Алгебра и начала анализа

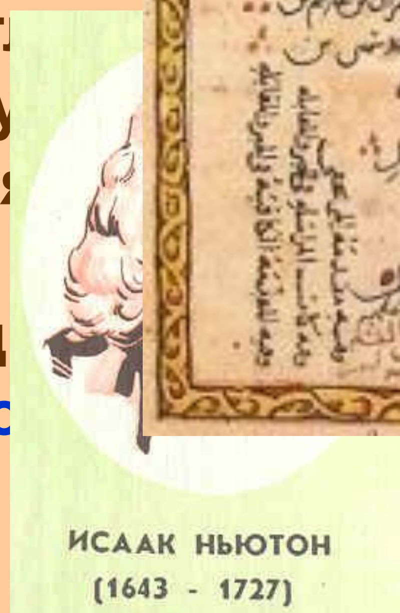
10 класс

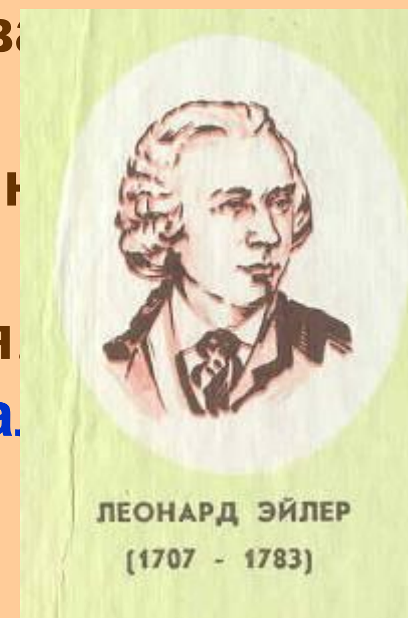
Поплавская Марина Борисовна,
МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №9», г. Рязань

Что означает название предмета «Алгебра и начала анализа?»

Алгебра – один из раз… математики, изучающий свойства величин, выраж… зависимо от их конкретного числового знач…

Математический … окупность частей математики,





Тригонометрия
10 класс

Тригономе́трия (от греч. τρίγονο (треугольник) и греч. μετρειν (измерять),

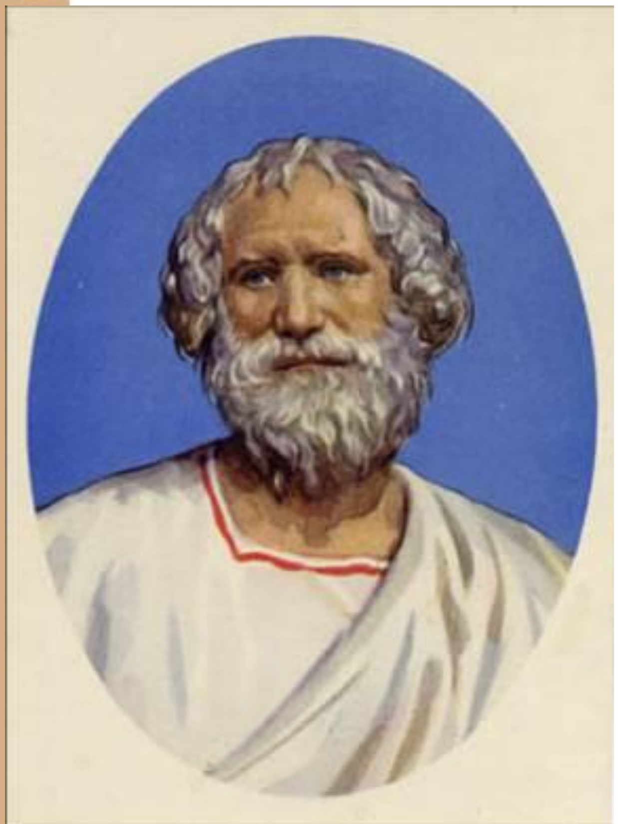
то есть измерение треугольников) — раздел математики,

в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Данный термин впервые появился в *1595* г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса *(Bartholomäus Pitiscus, 1561—1613)*,

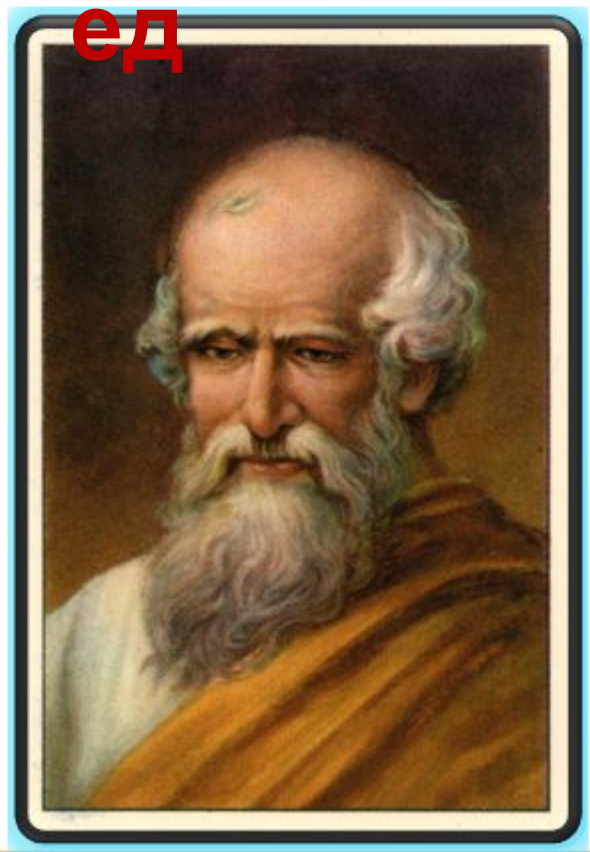
а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.

