

Решение систем логических уравнений

V15 (ЕГЭ-2012, 2013)

V10 (ЕГЭ-2011)

Продолжите ряд:

1		2	1
2		4	2
3		6	4
5		10	7
8	Последовательность Фибоначчи +1	16	12
13		26	20
21		42	33
34		68	54
55		110	88
89		178	143
			232

Для решения логических уравнений нужно
знать:

$A \rightarrow B$ импликация (ложна, если $A=1, B=0$)

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$A \equiv B$, эквиваленция (истинна, если $A=1$ и $B=1$
или $A=0$ и $B=0$)

$$A \equiv B = \neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$$

$A \oplus B$, исключающее или (разделительная
дизъюнкция, истинна $A=1, B=0$ и наоборот)


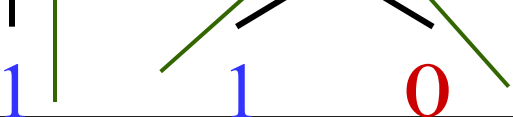
$$A \oplus B = \neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B$$

$$A \oplus B = \neg (A \equiv B)$$

$$A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$$

Решить логическое уравнение:

$$\neg X1 + X2 = 1$$

	Значения переменных	Количество комбинаций-решений
X1		2
X2		3

Решения уравнения – пары чисел (1,1), (0,1), (0,0)

- Решить **систему** уравнений – это значит найти такие значения переменных, которые обращают **КАЖДОЕ** уравнение системы в верное равенство.

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=10 \end{cases}$$

$$2x=16$$

$$x=8$$

$$y=-2$$

Ответ: (8, -2)

Решить систему логических уравнений:

$$\begin{cases} \neg X1 + X2 = 1 \\ \neg X2 + X3 = 1 \end{cases}$$

	Значения переменных					Количество комбинаций-решений
X1	1					2
X2	1	1	0			3
X3	1	1	1	0		4

Решения уравнения – тройки чисел $(1,1,1)$, $(0,1,1)$, $(0,0,1)$, $(0,0,0)$

Сколько различных решений имеет система уравнений

$$\neg x_1 \vee x_2 = 1$$

$$\neg x_2 \vee x_3 = 1$$

...

$$\neg x_9 \vee x_{10} = 1$$

где x_1, x_2, \dots, x_{10} – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

$$\neg X_1 + X_2 = 1$$

$$\neg X_2 + X_3 = 1$$

...

$$\neg X_9 + X_{10} = 1$$

Решениями будут являться двоичные цепочки длиной 10 символов (по количеству переменных), например, возможным решением может быть (0,0,0,1,1,1,1,1,1,1).

Максимальное количество двоичных комбинаций $2^{10}=1024$.

Задача состоит в том, чтобы найти только те из 1024 цепочек (их количество!), которые обращают все равенства в верные.

$$\neg X1 + X2 = 1$$

$$\neg X2 + X3 = 1$$

$$\neg X3 + X4 = 1$$

...

$$\neg X9 + X10 = 1$$

Кроме пар
(1,0)

	Дерево значений переменных	Количество решений
X1		2
X2		3
X3		4
X4		5
X5		6
X6		7
X7		8
X8		9
X9		10
X10		11

Сколько различных решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} \overline{x_1} + x_2 = 1 \\ \overline{x_2} + x_3 = 1 \\ \dots \\ \overline{x_{m-1}} + x_m = 1 \end{cases}$$

Ответ: $m+1$

Приведенная система уравнений равносильна уравнению

$$(x_1 \rightarrow x_2) \cdot (x_2 \rightarrow x_3) \cdot \dots \cdot (x_{m-1} \rightarrow x_m) = 1.$$

Решения – двоичные цепочки:

$$\neg X_1 + X_2 = 1$$

$$\neg X_2 + X_3 = 1$$

...

$$\neg X_9 + X_{10} = 1$$

1111111111
0111111111
0011111111
0001111111
0000111111
0000011111
0000001111
0000000111
0000000011
0000000001
0000000000

Перечислять не нужно!

