

Лекция 9. Электромагнитная индукция

1. Закон Фарадея.
2. Правило Ленца.
3. Самоиндукция.
4. Взаимная индукция.
5. Вихревые токи.
6. Плотность энергии магнитного поля.
7. Энергия и силы в магнитном поле.
8. Магнитное давление.

В 1831-м Майкл Фарадей открыл электромагнитную индукцию — возникновение разности электрических потенциалов между частями проводника, движущегося в магнитном поле.

На лекциях его не раз спрашивали о возможной пользе от электромагнитной индукции. История донесла два ответа: светской даме — «Мадам, а какова польза от новорождённого младенца?» и министру финансов — «Когда-нибудь Вы сможете обложить это налогом».



ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) – английский физик.

работал в области

электричества, магнетизма,

химии, электрохимии.

Он предложил модель

Создал
электродвигателя.

Он обнаружил токи при замыкании и размыкании цепи

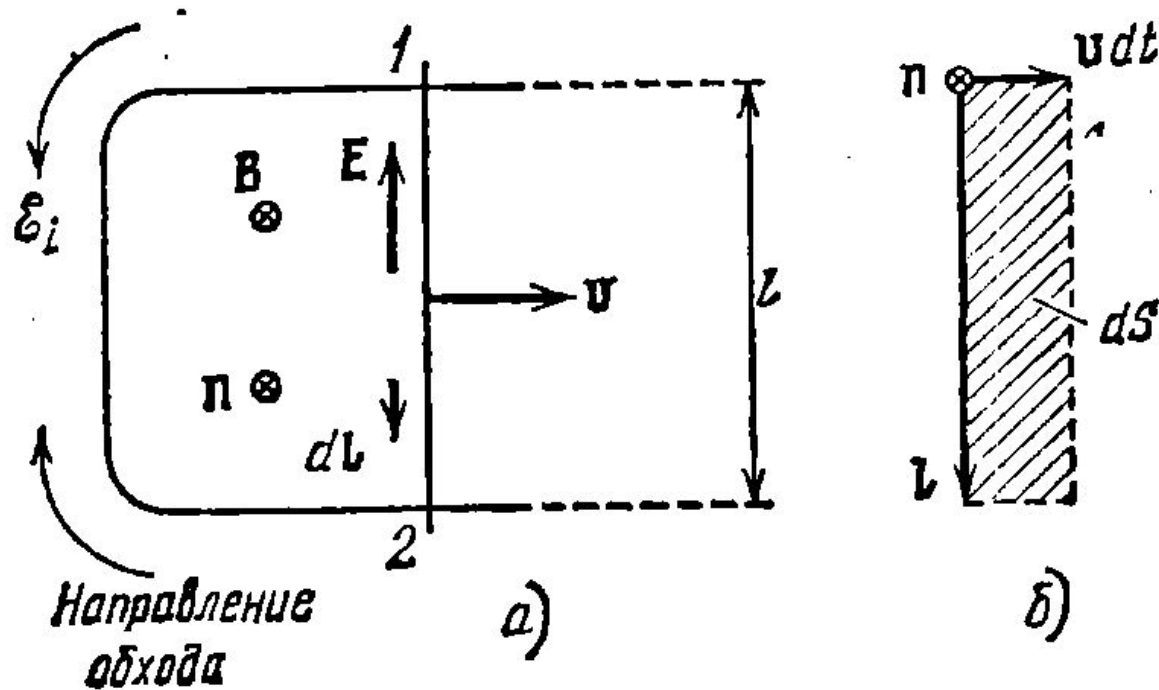
и установил их направление. Открыл законы

электролиза, первый ввел понятия поля и

диэлектрической проницаемости, в 1845 употребил
термин «магнитное поле».

Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления
диамагнетизма и парамагнетизма. Он установил, что все
материалы в магнитном поле ведут себя по-разному:
ориентируются по полю (парамагнетики и ферромагнетики) или
поперек поля – диамагнетики.

Сила Лоренца или закон Фарадея? Два разных объяснения одного и того же явления



$$\text{ЭДС} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + [\vec{v}, \vec{B}] \int_1^2 dl = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + [\vec{v}, \vec{B}] l;$$

$$e^- n \vec{v} = -\vec{j}$$

$$[\vec{v}, \vec{B}] = \vec{E}$$

Первая составляющая ЭДС - закон Фарадея, вторая составляющая – из-за сила Лоренца. Для лучшего понимания формулы все части следует умножить на q .

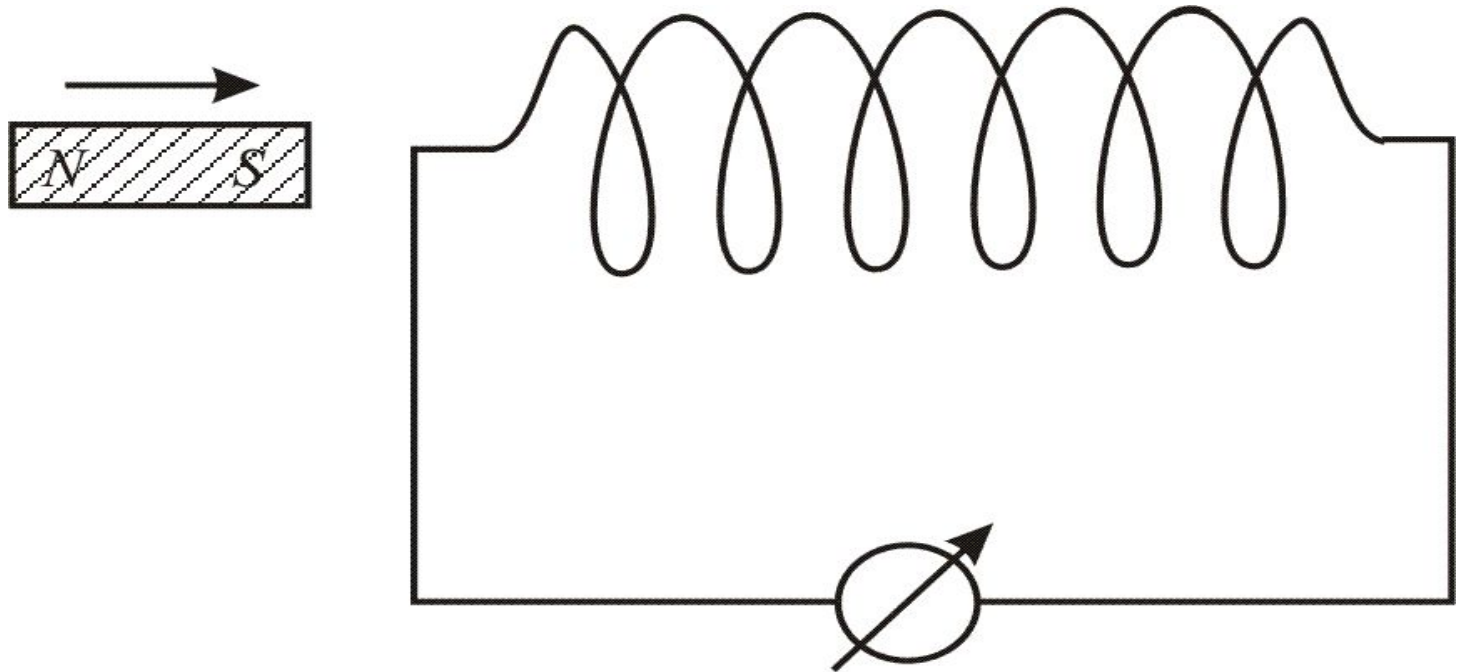
$$\mathcal{E}_i = \vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}} \vec{\mathbf{v}}] = \frac{\vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt]}{dt}.$$

$$[\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt] = -\vec{\mathbf{n}} dS,$$

$$\vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt] = -\vec{\mathbf{B}} \vec{\mathbf{n}} dS = -d\Phi.$$

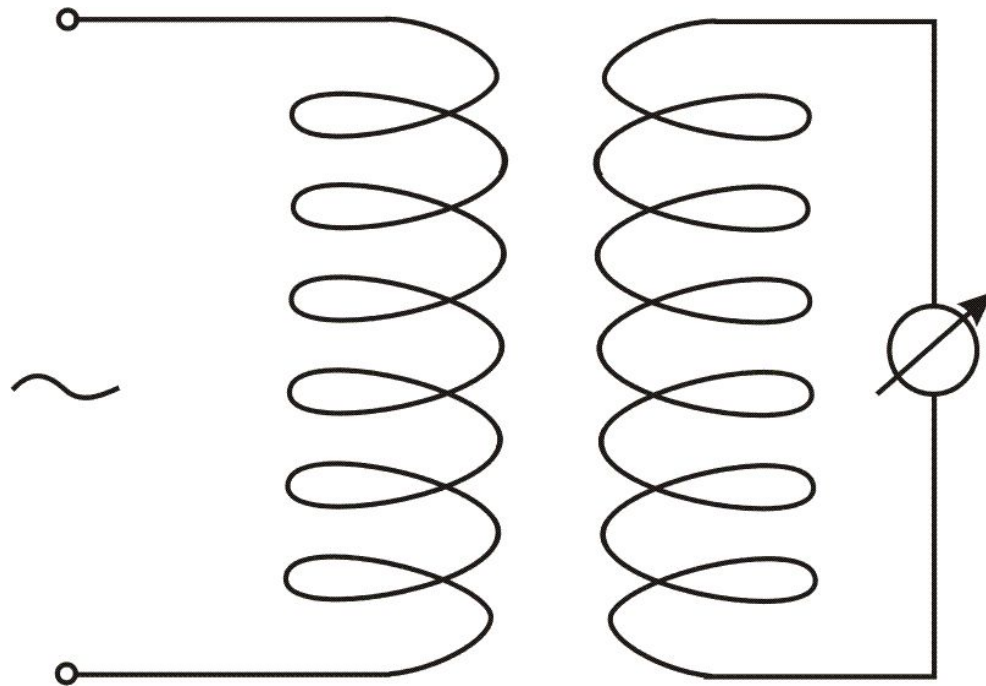
$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Известные *опыты Фарадея* по магнетизму: катушка и постоянный магнит