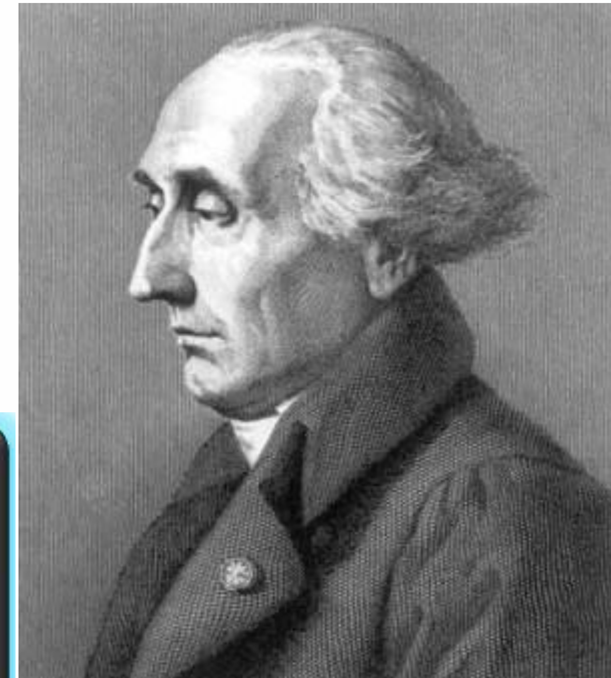
Эти ученые внесли свой вклад в развитие тригонометрии



Фал
ес

Архим
ед





Жозеф
Луи
Лагранж

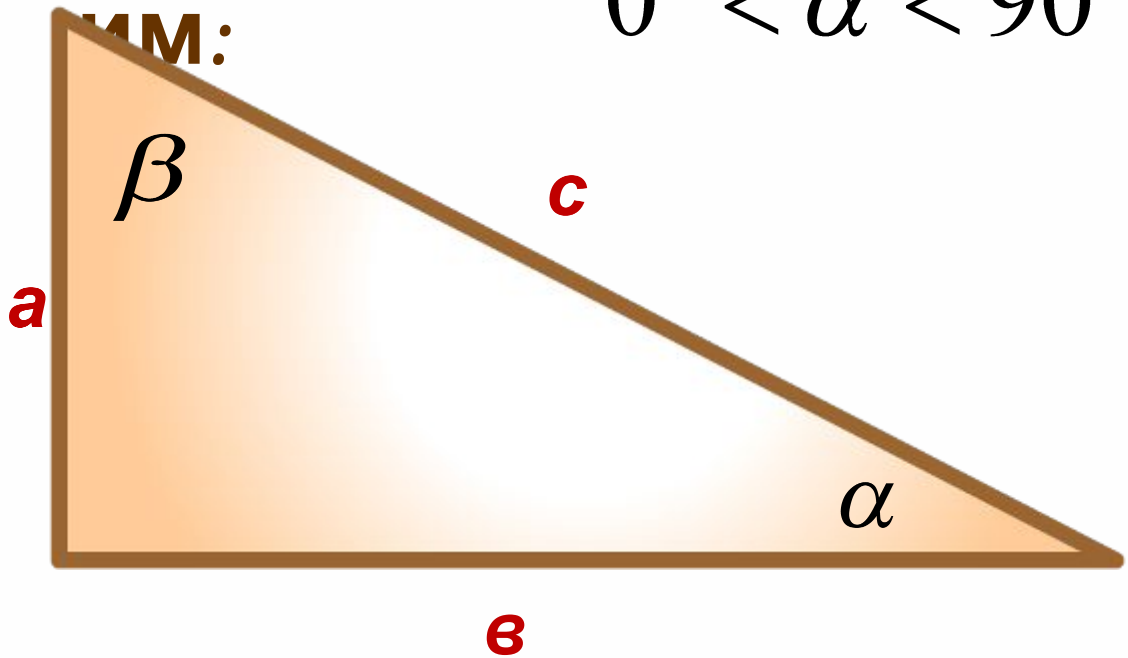
Тригонометрия возникла и развивалась в древности как один из разделов астрономии, как ее вычислительный аппарат, отвечающий практическим нуждам человека. С ее помощью можно определить расстояние до недоступных предметов и существенно упрощать процесс геодезической съемки местности для составления географических карт. Общепринятые понятия тригонометрии, а также обозначения и определения тригонометрических функция сформировались в процессе долгого исторического развития. Тригонометрические сведения были известны древним вавилонянам и египтянам, но основы этой науки заложены в Древней Греции

Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, при измерении расстояний до недалёких звёзд в астрономии, между ориентирами в географии, при контроле системы навигации, в теории музыки, акустике, оптике, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтике, химии, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, архитектуре, экономике,