Ответ: 11

Сколько решений имеют системы логических уравнений:

$$\neg x_1 \wedge x_2 = 0$$

$$\neg x_2 \wedge x_3 = 0$$

...

$$\neg x_9 \wedge x_{10} = 0$$

$$\neg x_1 \rightarrow x_2 = 1$$

$$\neg x_2 \rightarrow x_3 = 1$$

...

$$\neg x_9 \rightarrow x_{10} = 1$$

11 решений

144 решения

Уравнения сводятся к следующим:

$$X_1 + \neg X_2 = 1$$

$$X_2 + \neg X_3 = 1$$

...

$$X_9 + \neg X_{10} = 1$$

$$X_1 + X_2 = 1$$

$$X_2 + X_3 = 1$$

...

$$X_9 + X_{10} = 1$$

11 решений

144 решения

$X_1 + X_2 = 1$
 $X_2 + X_3 = 1$
 ...
 $X_9 + X_{10} = 1$

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		+ 3
X3		+ 5
X4		+ 8
X5		+ 13
X6		21
X7		34
X8		55
X9		89
X10		144

Ответ: 144

Найдите количество решений:

$$(X_1 \equiv X_2) + (X_2 \equiv X_3) = 1$$

$$(X_2 \equiv X_3) + (X_3 \equiv X_4) = 1$$

...

$$(X_8 \equiv X_9) + (X_9 \equiv X_{10}) = 1$$

Эквиваленция – операция симметричная.

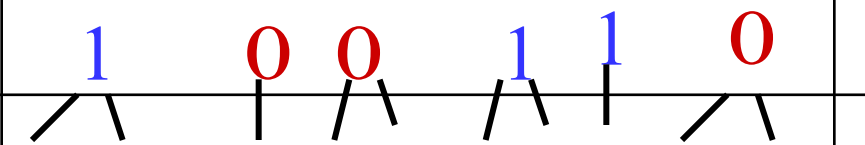

Поэтому можно построить неполное дерево
(например для $X_1=0$).

Для $X_1=1$ будет столько же решений.

Рассмотрим полное и неполное дерево и сравним
результаты.

$(X1 \equiv X2) + (X2 \equiv X3) = 1$
 $(X2 \equiv X3) + (X3 \equiv X4) = 1$
 ...
 $(X8 \equiv X9) + (X9 \equiv X10) = 1$

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		4
X3		6
X4		10
X5		16
X6		26
X7		42
X8		68
X9		110
X10		178

Ответ: 178

$(X1 \equiv X2) + (X2 \equiv X3) = 1$
 $(X2 \equiv X3) + (X3 \equiv X4) = 1$
 ...
 $(X8 \equiv X9) + (X9 \equiv X10) = 1$

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1	0	1
X2	1 0	+ 2
X3	1 1 0	+ 3
X4	1 0 1 1 0	+ 5
X5		+ 8
X6		13
X7		21
X8		34
X9		55
X10		89

Аналогично для X1=1

Симметричная операция

$89 * 2 = 178$

Ответ: 178

Решите самостоятельно:

Сколько различных решений имеет система уравнений

$$\neg(x_1 \equiv x_2) \wedge \neg(x_2 \equiv x_3) = 1$$

$$\neg(x_2 \equiv x_3) \wedge \neg(x_3 \equiv x_4) = 1$$

...

$$\neg(x_7 \equiv x_8) \wedge \neg(x_8 \equiv x_9) = 1$$

где x_1, x_2, \dots, x_9 – логические переменные?

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений x_1, x_2, \dots, x_9 , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа вам нужно указать количество таких наборов.

Решение

$$(x_1 \oplus x_2) \wedge (x_2 \oplus x_3) = 1$$

$$(x_2 \oplus x_3) \wedge (x_3 \oplus x_4) = 1$$

...

$$(x_7 \oplus x_8) \wedge (x_8 \oplus x_9) = 1$$

$$(x_1 \oplus x_2) = 1$$

$$(x_2 \oplus x_3) = 1$$

...

$$(x_8 \oplus x_9) = 1$$

Ответ: 2 решения

В каждом уравнении истинна только одна из переменных, таким образом получаем, что решениями системы являются наборы:

$(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$ и $(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$

Сколько различных решений имеет система

уравнений

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \equiv x_3) = 1$$

$$(x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_2 \equiv x_4) = 1$$

...