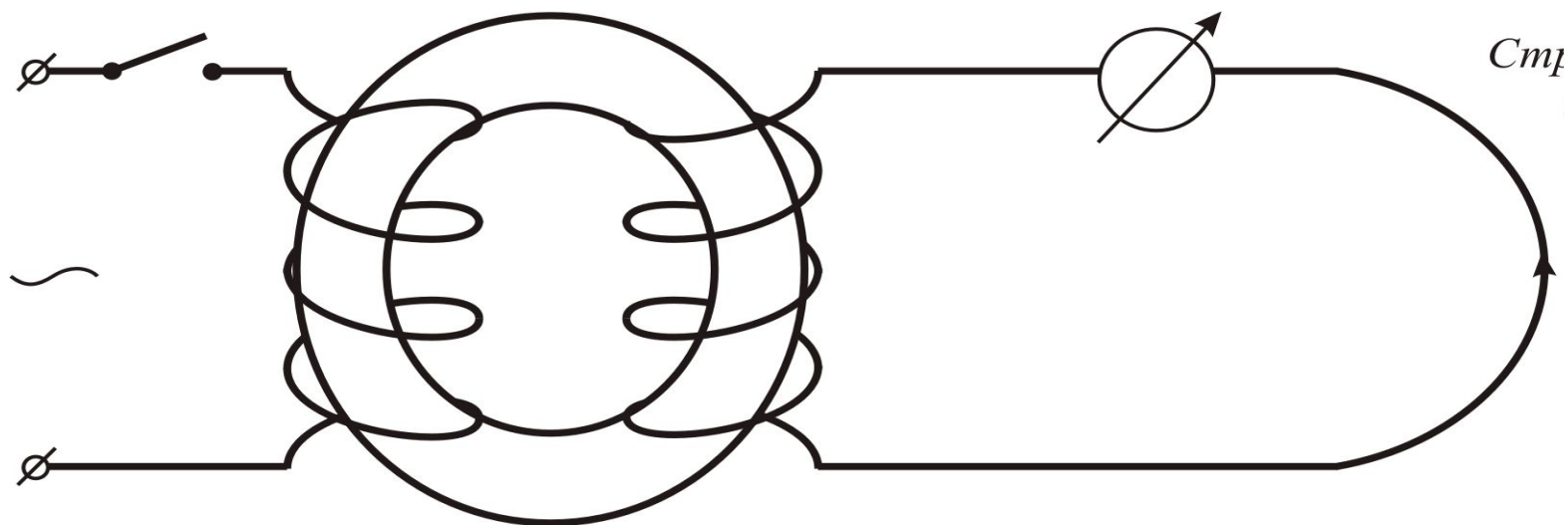


Если перемещать магнит относительно катушки, то в катушке возникнет электрический ток.

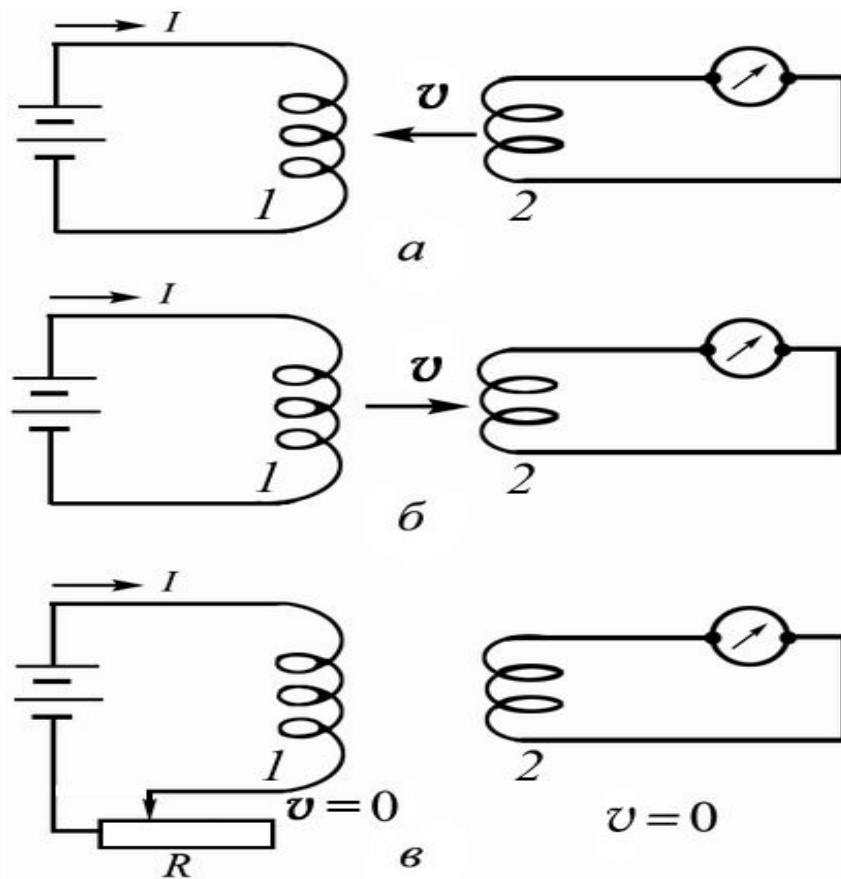
То же самое с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой тоже возникает переменный ток.



Эффект усилится, если две катушки соединить намагничиваемым сердечником.



При этом, явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.



Получается, что **движущиеся заряды (ток) создают магнитное поле, а движущееся магнитное поле создает (вихревое) электрическое поле или индукционный ток**

Для многих витков или источников

$$\mathcal{E}_i = - \sum \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\sum \Phi \right).$$

$$\Psi = \sum \Phi \quad \text{- потокосцепление}$$

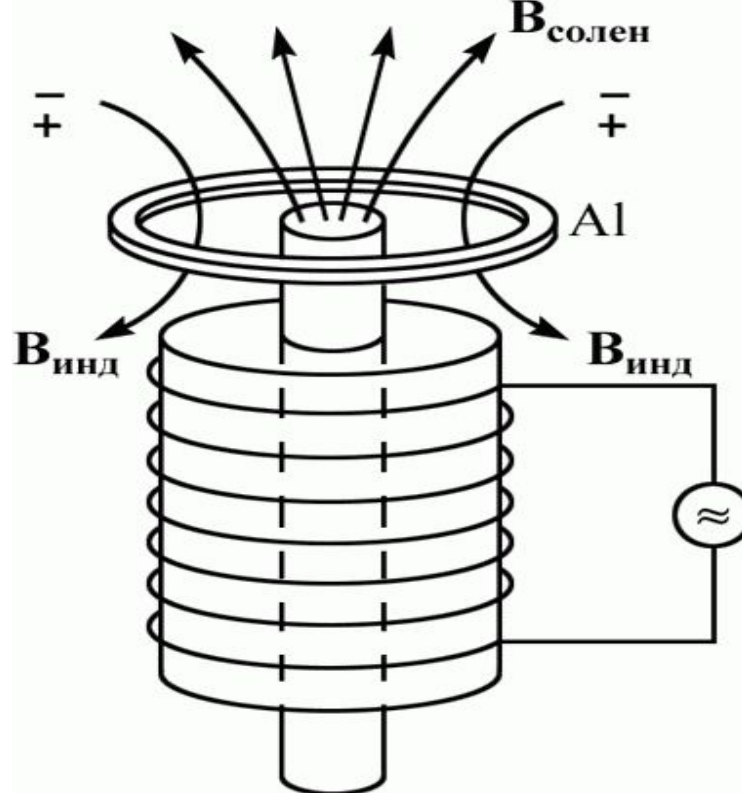
При равенстве
потоков

$$\Psi = N \Phi.$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt}.$$

В 1833 г. Ленц установил общее **правило нахождения направления индукционного тока**: **индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.**

Это утверждение носит название правила Ленца.

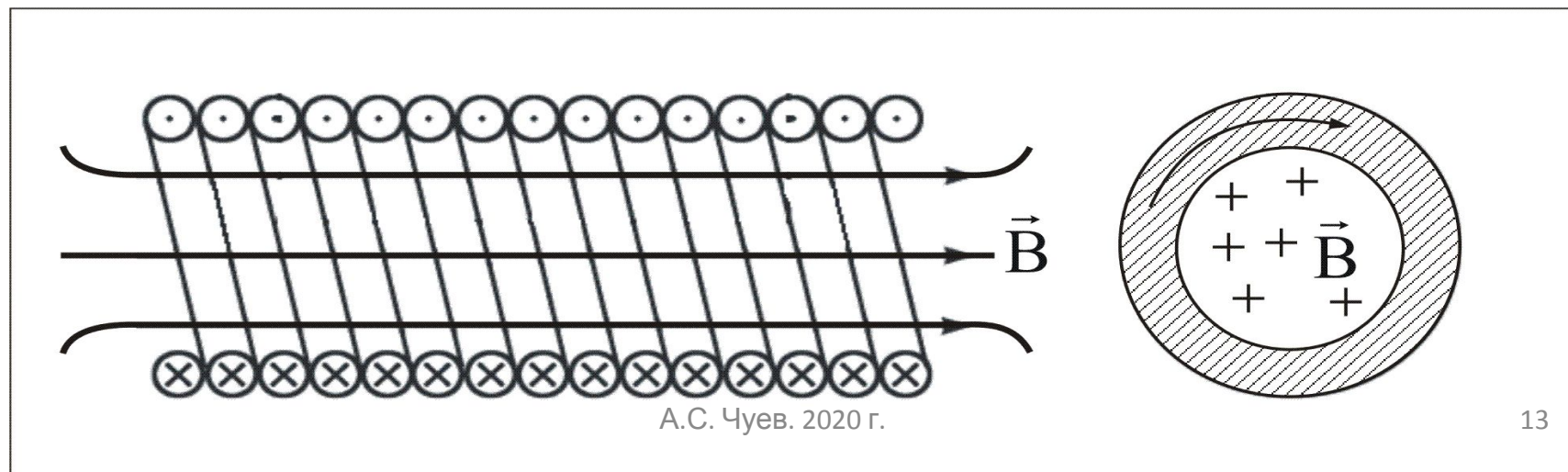


Алюминиевое кольцо выталкивается и задерживается над сердечником соленоидов, подключенного к генератору переменного электрического тока.