Вспомним:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

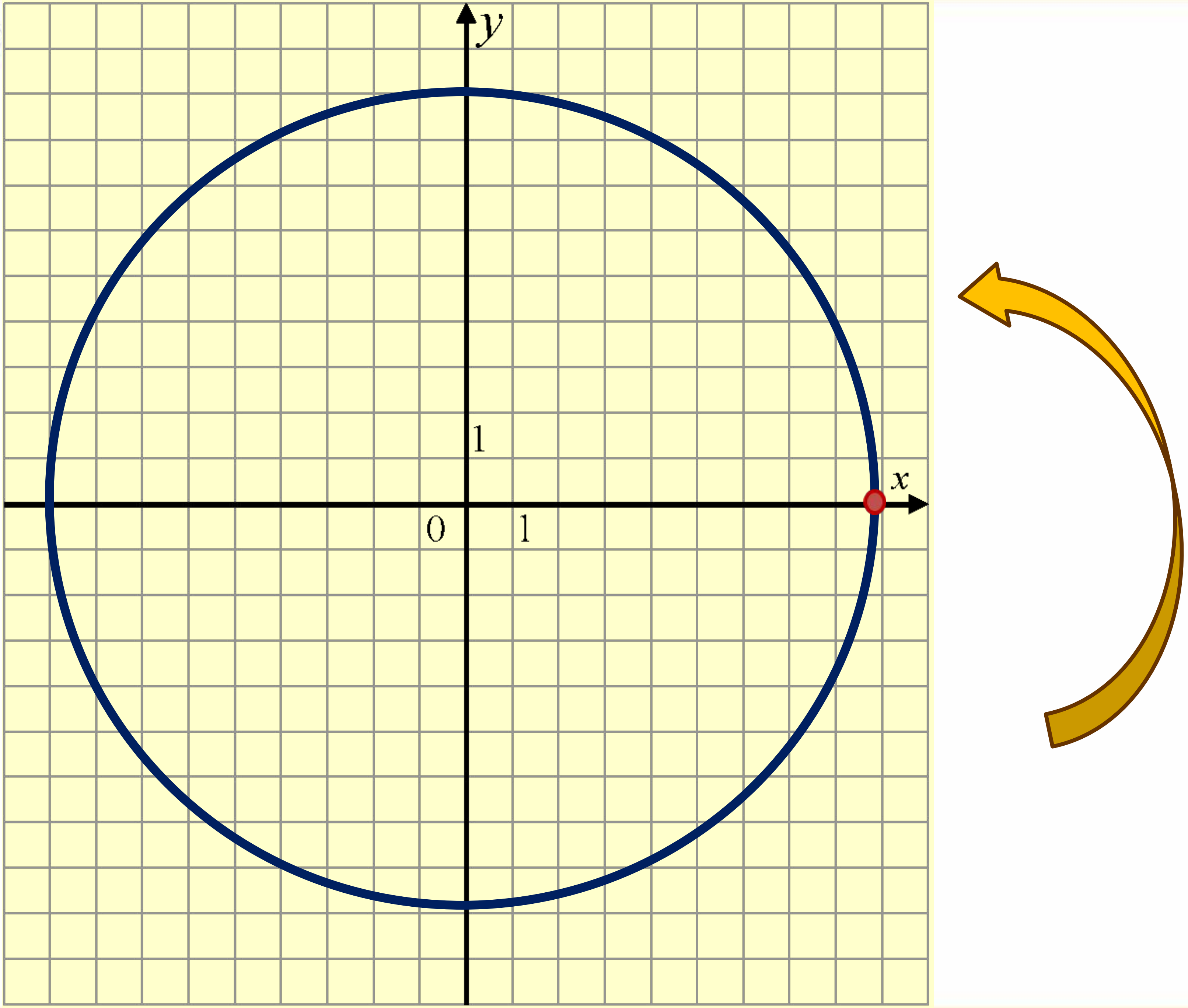
Тангенс — отношение противолежащего

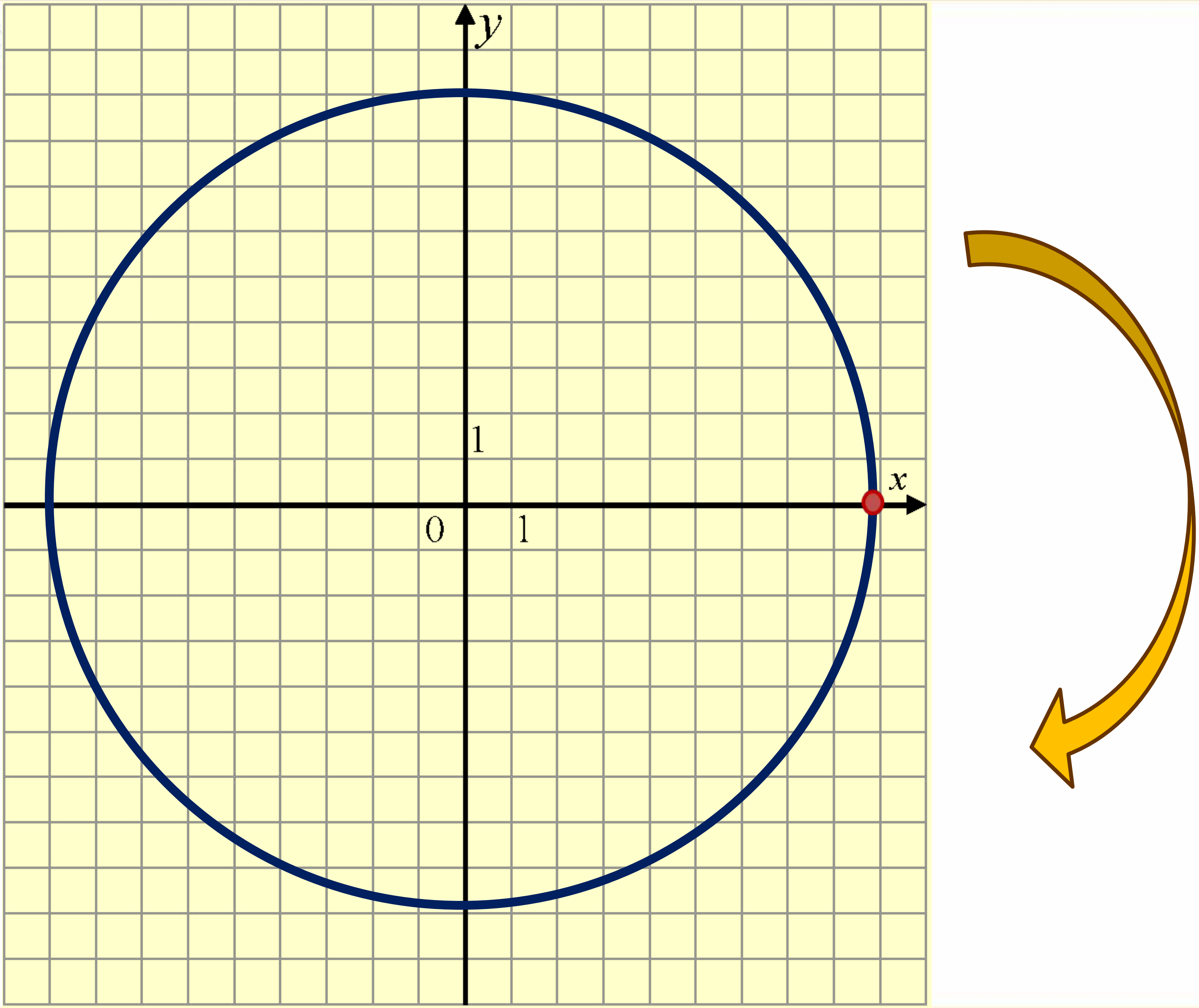
В $XVIII$ веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю числовую ось.