$$(x_8 \wedge x_9) \vee (\neg x_8 \wedge \neg x_9) \vee (x_8 \equiv x_{10}) = 1$$

$$A \cdot B + \neg A \cdot \neg B = A \equiv B$$

$$(x_1 \equiv x_2) \vee (x_1 \equiv x_3) = 1$$

$$(x_2 \equiv x_3) \vee (x_2 \equiv x_4) = 1$$

...

$$(x_8 \equiv x_9) \vee (x_8 \equiv x_{10}) = 1$$

Ответ: 20

решение

переходя к отрицаниям по законам де
Моргана

$$(x_1 \oplus x_2) \wedge (x_1 \oplus x_3) = 0$$

$$(x_2 \oplus x_3) \wedge (x_2 \oplus x_4) = 0$$

...

$$(x_7 \oplus x_8) \wedge (x_7 \oplus x_9) = 0$$

$$(x_8 \oplus x_9) \wedge (x_8 \oplus x_{10}) = 0$$

Уравнения системы имеют вид:

$$(a \oplus b) \wedge (a \oplus c) = 0$$

Составим таблицу истинности, в последнем столбце приведены возможные значения

переменной **C**

a	b	c
0	0	0 1
0	1	0
1	0	1
1	1	0 1

$$(x_1 \oplus x_2) \wedge (x_1 \oplus x_3) = 0$$

$$(x_2 \oplus x_3) \wedge (x_2 \oplus x_4) = 0$$

...

$$(x_7 \oplus x_8) \wedge (x_7 \oplus x_9) = 0$$

$$(x_8 \oplus x_9) \wedge (x_8 \oplus x_{10}) = 0$$

X1=0	X1=1
0000000000	1111111111
0101010101	1010101010
0010101010	1101010101
0001010101	1110101010
0000101010	1111010101
.....
0000000001	1111111110
10 решений	10 решений

$$\begin{cases} (x_1 \oplus x_2) \cdot (x_1 \oplus x_3) = 0 \\ (x_2 \oplus x_3) \cdot (x_2 \oplus x_4) = 0 \\ \dots \\ (x_7 \oplus x_8) \cdot (x_7 \oplus x_9) = 0 \\ (x_8 \oplus x_9) \cdot (x_8 \oplus x_{10}) = 0 \end{cases}$$

Уравнения системы имеют вид $(a \oplus b) \cdot (a \oplus c) = 0$. Составим таблицу истинности для такого уравнения (при входах a и b). В последнем столбце таблицы приведены возможные значения переменной c для выполнения равенства.

a	b	c
0	0	0 1
0	1	0
1	0	1
1	1	0 1

Из таблицы видно, что для удовлетворения равенства в случае равенства двух входов a и b , третий параметр может быть произвольным, в случае, когда входы a и b противоположны, то параметр c должен принимать такое же значение, как и параметр a . Поэтому если в решении системы значения переменных начинают чередоваться, то так продолжается до окончания переменных. Значит, начиная с $x_1 = 0$ (или с $x_1 = 1$) мы получаем такие решения:

$x_1 = 0$	$x_1 = 1$
(0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0),	(1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1),
(0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0),	(1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1),
(0; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 0),	(1; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0),
(0; 0; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0),	(1; 1; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1),
(0; 0; 0; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 0),	(1; 1; 1; 1; 0; 1; 0; 1; 0; 1; 0),
....
(0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1)	(1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 0)
10 решений	10 решений

Таким образом, система имеет всего 20 решений.

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) = 1$$

$$(x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_3 \wedge \neg x_4) = 1$$

...

$$(x_8 \wedge x_9) \vee (\neg x_8 \wedge \neg x_9) \vee (x_9 \wedge x_{10}) \vee (\neg x_9 \wedge \neg x_{10}) = 0$$



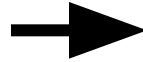
Найти количество решений:

$$\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 = 1$$

$$\neg x_2 \vee x_3 \vee x_4 = 1$$

...

$$\neg x_8 \vee x_9 \vee x_{10} = 1$$



$$\neg x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$\neg x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

...

$$\neg x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$

Кроме троек (1,0,0)