Сила отталкивания возникает в соответствии с **правилом Ленца – индукционный ток порождает магнитное поле, препятствующее изменению магнитного потока в контуре**

Явление самоиндукции

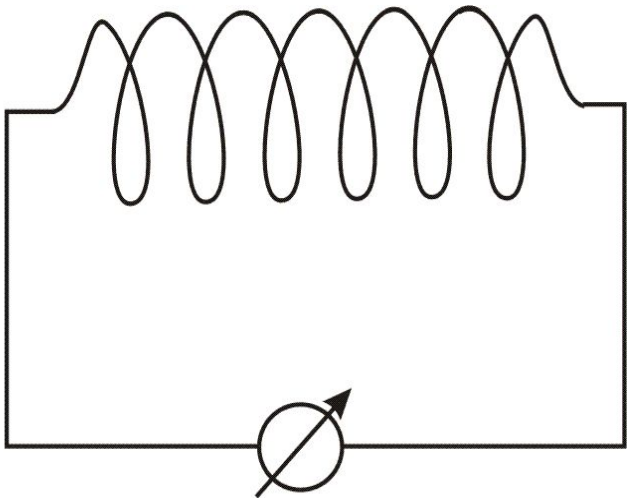
До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля не обращая внимание на то, что является их источником. На практике, чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.



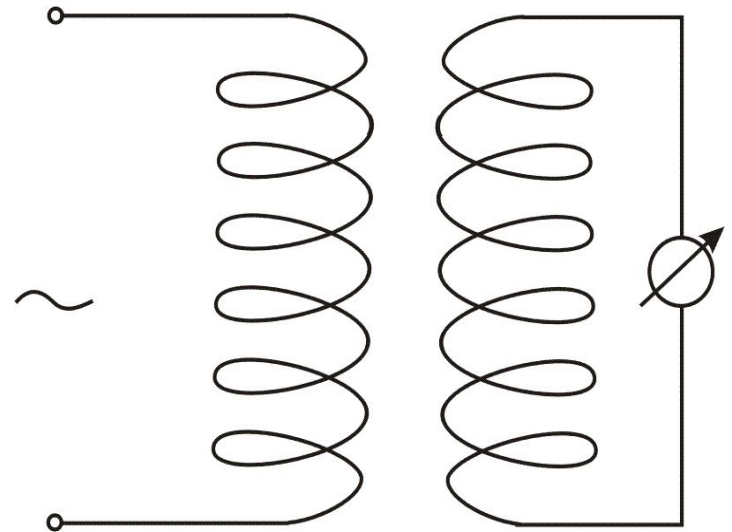
Здесь возможны два случая:

**при изменении тока в контуре
изменяется магнитный поток,
пронизывающий:**

**а) этот же контур,
контур.**



б) соседний



- ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре называется **ЭДС самоиндукции**, а само явление – **самоиндукция**.
- Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении **взаимной индукции**.
- Ясно, что **природа явления одна и та же**, а разные названия – чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.

Т.к. магнитная индукция B пропорциональна току I ($B = \mu\mu_0 nI$), следовательно

$$\Psi = LI,$$

где L – коэффициент пропорциональности, названный **индуктивностью контура**.

$L = \text{const}$, если внутри контура нет ферромагнетиков, т.к. $\mu = f(I) = f(H)$

Индуктивность контура L **зависит от геометрии контура: числа витков, площади витка контура**.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе $I = 1\text{А}$ возникает полный поток $\Psi = 1\text{Вб}$.

Эта единица называется Генри (Гн).

Единица измерения **ИНДУКТИВНОСТИ**

$$[L] = \text{Гн}$$

$$[L] = \frac{\Psi}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Ом} \cdot \text{с} = 1\text{Гн}$$

Индуктивность соленоида L .

Было в лекции 5

Если длина соленоида l гораздо больше его диаметра d ($l \gg d$), то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида.

Из циркуляции вектора B

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l}$$

Здесь N – число витков.

Поток через каждый из витков $\Phi = BS$

Потокосцепление

$$\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I$$

По определению:

$$\Psi = LI$$

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

При изменении тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная

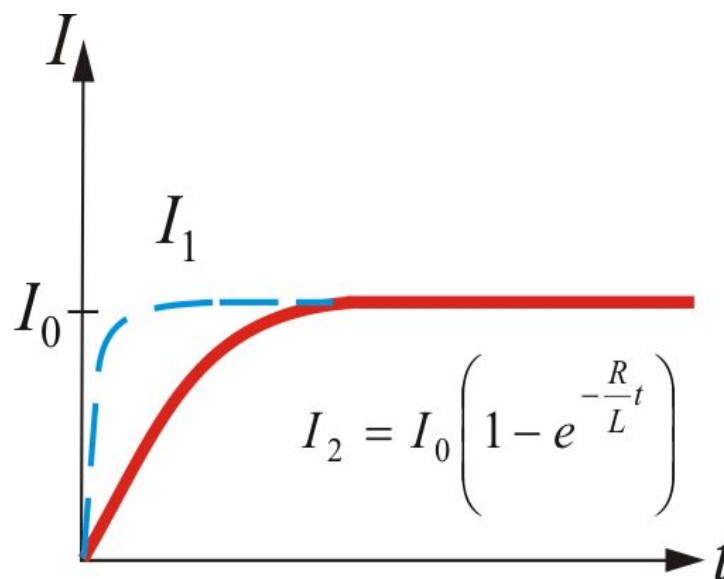
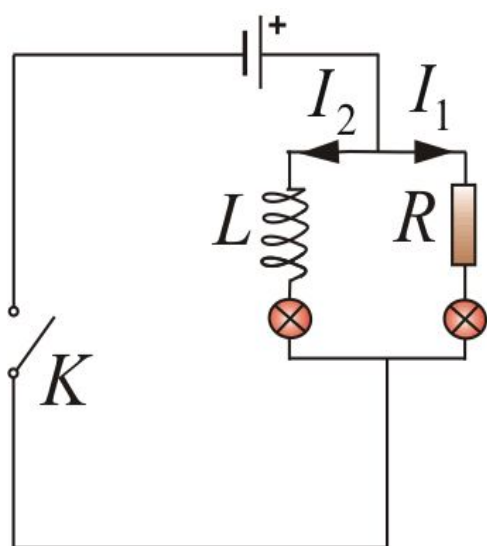
$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(IL)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

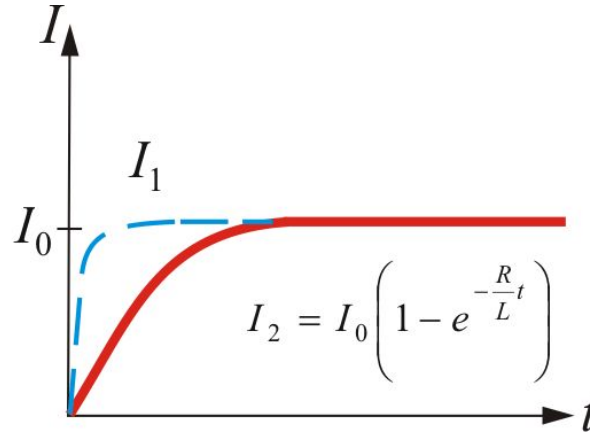
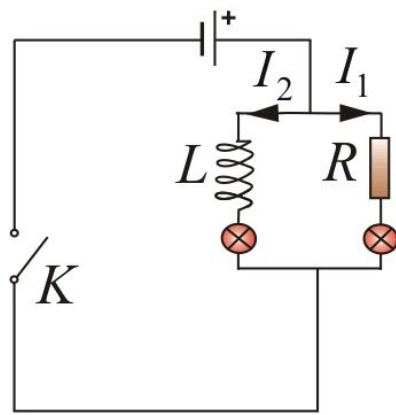
$$E_i = -L \frac{dI}{dt}$$

Явление самоиндукции при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность

Случай 1. Подключение к источнику цепи с индуктивностью



По правилу Ленца, токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи.



Это приводит к тому, что при замыкании ключа K установление тока I_2 в цепи содержащей индуктивность L , будет происходить не мгновенно, а постепенно.

Сила тока в этой цепи будет удовлетворять уравнению

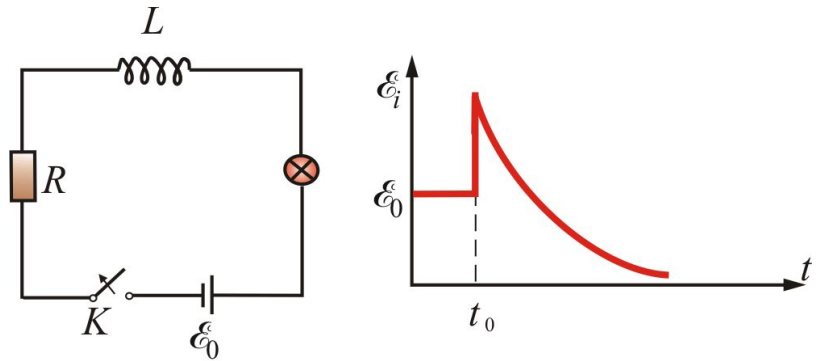
$$I_2 = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться **постоянной времени цепи**

$$\tau = \frac{L}{R}$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление R ток I_1 установится практически мгновенно.

Случай 2. Отключение цепи, содержащей индуктивность L , от источника.



Размыкание цепи в момент времени t_0 приводит к *резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле*

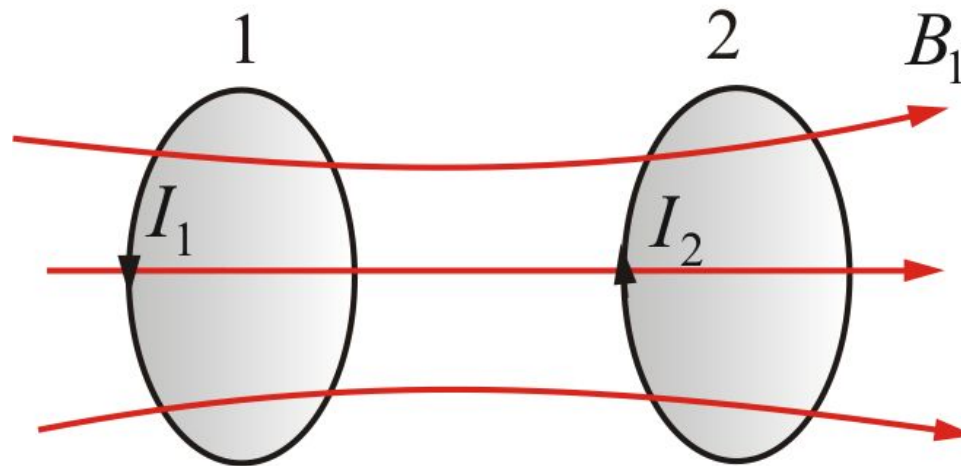
$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} \quad R \rightarrow \infty$$

Происходит этот скачок напряжения вследствие большой величины скорости изменения тока $\frac{dI}{dt}$.