α — угол поворота

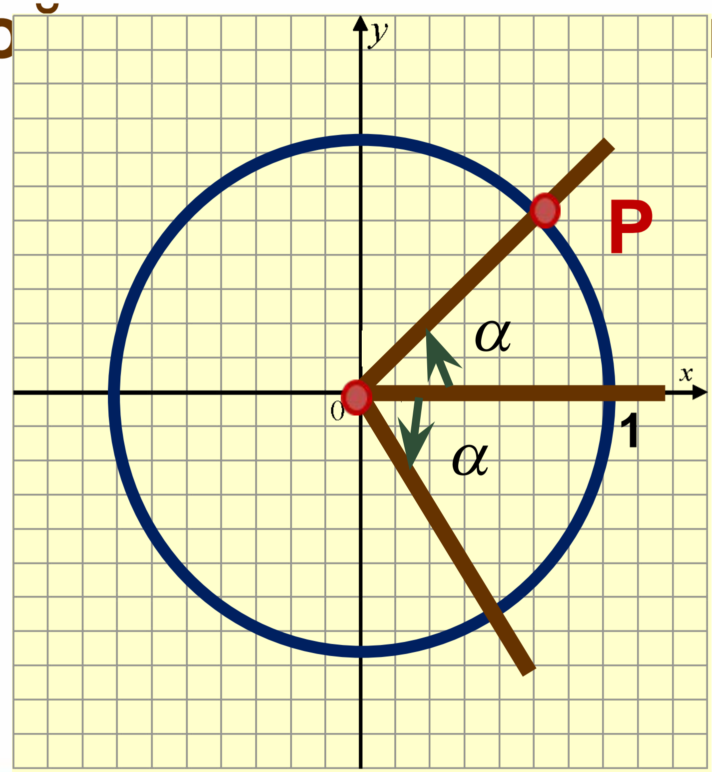
$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$


y
x
0
1
1

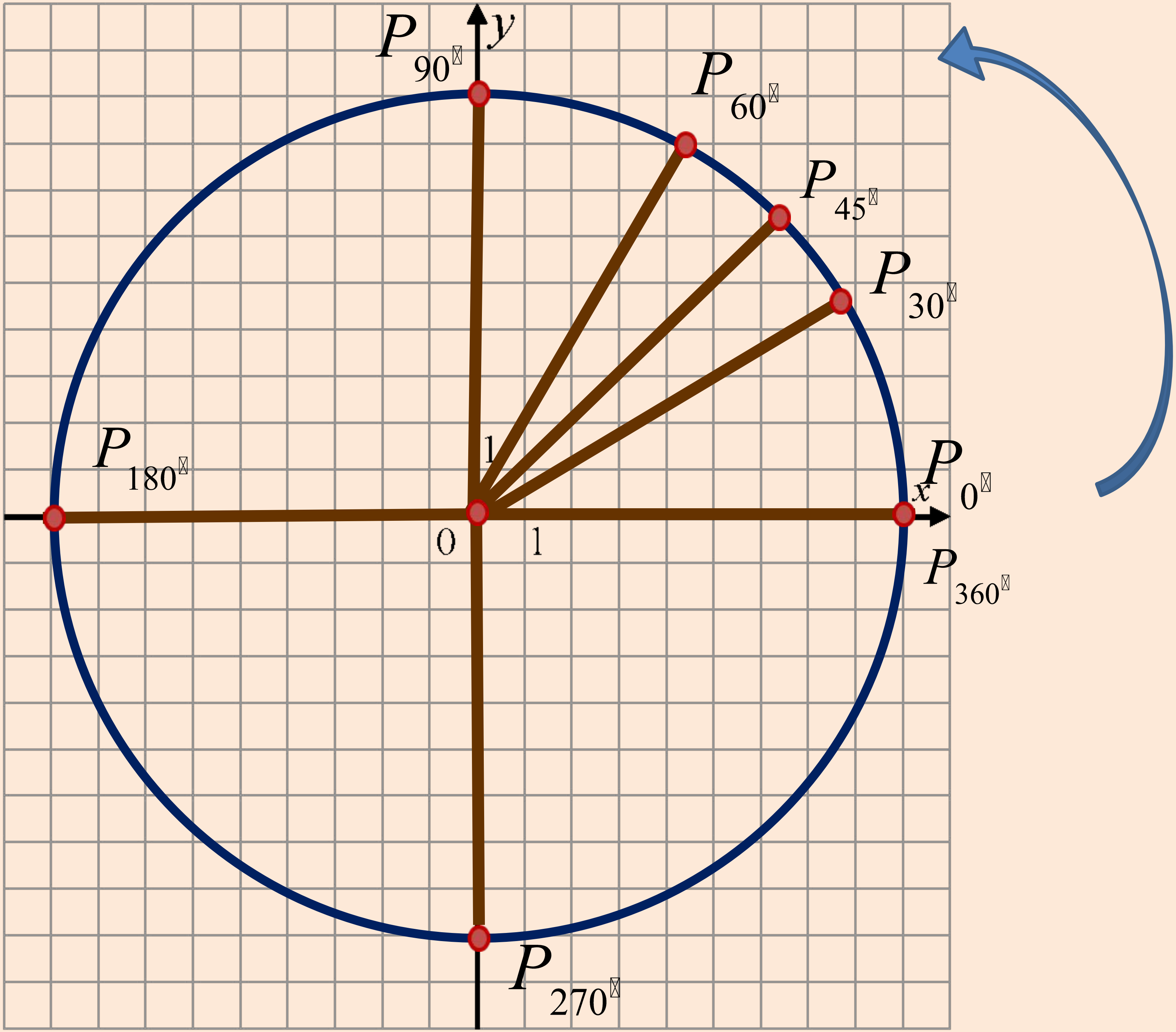

y
x
0
1
1

Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелке). Точку пересечения построенно кружностью обозначим