$-X_1 + X_2 + X_3 = 1$
 $-X_2 + X_3 + X_4 = 1$
 ...
 $-X_8 + X_9 + X_{10} = 1$

Кроме троек
(1,0,0)

Ответ: 232

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		4
X3		7
X4	 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0	12
X5		20
X6		33
X7		54
X8		88
X9		143
X10		232

Найти количество решений:

$$(X1 \rightarrow X2) + (X1 \rightarrow X3) = 1$$

$$(X2 \rightarrow X3) + (X2 \rightarrow X4) = 1$$

...

$$(X8 \rightarrow X9) + (X8 \rightarrow X10) = 1$$

Импликация – операция несимметричная.
Поэтому нужно строить полное дерево
(для $X1=0$ и $X1=1$).

$(X1 \rightarrow X2) + (X1 \rightarrow X3) = 1$
 $(X2 \rightarrow X3) + (X2 \rightarrow X4) = 1$
 ...
 $(X8 \rightarrow X9) + (X8 \rightarrow X10) = 1$

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		4
X3		7
X4		12
X5		20
X6		33
X7		54
	См. предыдущую задачу	88
	?	143
X10		232

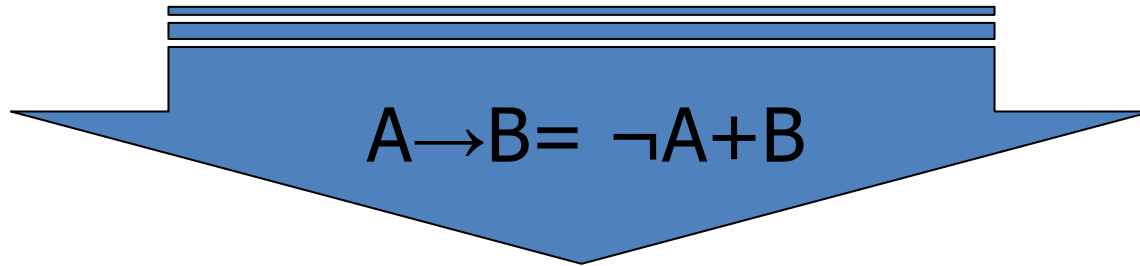
Ответ: 232

$$(X1 \rightarrow X2) + (X1 \rightarrow X3) = 1$$

$$(X2 \rightarrow X3) + (X2 \rightarrow X4) = 1$$

...

$$(X8 \rightarrow X9) + (X8 \rightarrow X10) = 1$$



$$\neg X1 + X2 + X3 = 1$$

$$\neg X2 + X3 + X4 = 1$$

...

$$\neg X8 + X9 + X10 = 1$$

Системы уравнений с ограничением

Системы уравнений с ограничением

$$(X1 \oplus X2) + (X2 \equiv X3) = 1$$

$$(X2 \oplus X3) + (X3 \equiv X4) = 1$$

$$(X3 \oplus X4) + (X4 \equiv X5) = 1$$

$$(X4 \oplus X5) + (X5 \equiv X6) = 1$$

...

$$(X8 \oplus X9) + (X9 \equiv X10) = 1$$

$$X4 \equiv X5 = 1$$

$$(X1 \oplus X2) + (X2 \equiv X3) = 1$$

$$(X2 \oplus X3) + (X3 \equiv X4) = 1$$

$$(X3 \oplus X4) + (X4 \equiv X5) = 1$$

$$(X4 \oplus X5) + (X5 \equiv X6) = 1$$

...

$$(X8 \oplus X9) + (X9 \equiv X10) = 1$$

$$X4 \equiv X5 = 1$$

Кроме троек
 (1,1,0)
 (0,0,1)

Ответ: 8

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		4
X3		6
X4		8
X5		8
X6		8
X7		8
X8		8
X9		8
X10		8