Нельзя резко размыкать цепь,
состоящую из трансформатора и других
индуктивностей.

Взаимная индукция

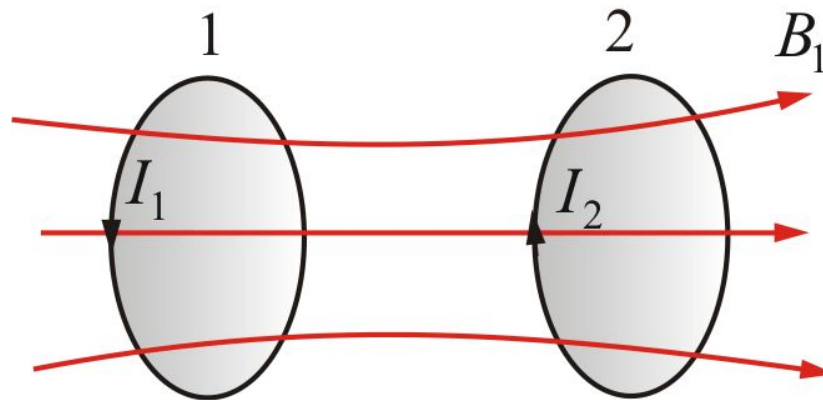
Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга



В первом контуре течет ток I_1 .

Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Psi_2 = L_{21}I_1$$



При изменении тока I_1 во втором контуре наводится ЭДС индукции

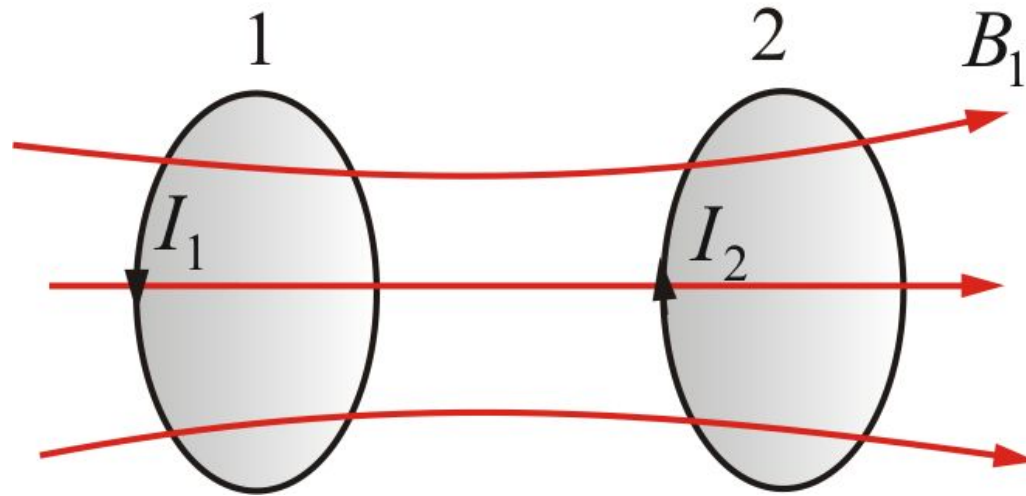
$$\Psi_1 = L_{12}I_2$$

Аналогично, ток I_2 второго контура создает магнитный поток пронизывающий первый контур

$$\mathbf{E}_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

И при изменении тока I_2 наводится ЭДС

$$\mathbf{E}_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$



Контурь называются *связанными*, а *явление* – *взаимной индукцией*.

Коэффициенты L_{21} и L_{12} называются *взаимной индуктивностью* или коэффициенты взаимной индукции.

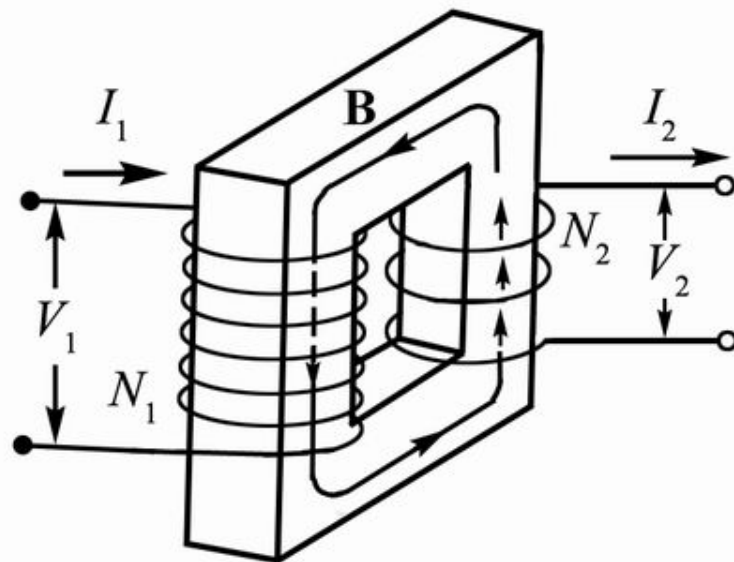
Причём $L_{21} = L_{12}$.

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров.

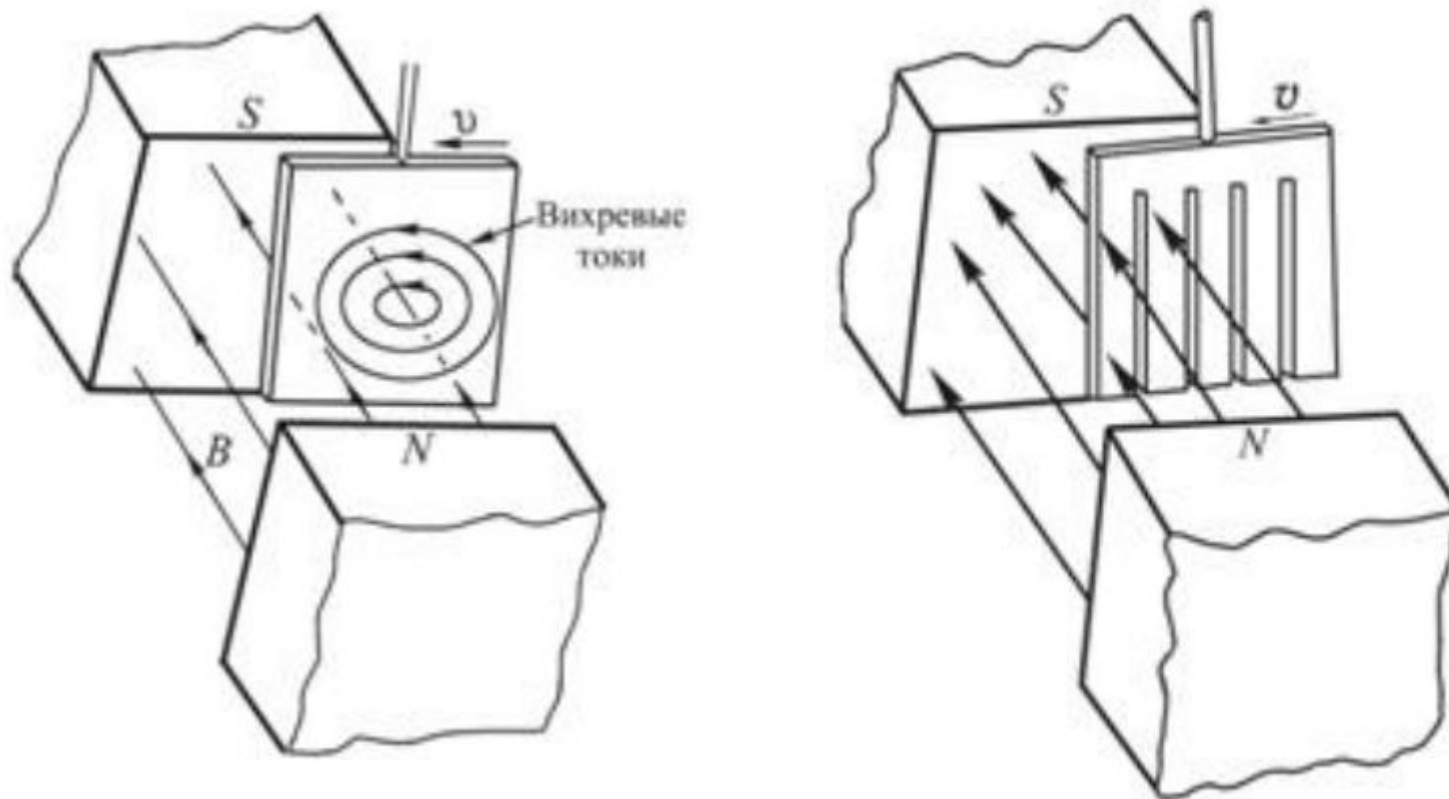
Устройство трансформатора

Явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – **трансформаторах**.

Трансформатор был изобретен Яблочковым – русским ученым, в 1876г. для отдельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).