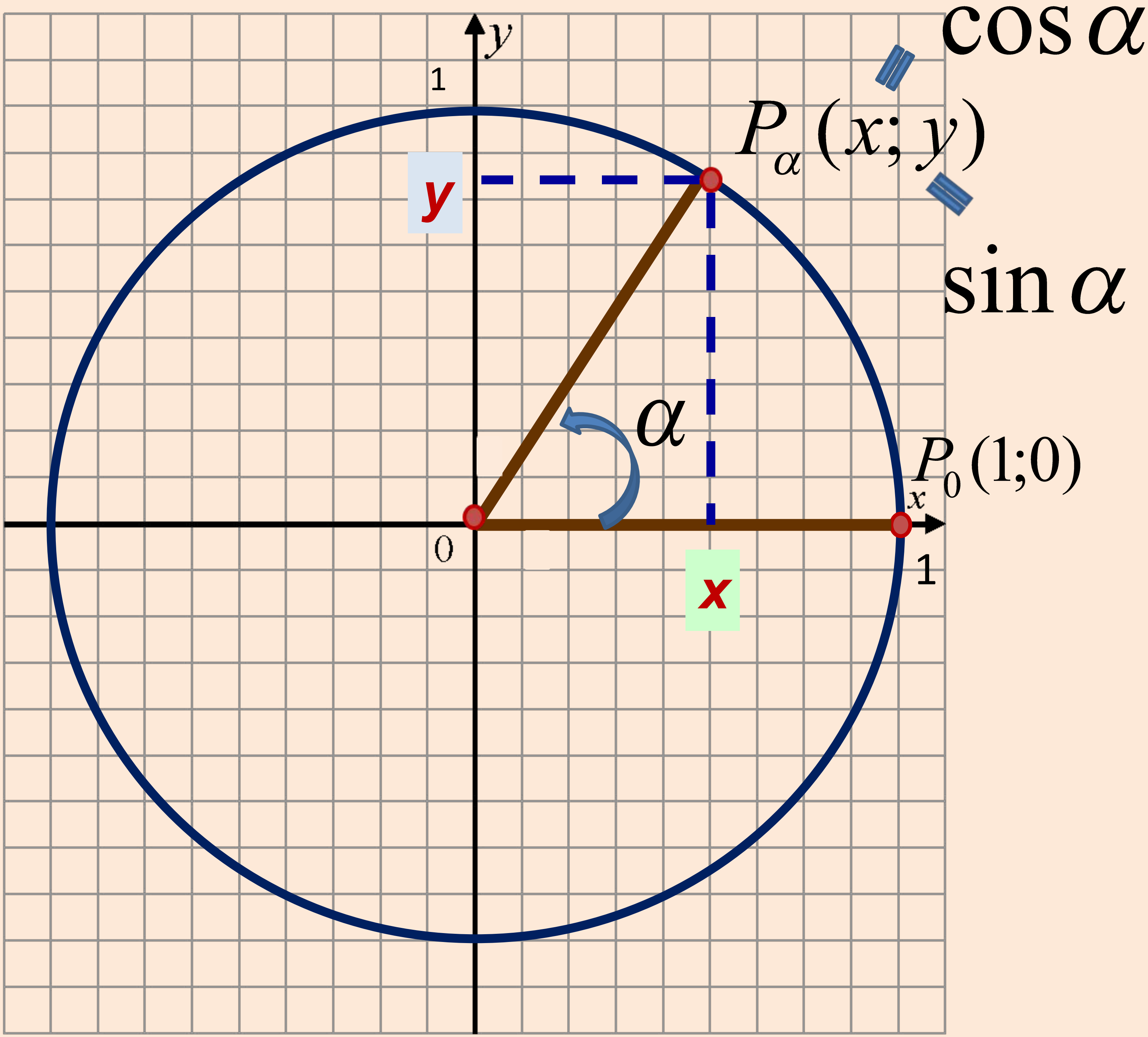


$$\alpha > 0$$

$$\alpha < 0$$



y
x
P_{90}
P_{60}
P_{45}
P_{30}
P_{0}
P_{360}
P_{180}
P_{270}
0
1
1



y
1
$\cos\alpha$
$P_\alpha(x;y)$
y
$\sin\alpha$
α
$P_0(1;0)$
x
0
1
x

Синус угла определяется как ордината точки P_α

$$\sin\alpha = y$$

Косинус — абсцисса точки P_α

$$\cos\alpha = x$$

Тангенс – отношение ординаты к абсциссе точки P_α

$$tg\alpha = \frac{y}{x}$$

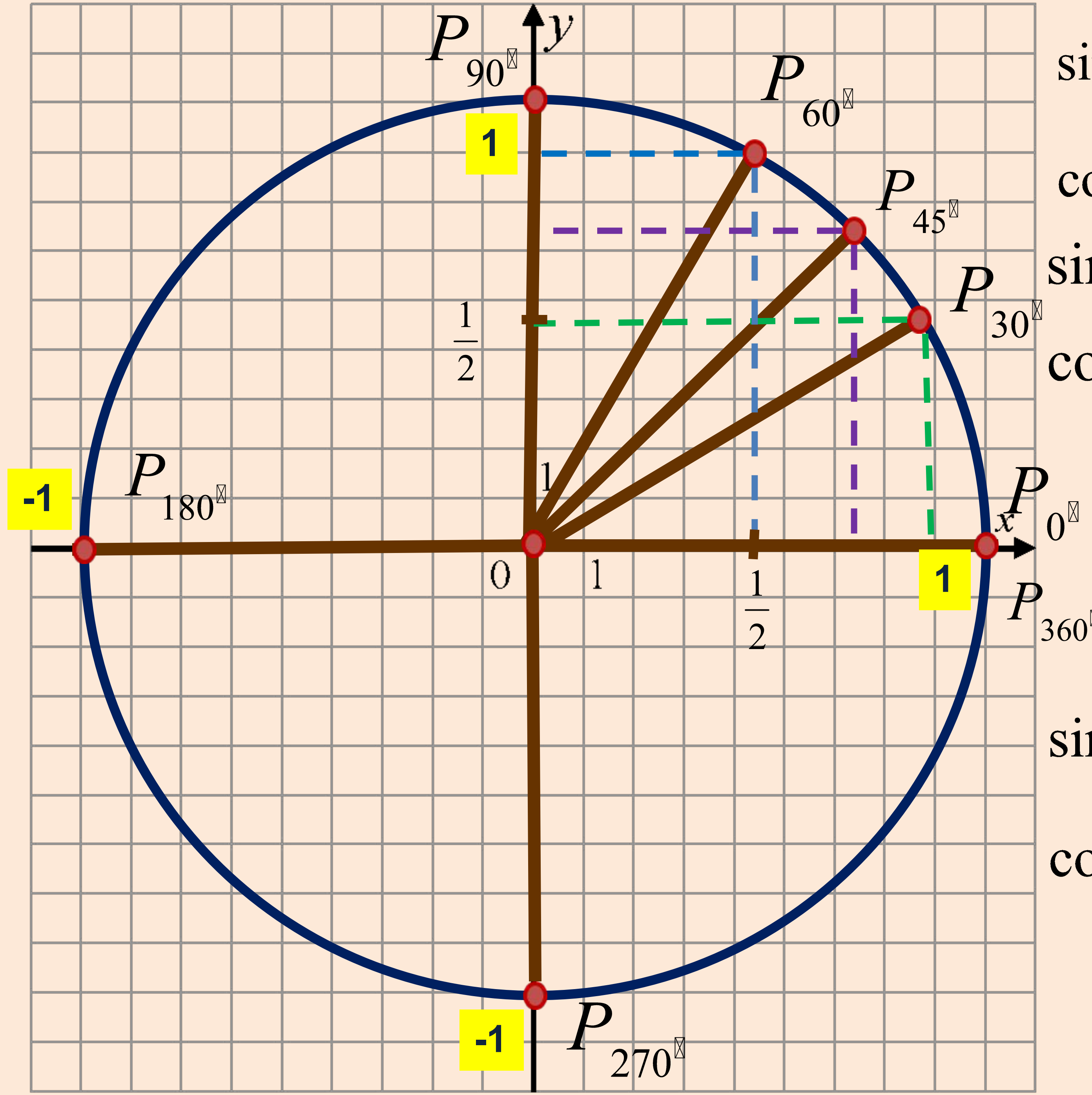
Котангенс – отношение абсциссы к

$$ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

Понятие **синуса** встречается уже в *III* в. до н. э.
и имел название джива (тетева лука), в *IX* в. заменено на арабское слово джайб (выпуклость), *XII* в. заменено на латинское
синус (изгиб, кривизна).

Косинус – это дополнительный синус.

Тангенс переводится с латинского как «касающийся»



$$\sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^{\circ} \approx 0{,}9$$