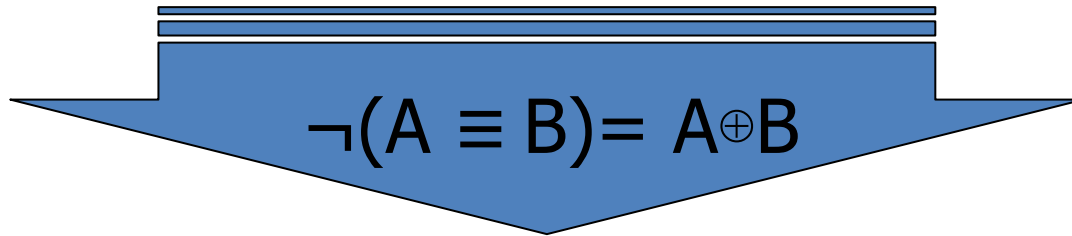
$$\neg(X1 \equiv X2) + X1 \cdot X3 + \neg X1 \cdot \neg X3 = 1$$

$$\neg(X2 \equiv X3) + X2 \cdot X4 + \neg X2 \cdot \neg X4 = 1$$

...

$$\neg(X8 \equiv X9) + X8 \cdot X10 + \neg X8 \cdot \neg X10 = 1$$

$$X4 \oplus X5 = 0$$



$$(X1 \oplus X2) + (X1 \equiv X3) = 1$$

$$(X2 \oplus X3) + (X2 \equiv X4) = 1$$

...

$$(X8 \oplus X9) + (X8 \equiv X10) = 1$$

$$X4 \equiv X5 = 1$$

Решите самостоятельно:

$$\neg(x_1 \equiv x_2) + (x_1 \equiv x_3) = 1$$

$$\neg(x_2 \equiv x_3) + (x_2 \equiv x_4) = 1$$

...

$$\neg(x_8 \equiv x_9) + (x_8 \equiv x_{10}) = 1$$

$$x_5 \equiv x_6 = 0$$

Решите самостоятельно:

$$\neg(X1 \equiv X2) + (X1 \equiv X3) = 1$$

$$\neg(X2 \equiv X3) + (X2 \equiv X4) = 1$$

...

$$\neg(X8 \equiv X9) + (X8 \equiv X10) = 1$$

$$X6 \equiv X8 = 0$$

$$\neg(X1 \equiv X2) + (X1 \equiv X3) = 1$$

$$\neg(X2 \equiv X3) + (X2 \equiv X4) = 1$$

...

$$\neg(X8 \equiv X9) + (X8 \equiv X10) = 1$$




$$X1 \equiv X10 = 0$$

Системы уравнений с разделенными переменными

Решите уравнение:


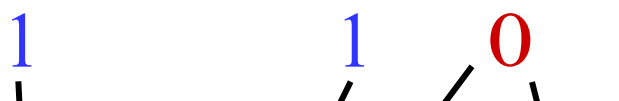
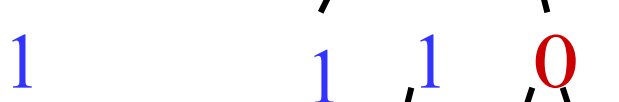
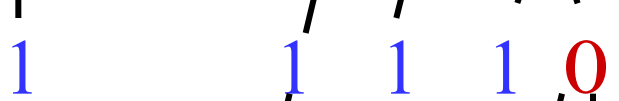

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) = 1$$

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
x1		2
x2		3
x3		4

Решите уравнение:

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1		2
X2		3
X3		4
X4		5
X5		6

Найти количество решений:

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

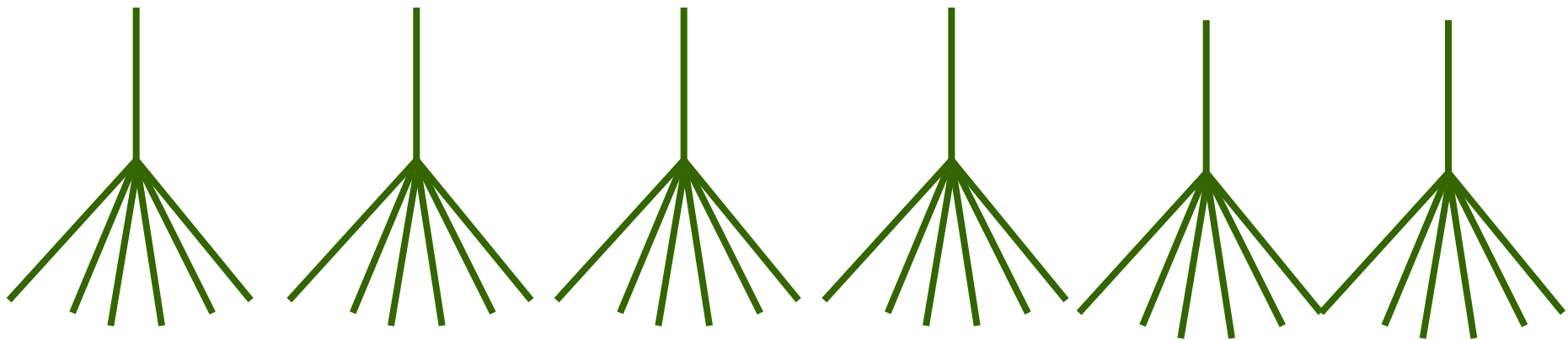
	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
x1		2
x2		3
x3		4
		5
		6