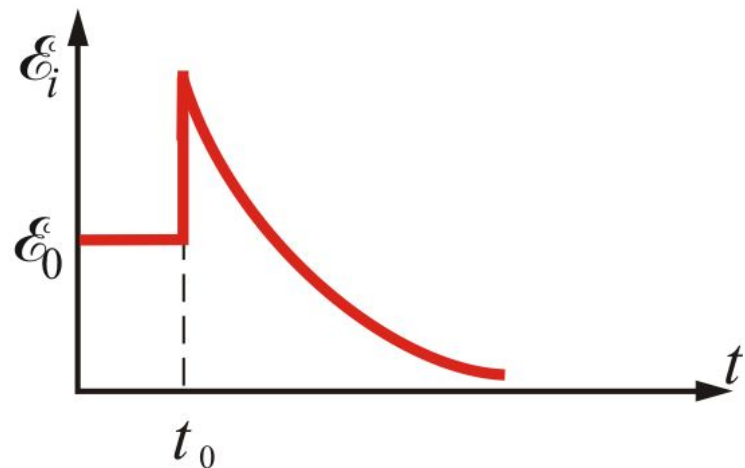
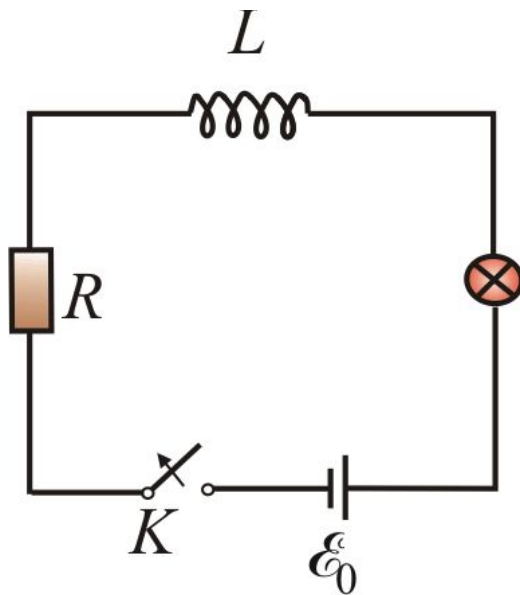


Вихревые токи (токи Фуко)



Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай отключения индуктивности от источника тока



Считается, что ток в цепи после отключения поддерживается за счет ранее накопленной энергии магнитного поля

Энергия индуктивности с током

$$dA = E_i Idt$$

$$dA = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI$$

$$A = -L \int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}$$

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

$$W = \frac{\Phi^2}{2L}$$

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

$$L = \mu_0 \mu n^2 V; \quad H = nI \quad \text{или} \quad I = \frac{H}{n}$$

n – количество витков на единицу длины соленоида

Объемная плотность энергии магнитного поля

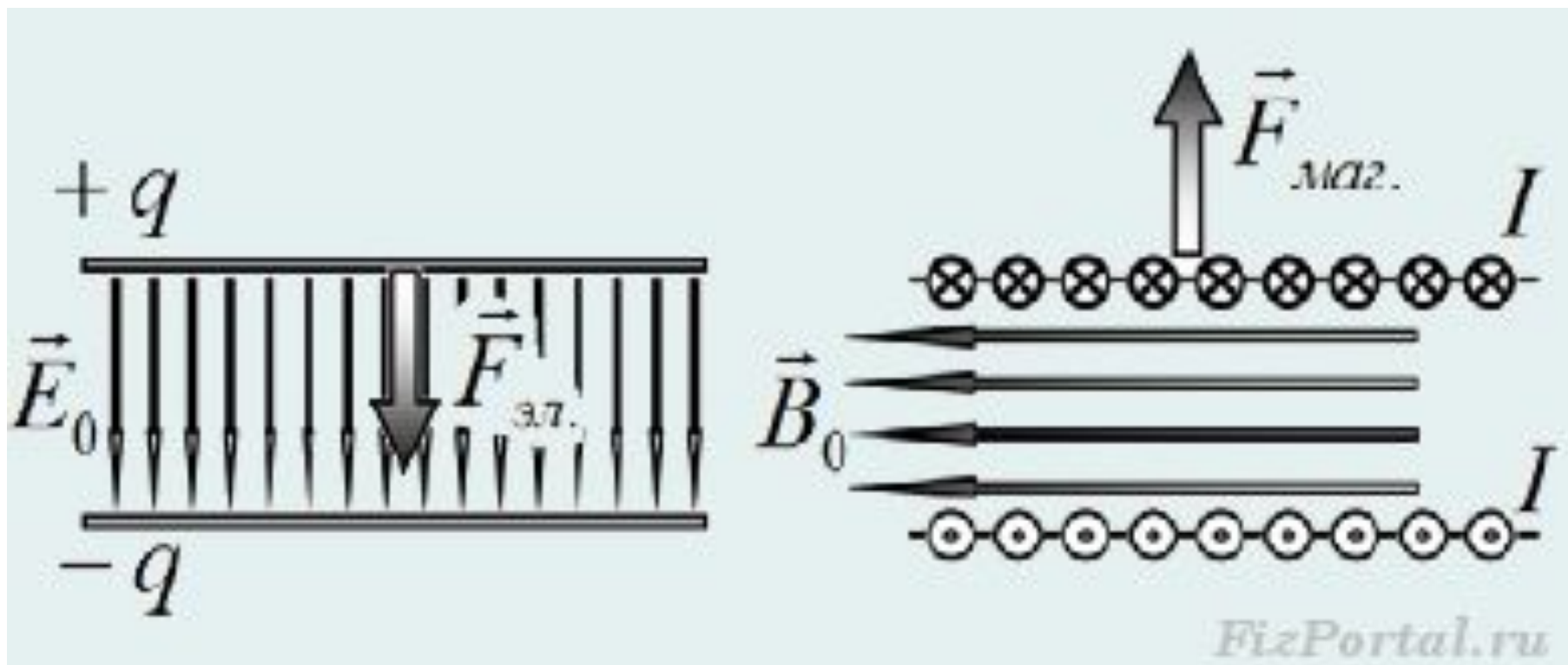
$$W = \frac{\mu \mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V$$

$$W = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V$$

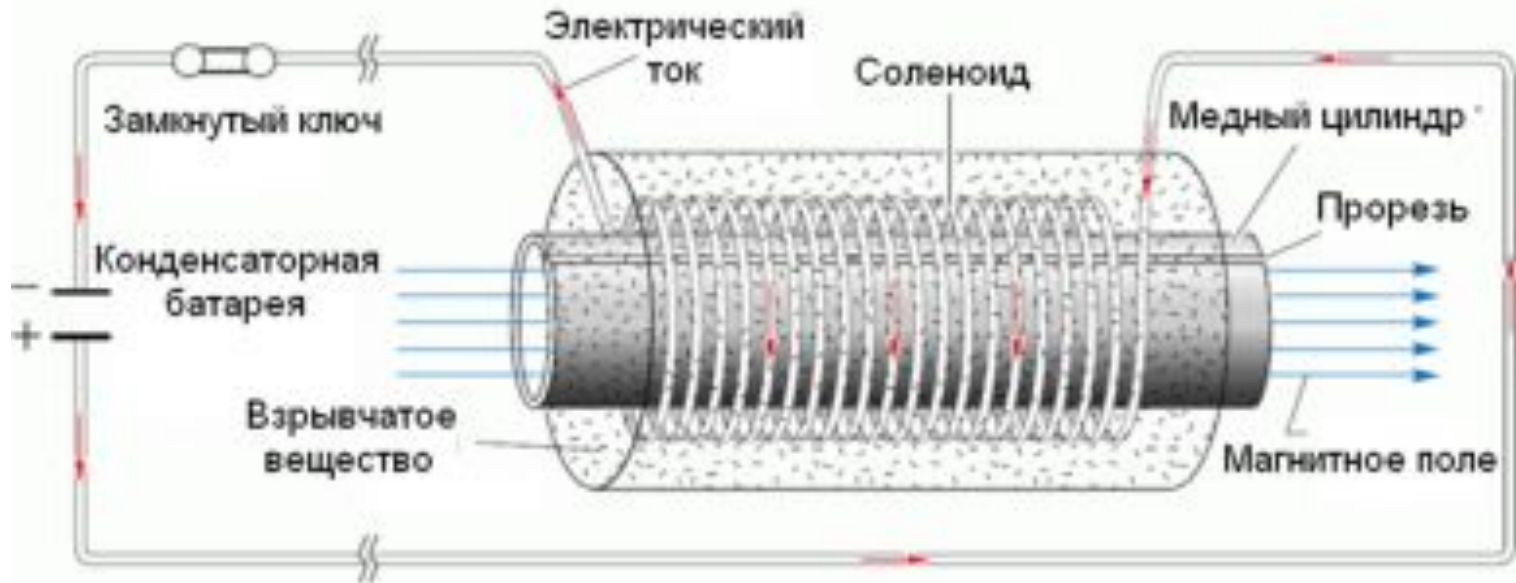
$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}$$