$$\sin 45^{\circ} \approx 0{,}7$$

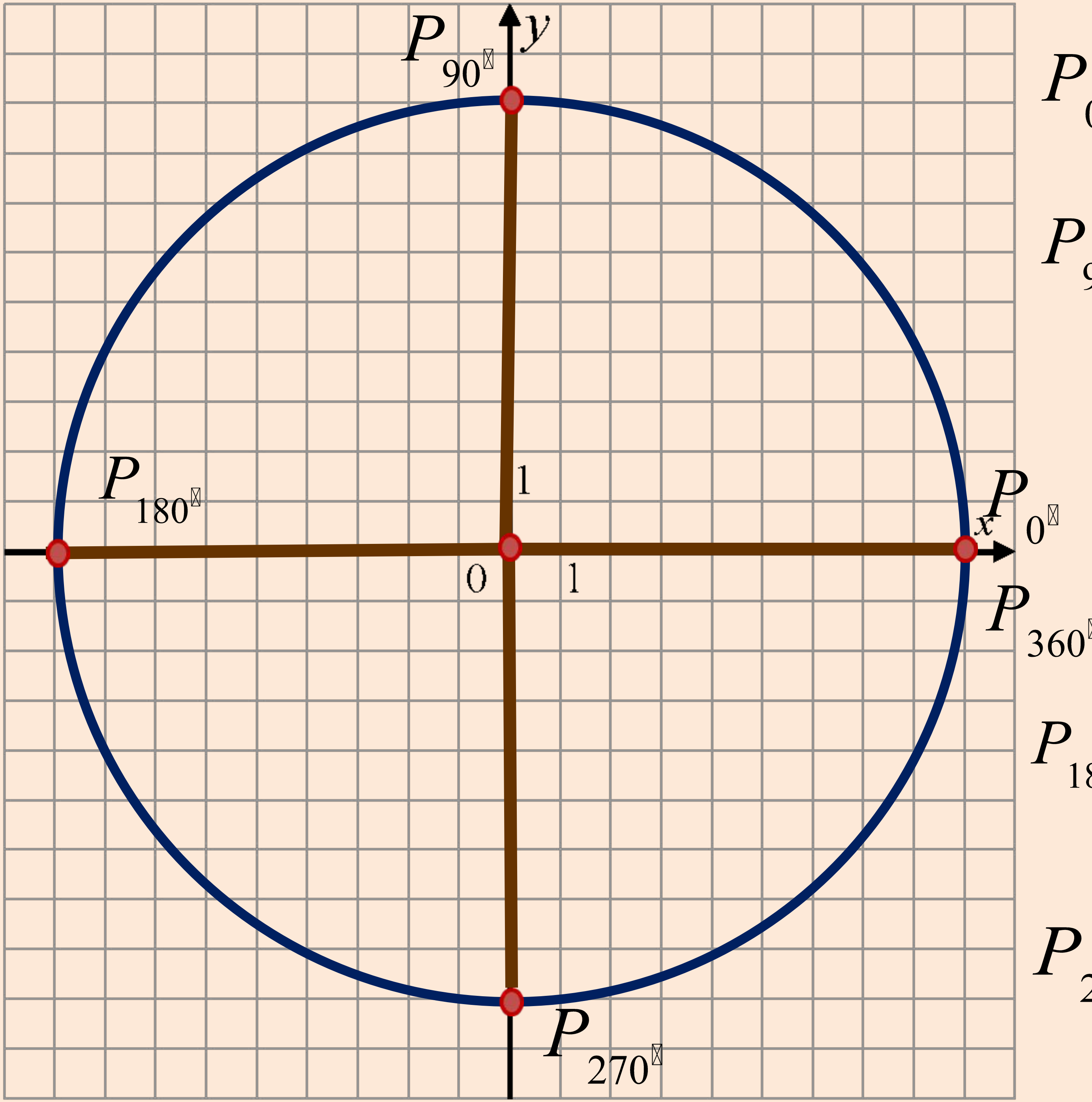
$$\cos 45^{\circ} \approx 0{,}7$$

$$\sin 60^{\circ} \approx 0{,}9$$

$$\cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

Запомни

	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$



$P_{0°}$**(1; 0)**

$P_{90°}$**(0; 1)**

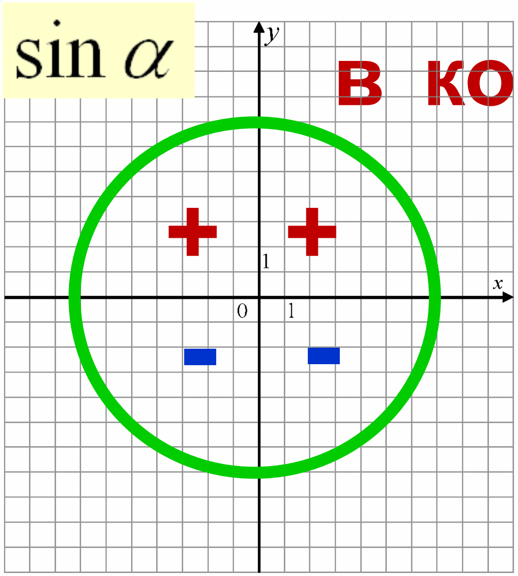
$P_{180°}$**(-1; 0)**

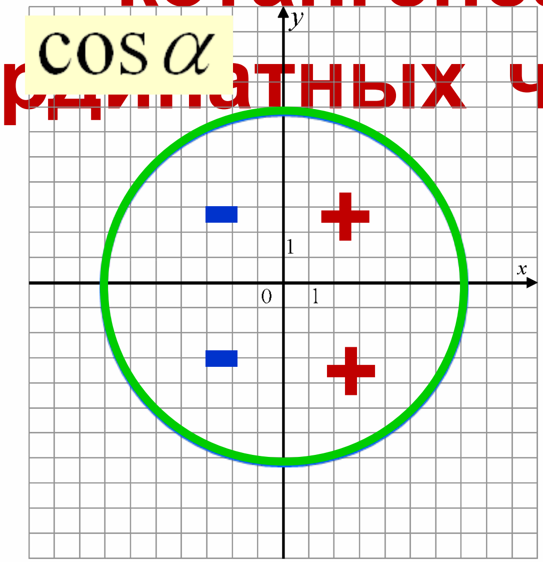
$P_{270°}$**(0;-1)**

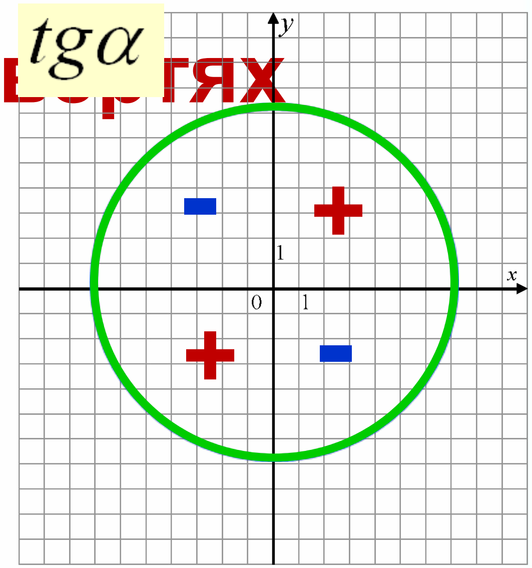
Провер

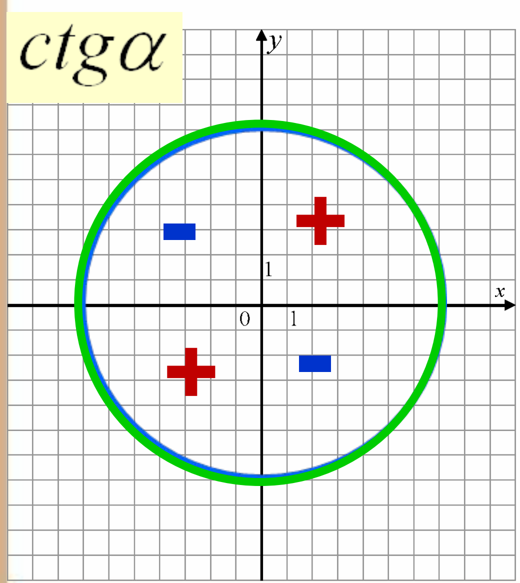
	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1
$tg\alpha$	0	-	0	-	0
$ctg\alpha$	-	0	-	0	-