Для 2-го уравнения решение аналогичное

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

Для каждого уравнения – по 6 решений. К каждому решению 1-го уравнения можно приписать одно из 6 решений 2-го уравнения:



Ответ: 36

Найти количество решений:

$$(\neg x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(\neg y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

$$x_1 \wedge y_1 = 1$$

Ограничение

	Дерево значений переменных	Количество комбинаций
X1	1	1
X2	<pre> 1 / \ 1 0 </pre>	2
X3	<pre> 1 1 0 / \ / \ / \ 1 1 1 0 </pre>	3
X4	<pre> 1 1 1 0 / / / \ 1 1 1 0 </pre>	4
X5	<pre> 1 1 1 1 0 / / / / \ 1 1 1 1 0 </pre>	5

Ответ: 25

Найти количество

решений:
 $(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) = 1$

$$(\neg y_1 \vee y_2) \wedge (\neg y_2 \vee y_3) \wedge (\neg y_3 \vee y_4) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow x_1) \wedge (y_2 \rightarrow x_2) \wedge (y_3 \rightarrow x_3) \wedge (y_4 \rightarrow x_4)$$

= 1

Представим третье уравнение в виде

СИСТЕМЫ:

$$y_1 \rightarrow x_1 = 1$$

$$y_2 \rightarrow x_2 = 1$$

$$y_3 \rightarrow x_3 = 1$$

$$y_4 \rightarrow x_4 = 1$$

Матрица решений

$(y_1 \rightarrow x_1) = 1$	$x_1 x_2 x_3 x_4$																			
$y_1 y_2 y_3 y_4$	0000				0001				0011				0111				1111			
0000	+				+				+				+				+			
0001	+				+				+				+				+			
0011	+				+				+				+				+			
0111	+				+				+				+				+			
1111	-				-				-				-				+			

Матрица решений

$y_2 \rightarrow x_2 = 1$	$x_1 x_2 x_3 x_4$																			
$y_1 y_2 y_3 y_4$	0000				0001				0011				0111				1111			
0000	+	+			+	+			+	+			+	+			+	+		
0001	+	+			+	+			+	+			+	+			+	+		
0011	+	+			+	+			+	+			+	+			+	+		
0111	+	-			+	-			+	-			+	+			+	+		
1111	-	-			-	-			-	-			-	+			+	+		

Матрица решений

$y_3 \rightarrow x_3 = 1$	$x_1 x_2 x_3 x_4$														
$y_1 y_2 y_3 y_4$	0000			0001			0011			0111			1111		
0000	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0001	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0011	+	+	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0111	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+	+	+
1111	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+	+	+	+	+

Матрица решений

$y_3 \rightarrow x_3 = 1$	$x_1 x_2 x_3 x_4$																			
$y_1 y_2 y_3 y_4$	0000				0001				0011				0111				1111			
0000	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0001	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0011	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
0111	+	-	-	-	+	-	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1111	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+

	<i>x1x2x3x4</i>				
<i>y1y2y3y4</i>	0000	0001	0011	0111	1111
0000	++++	++++	++++	++++	++++
0001	+++-	++++	++++	++++	++++
0011	++--	++-+	++++	++++	++++
0111	+---	+---+	+--+	++++	++++
1111	----	---+	--++	-+++	++++
	1	2	3	4	5