Магнитное давление



Магнитокумулятивный генератор



Андрей Сахаров

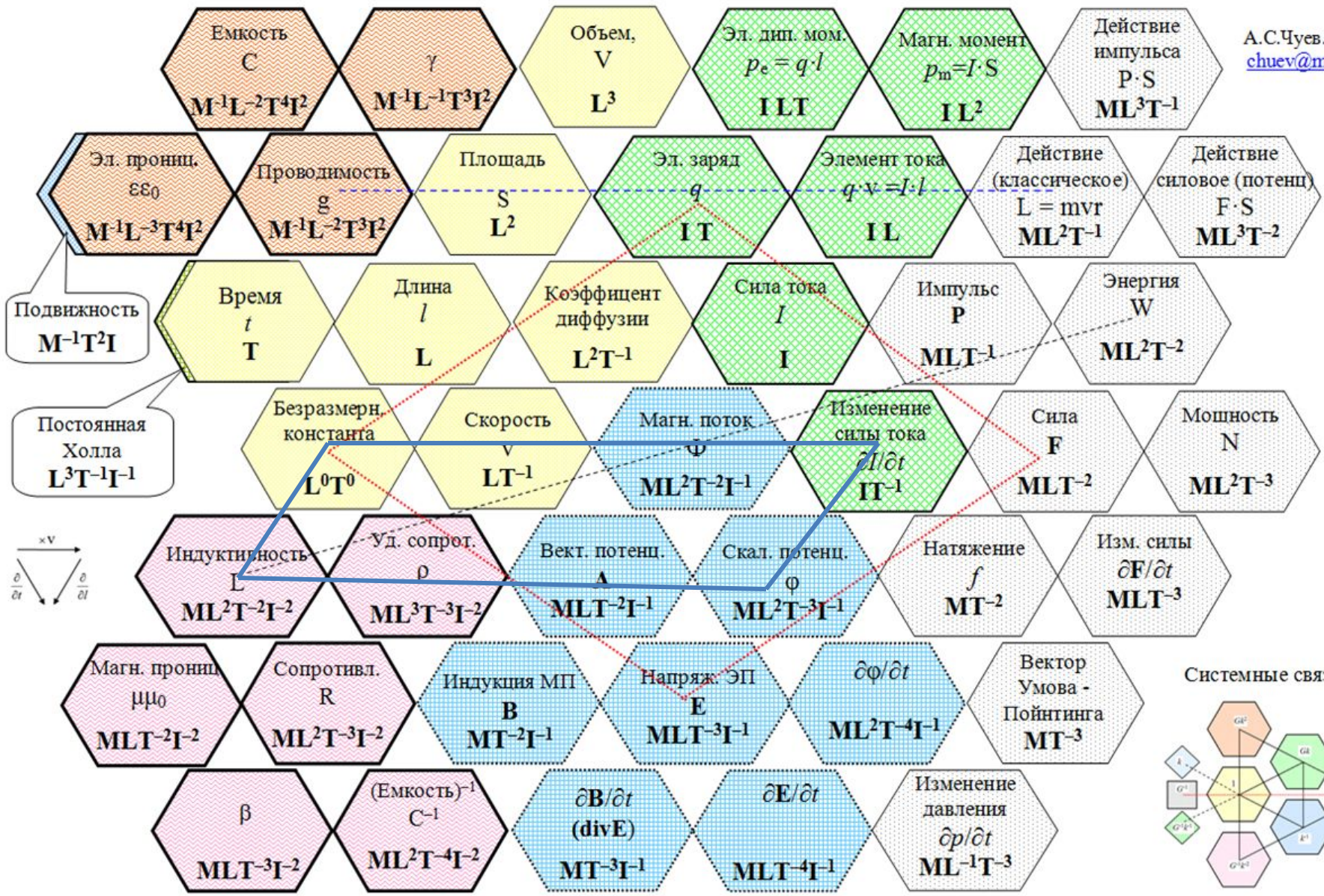


Кларенс Фоулер

Факультативный материал и материал для повторения

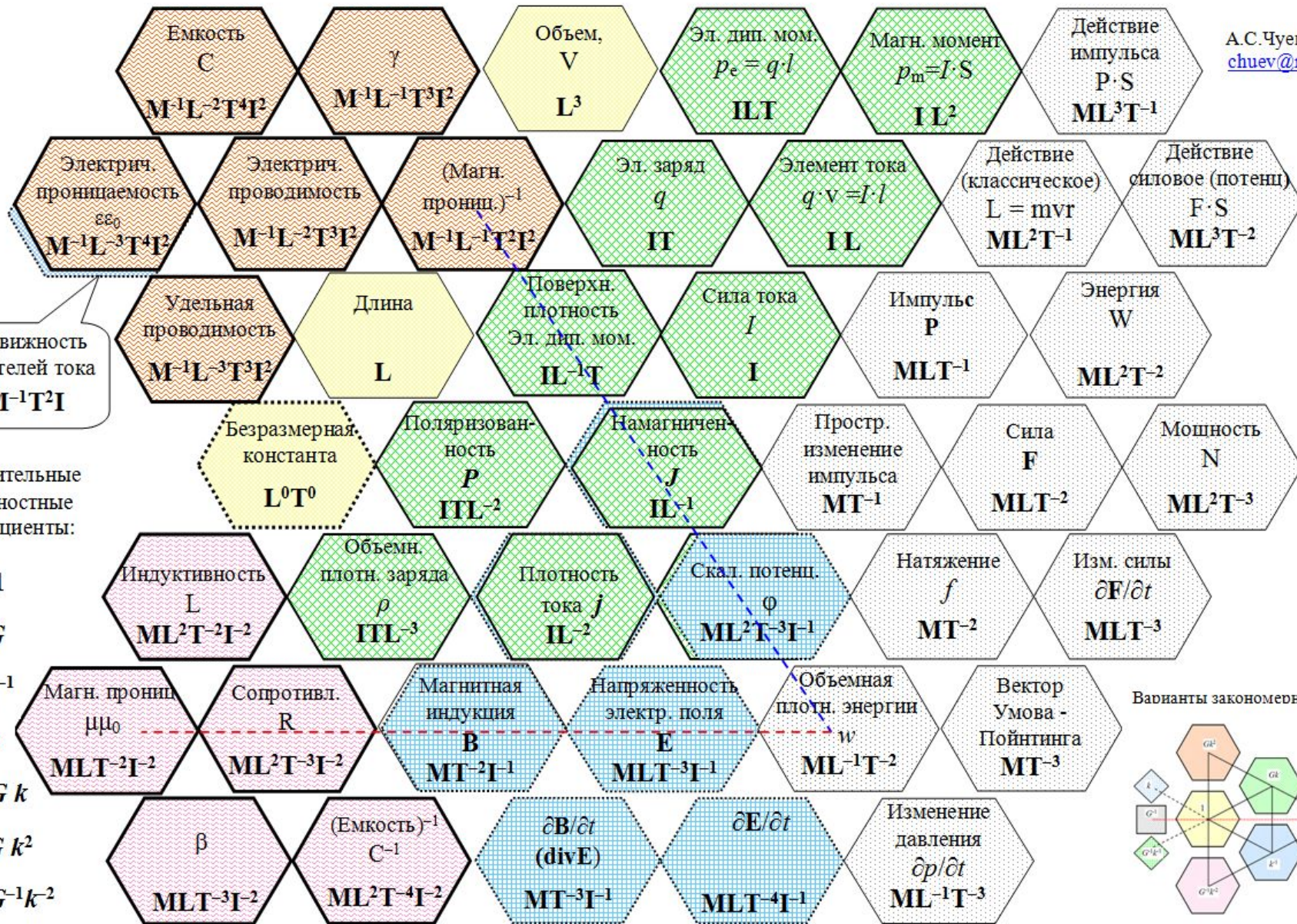
СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



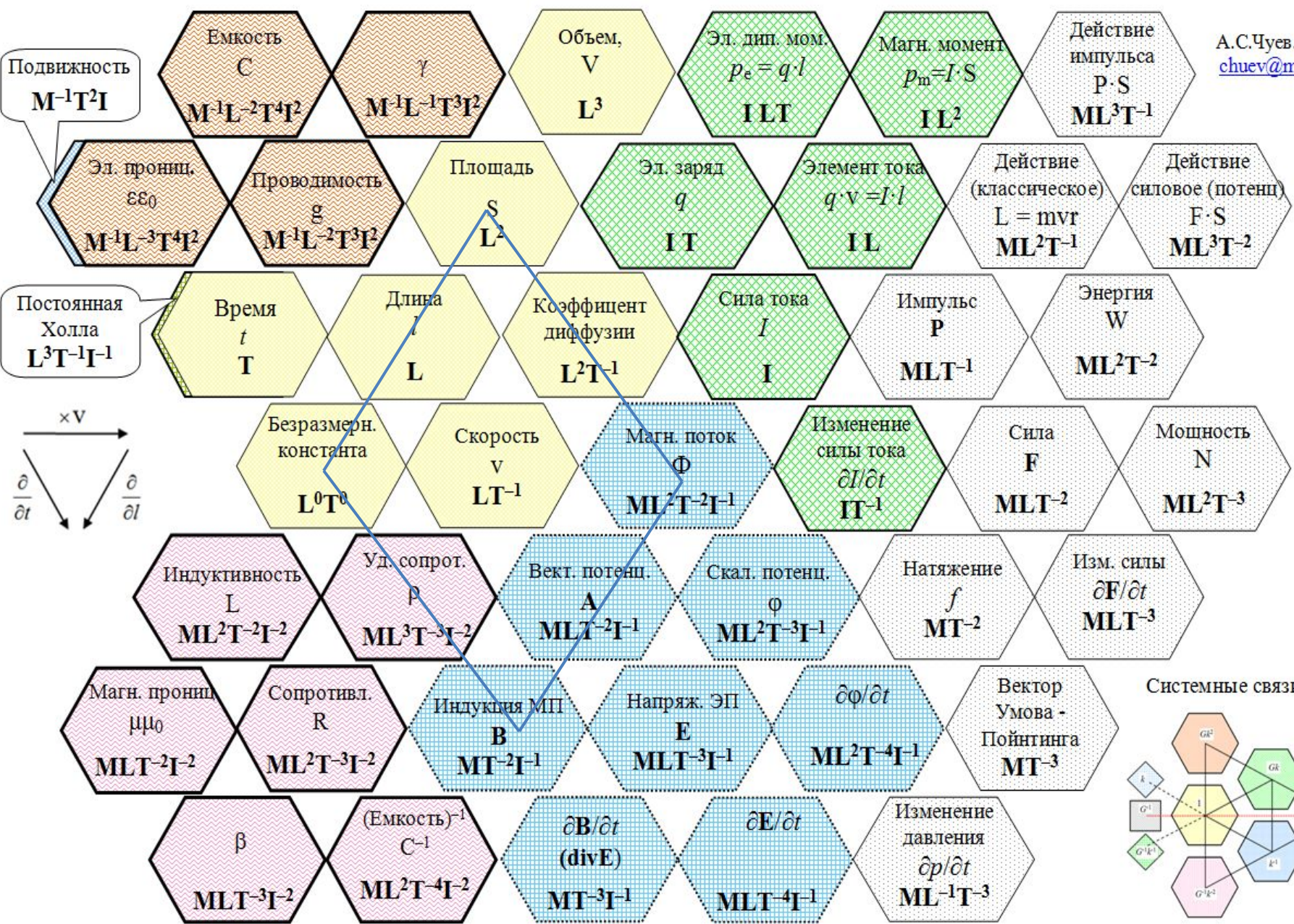
Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



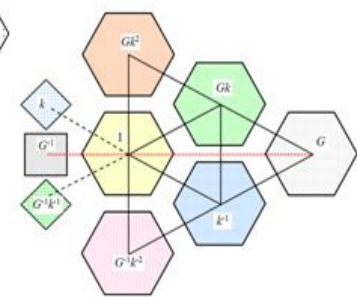
СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

