1}{125}$	*1)*$\log_{10}8+\log_{10}125$ *2)*$\log_3 6+\log_3\frac{3}{2}$ *3)*$\log_5 75+\log_5 3$ *4)*$\log_8\frac{1}{16}+\log_8 32$