Ответ: 15 решений

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_9, x_{10}$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям

$$\begin{aligned} ((x_1 \equiv x_2) \vee (x_3 \equiv x_4)) \wedge (\neg(x_1 \equiv x_2) \vee \neg(x_3 \equiv x_4)) &= 1 \\ ((x_3 \equiv x_4) \vee (x_5 \equiv x_6)) \wedge (\neg(x_3 \equiv x_4) \vee \neg(x_5 \equiv x_6)) &= 1 \\ ((x_5 \equiv x_6) \vee (x_7 \equiv x_8)) \wedge (\neg(x_5 \equiv x_7) \vee \neg(x_7 \equiv x_8)) &= 1 \\ ((x_7 \equiv x_8) \vee (x_9 \equiv x_{10})) \wedge (\neg(x_7 \equiv x_8) \vee \neg(x_9 \equiv x_{10})) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= x_1 \equiv x_2 \\ t_2 &= x_3 \equiv x_4 \\ t_3 &= x_5 \equiv x_6 \\ t_4 &= x_7 \equiv x_8 \\ t_5 &= x_9 \equiv x_{10} \end{aligned}$$

Общая формула замены

($k=1, 2, 3, 4, 5$):

$$t_k = (x_{2k-1} \equiv x_{2k})$$

Получим:

$$(t_1 \vee t_2) \wedge (\neg t_1 \vee \neg t_2) = 1$$

$$(t_2 \vee t_3) \wedge (\neg t_2 \vee \neg t_3) = 1$$

$$(t_3 \vee t_4) \wedge (\neg t_3 \vee \neg t_4) = 1$$

$$(t_4 \vee t_5) \wedge (\neg t_4 \vee \neg t_5) = 1$$

$$(t_k \vee t_{k+1}) \wedge (\neg t_k \vee \neg t_{k+1}) = 1$$

$$\neg(t_1 \equiv t_2) = 1$$

$$\neg(t_2 \equiv t_3) = 1$$

$$\neg(t_3 \equiv t_4) = 1$$

$$\neg(t_4 \equiv t_5) = 1$$

В любом решении последней системы значения переменных чередуются.

Поэтому такая система имеет ровно два решения: 01010 и 10101 (первая цифра – значение переменной t_1 , вторая – значение t_2)

Подсчет числа решений

Каждому из двух решений системы для переменных t соответствует $2^5 = 32$ решения исходной системы. Поэтому исходная система имеет $2 \cdot 32 = 64$ решения.

Ответ: 64

Решите самостоятельно:

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) = 1$$

Ответ: 30

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_5 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_1) = 1$$

$$x_3 \wedge y_3 = 1$$

Ответ: 9

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

$$(x_1 \rightarrow y_1) \wedge (x_2 \rightarrow y_2) = 1$$

Ответ: 27

B15

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

$$(\neg y_1 \vee x_1) \wedge (\neg y_2 \vee x_2) \wedge (\neg y_3 \vee x_3) \wedge (\neg y_4 \vee x_4) \wedge (\neg y_5 \vee x_5) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

B15

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) = 1$$

$$(\neg y_1 \vee x_1) \wedge (\neg y_2 \vee x_2) \wedge (\neg y_3 \vee x_3) \wedge (\neg y_4 \vee x_4) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

B15

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) \wedge (x_5 \rightarrow x_6) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) \wedge (y_5 \rightarrow y_6) = 1$$

$$(\neg y_1 \vee x_1) \wedge (\neg y_2 \vee x_2) \wedge (\neg y_3 \vee x_3) \wedge (\neg y_4 \vee x_4) \wedge (\neg y_5 \vee x_5) \wedge (\neg y_6 \vee x_6) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Матвеевко Л.В., презентация, г. Брянск , 2012
- Поляков К.Ю. [Логические уравнения](#) // Информатика, № 14, 2011, с. 30-35.
- <http://kpolyakov.narod.ru/download/B15.doc>
- Демидова М.В. Решение заданий типа В10 КИМов ЕГЭ по информатике 2011 года посредством построения дерева.
<http://www.it-n.ru/attachment.aspx?id=123369>
- <http://ege.yandex.ru/informatics>
- <http://ege-go.ru/zadania/grb/b15/>
- Демовариант ЕГЭ по информатике 2012 // ФИПИ, 2011.