А.С.Чуев, 2013
chuev@mail.ru

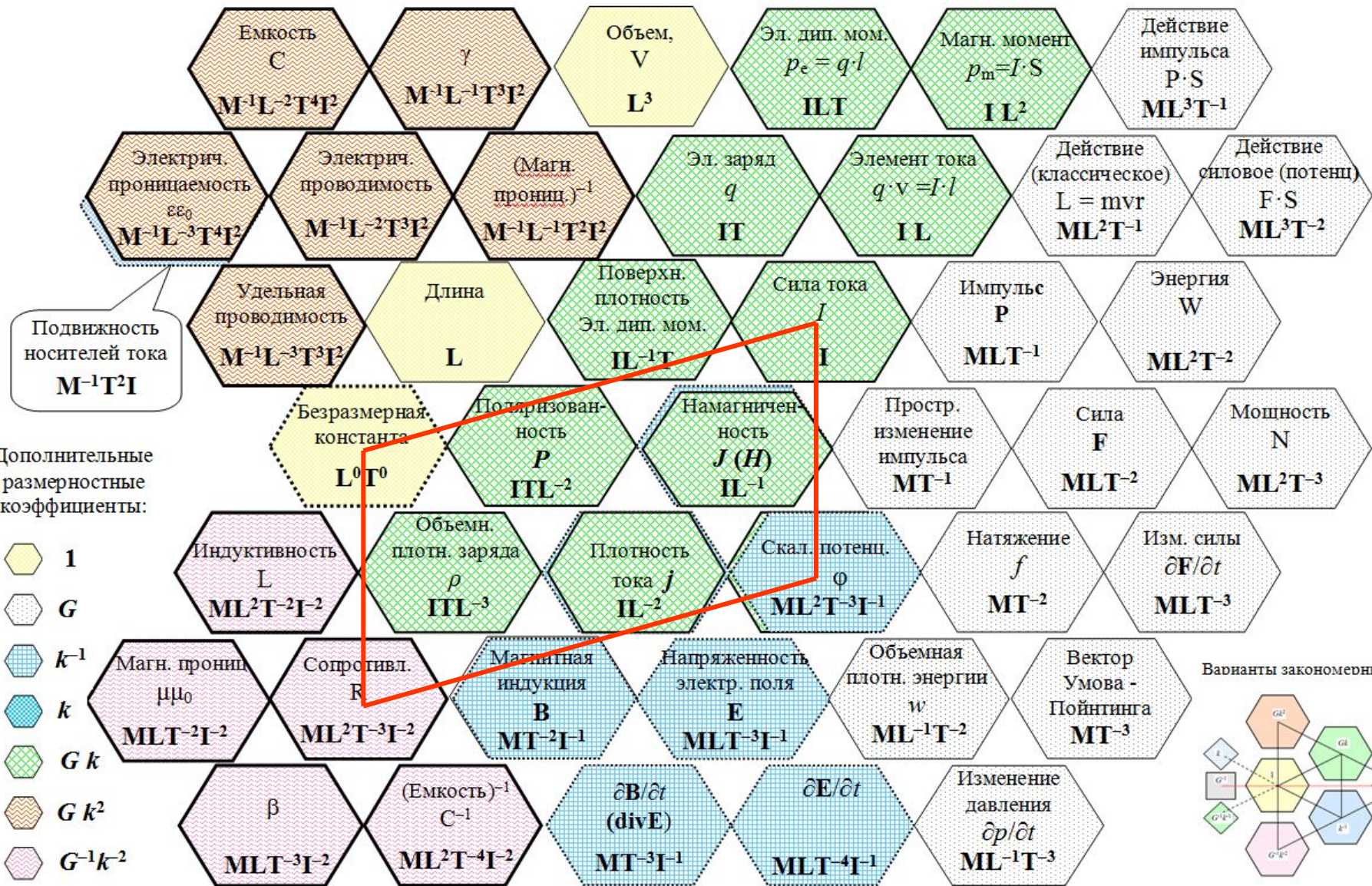


А.С. Чуев, 2020 г.

Системные связи ФВ



Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



Источники электрического и магнитного полей

$$q = \lambda = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_e = q\vec{l}$$

$$q\vec{v} = \vec{I} = \vec{j}V; \quad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}; \quad \varphi = \frac{1}{\varepsilon_0 4\pi r} \int \rho dV;$$

$$|\vec{A}| = \frac{W}{|\vec{j}V|_{\text{пр}}}; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int \vec{j}_0 dV;$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}; \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

$$B = \frac{F}{jV_{\text{пр}}}; \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} [\vec{j}_0 \times \vec{e}_r] dV$$

Взаимосвязь полевых параметров и источников поля

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi; \quad \Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}; \quad \Delta\vec{A} = \mu_0\vec{j}$$

Силовое поле, создаваемое диполем

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{p_e}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

$$B = \mu_0 \frac{p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле

$$W = -\vec{p}_e \vec{E}$$

$$W = -\vec{p}_m \vec{B}$$

Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Сила, действующая на диполь в неоднородном поле

$$F = p_e \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$$

Реакция вещества на внешнее поле

$$\vec{P} = \frac{(\varepsilon - 1)\vec{D}}{\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0\vec{E}; \quad \kappa = \varepsilon - 1;$$

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_q}{V}$$

$$\vec{J} = \chi\vec{H}; \quad \chi = \mu - 1;$$

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}$$

Основные соотношения векторов

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec{D} - \vec{P}) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\vec{D}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu\mu_0\vec{H}$$

Граничные условия для векторов

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; \quad D_{n1} = D_{n2};$$

$$P_n = \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}; \quad B_{n1} = B_{n2};$$

$$J_R = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$$

Характерные интегральные соотношения для векторов

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q; \quad \oint \vec{P} d\vec{S} = -q'$$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q') = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}; \quad \oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I; \quad \oint \vec{J} d\vec{l} = \sum I'$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0(I + I') = \mu\mu_0 I; \quad \oint \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Характерные дифференциальные соотношения для векторов

$$\text{div}\vec{D} = \rho; \quad \text{div}\vec{P} = -\rho'$$

$$\text{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}; \quad \text{rot}\vec{E} = 0$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}; \quad \text{rot}\vec{J} = \vec{j}'$$

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}') = \mu\mu_0\vec{j}; \quad \text{div}\vec{B} = 0$$

Примечания Чуева, выделены рамкой красного цвета

$$\vec{D} = \frac{\sum \vec{P}_e^{\text{вирт}}}{V}$$

$$D_{n1} = D_{n2}; \quad D_{\tau1} = D_{\tau2}.$$

На границе двух диэлектриков, возможно

$$\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0 \quad \text{и} \quad \text{rot} \vec{E} \neq 0$$

$$\vec{H} = \frac{\sum \vec{P}_m^{\text{вирт}}}{V}$$

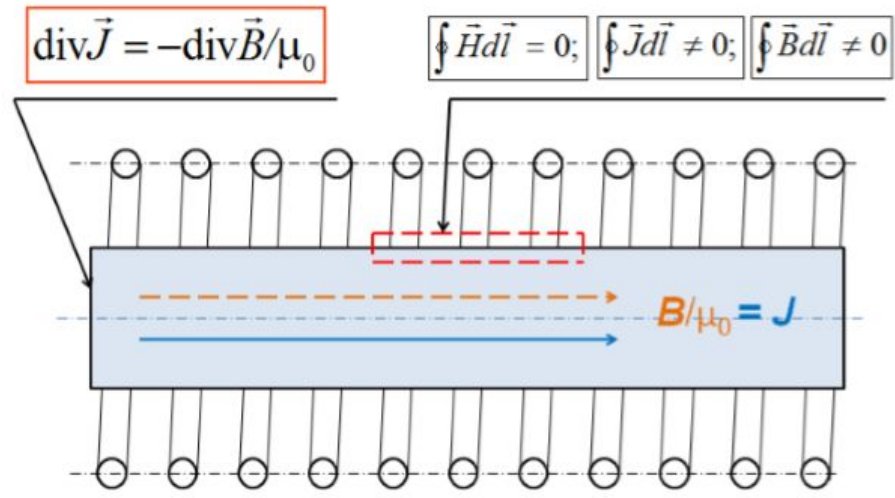
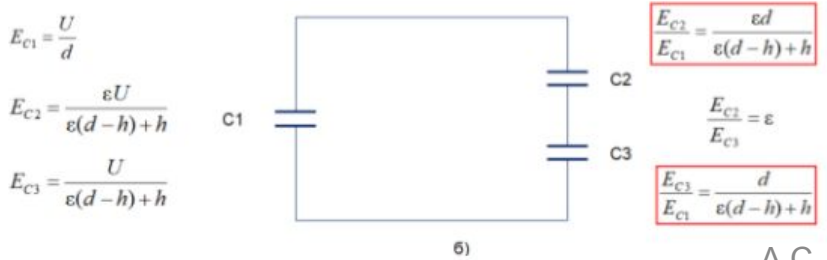
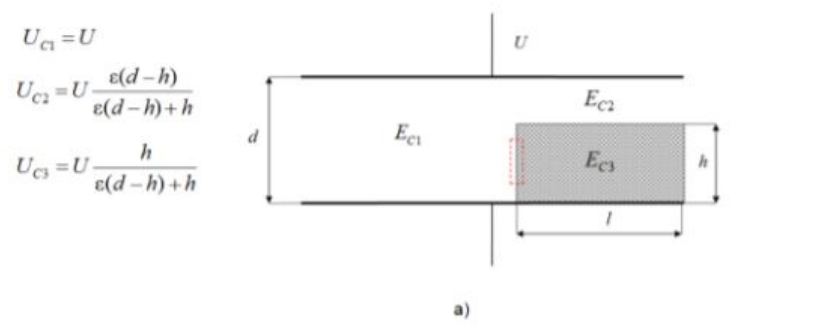
$$H_{\tau1} = H_{\tau2}; \quad H_{n1} = H_{n2}; \quad \text{div} \vec{H} = 0.$$

На полюсах магнита и в отсутствии токов

проводимости $\text{div} \vec{B} / \mu_0 = -\text{div} \vec{J}$

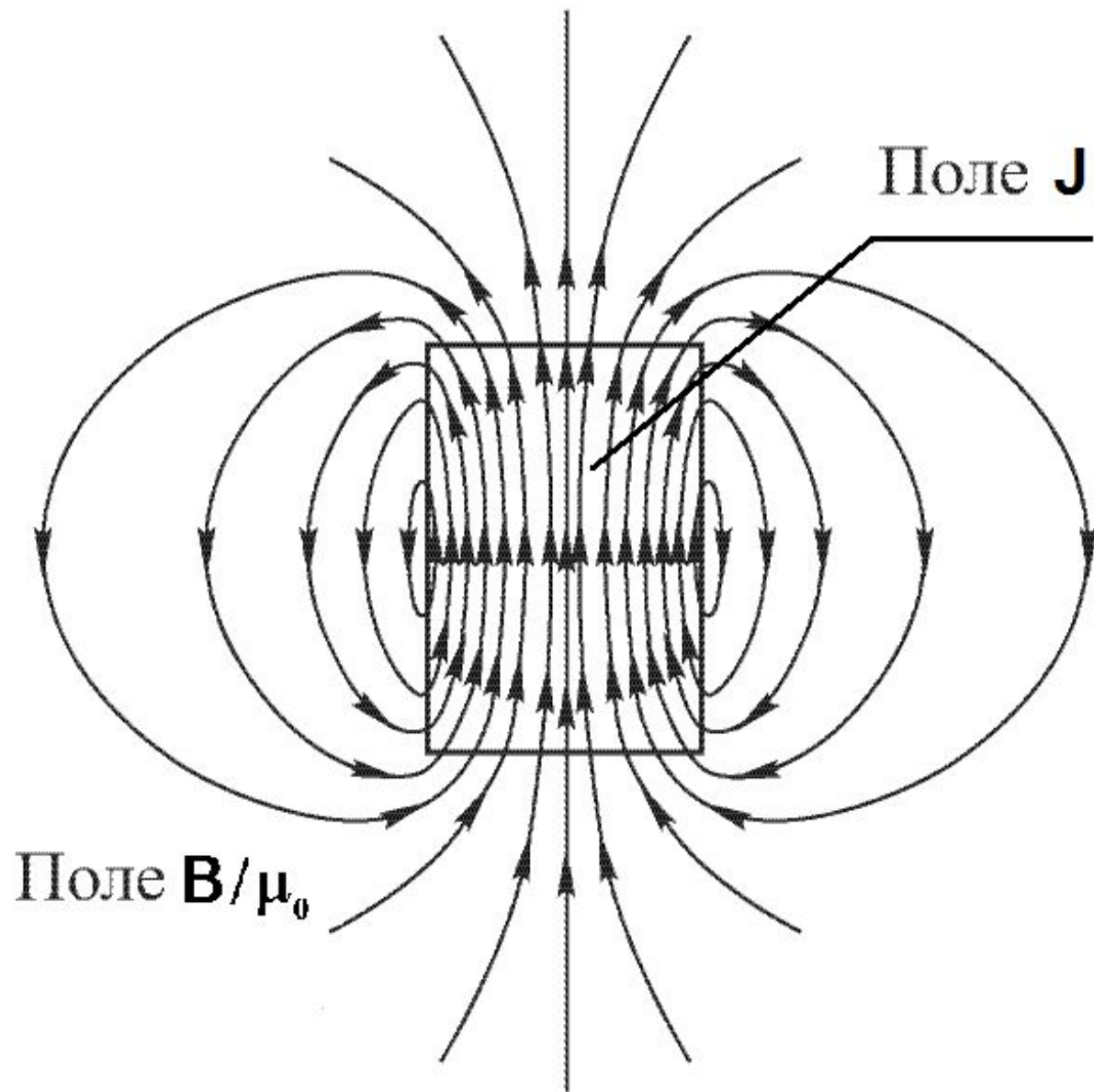
Соотношения, выделенные рамкой красного цвета, не являются общепризнанными.

Подтверждающие примеры



Ток катушки выключен, внутри стержня поле намагниченности \vec{J}

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}$$



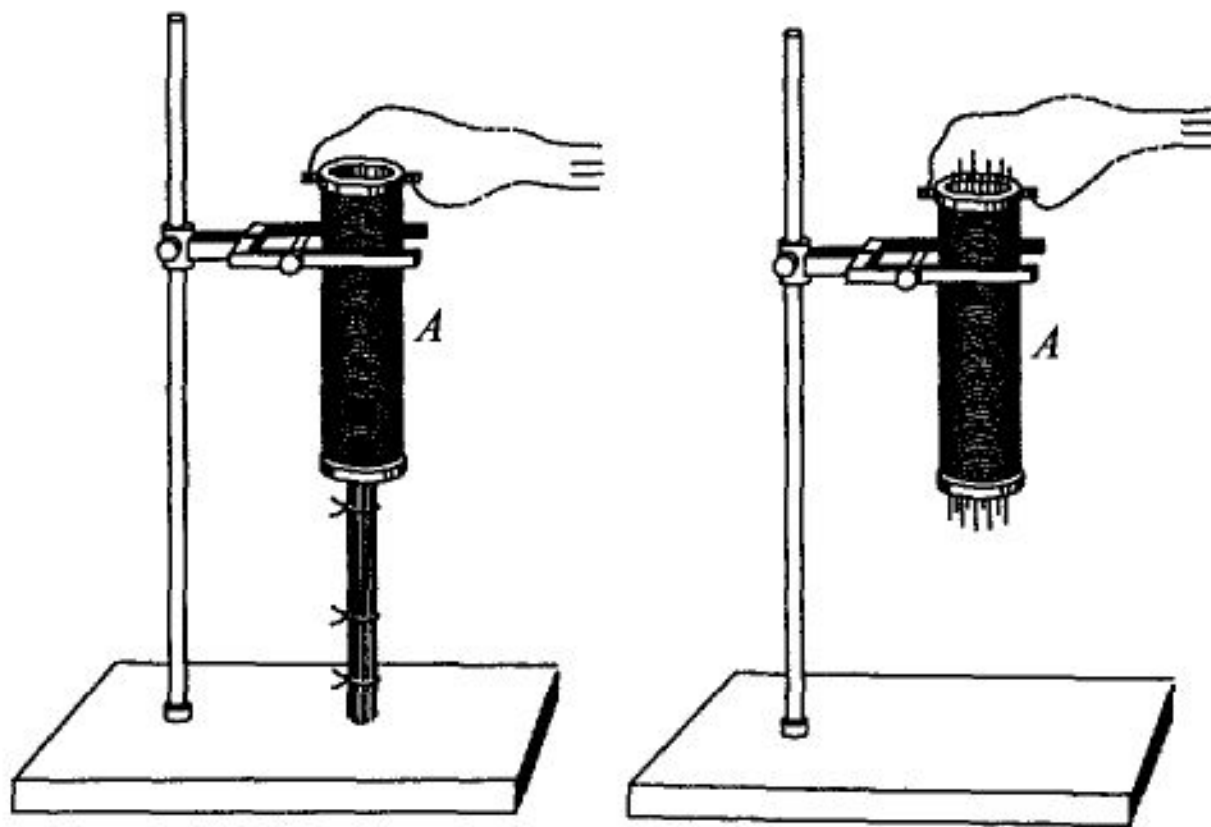
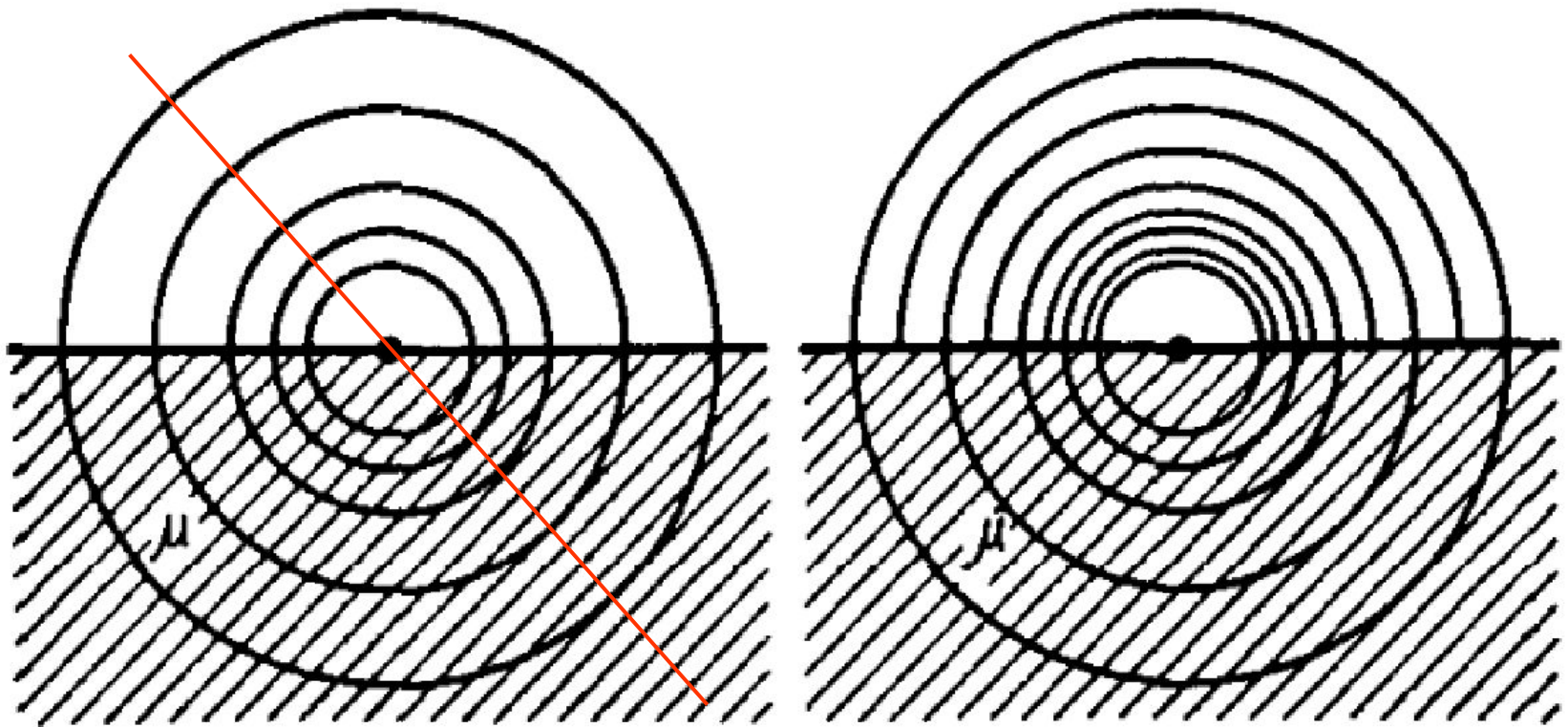


Рис 162. Железные проволоки порознь намагничиваются сильнее, чем толстый стержень, составленный из этих проволок

Парадокс изображения магнитных полей



Поле В

Поле Н

Закон Б-С-Л не выполняется

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[dl, r]}{r^3}$$

$$dH = \frac{I[dl, r]}{4\pi r^3}$$

Правильные соотношения магнитных векторов внутри магнетиков

Диамагнетики



Парамагнетики



Ферромагнетики



Обозначения:



Вектор H от токов проводимости



Вектор J - намагниченность магнетика



Вектор B/μ_0 (составной результирующий вектор)

Конец лекции 9