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях









$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$tg 127^\circ < 0$$

$$ctg 195^\circ > 0$$

Четность, нечетность синуса, косинуса, тангенса, котангенса

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$$

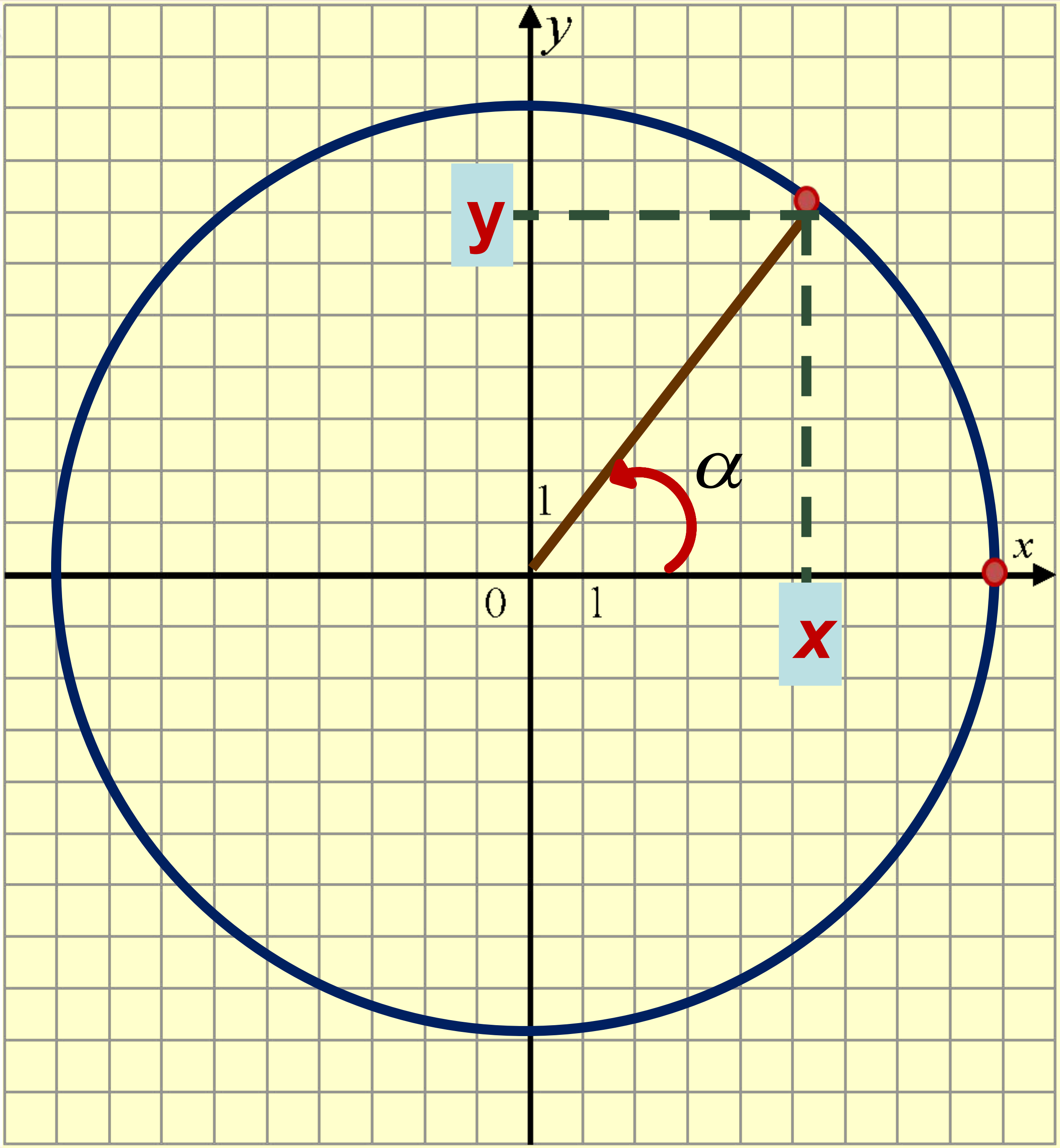
Нечетные функции

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

Четная функция

Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса
не изменяются



$$\sin\alpha =$$

$$= \sin(\alpha + 360^{\circ}) =$$

$$= \sin(\alpha + 2\cdot 360^{\circ}) =$$

$$= \sin(\alpha + n\cdot 360^{\circ})$$

$$\cos\alpha =$$

$$= \cos(\alpha + 360^{\circ}) =$$

$$= \cos(\alpha + 2\cdot 360^{\circ}) =$$

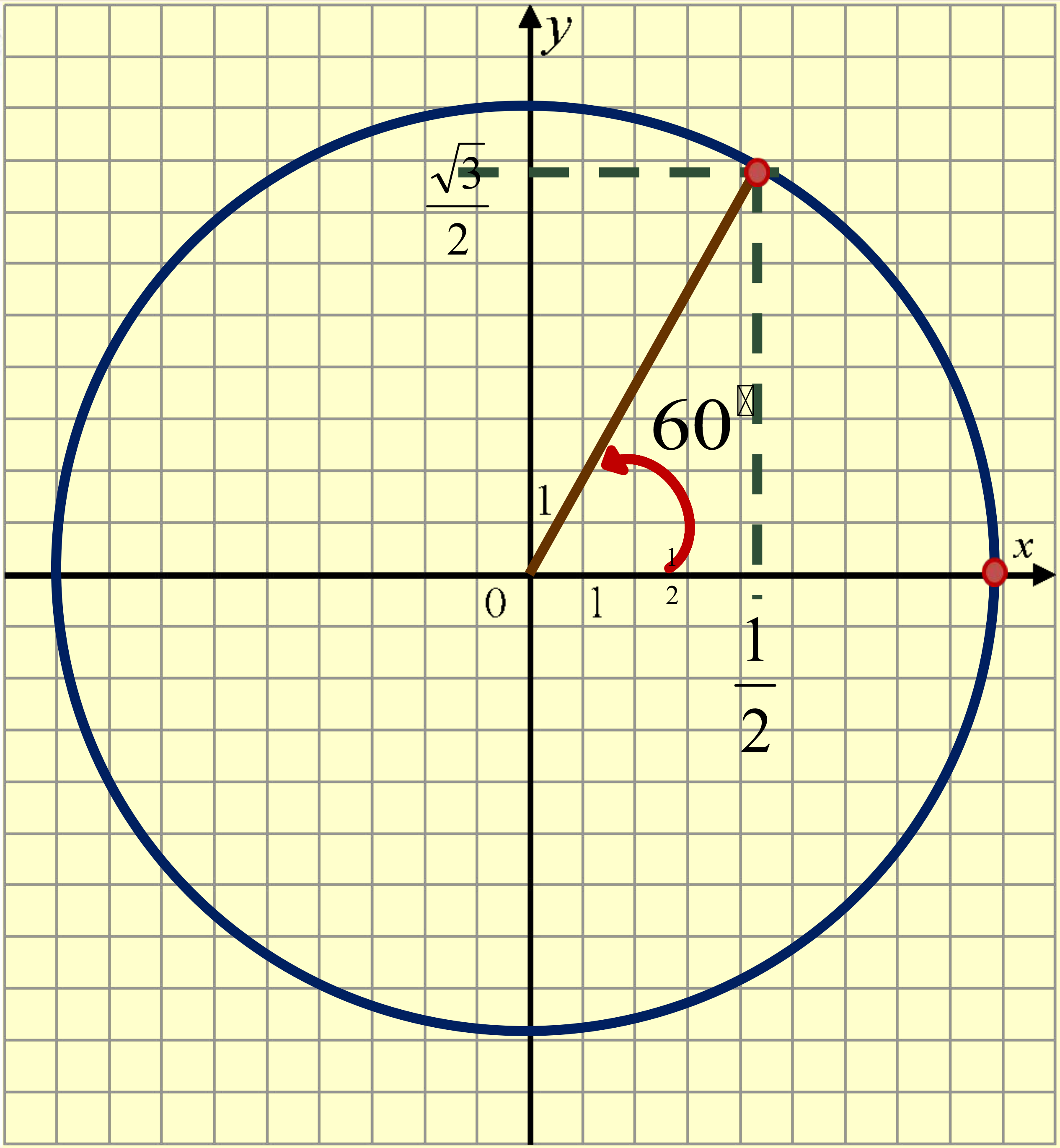
$$= \cos(\alpha + n\cdot 360^{\circ})$$

$$tg\alpha =$$

$$= tg(\alpha + n\cdot 180^{\circ})$$

$$ctg\alpha =$$

$$= ctg(\alpha + n\cdot 180^{\circ})$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 420^\circ = ?$$

$$\sin 780^\circ = ?$$

$$\cos 420^\circ = ?$$

$$\cos 780^\circ = ?$$

$$\sin 780^\circ = \sin(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 420^\circ = \sin(60^\circ + 360^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 780^\circ = \cos(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 420^\circ = \cos(60^\circ + 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 765^\circ = \sin(45^\circ + 2\cdot 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1110^\circ = \cos(30^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

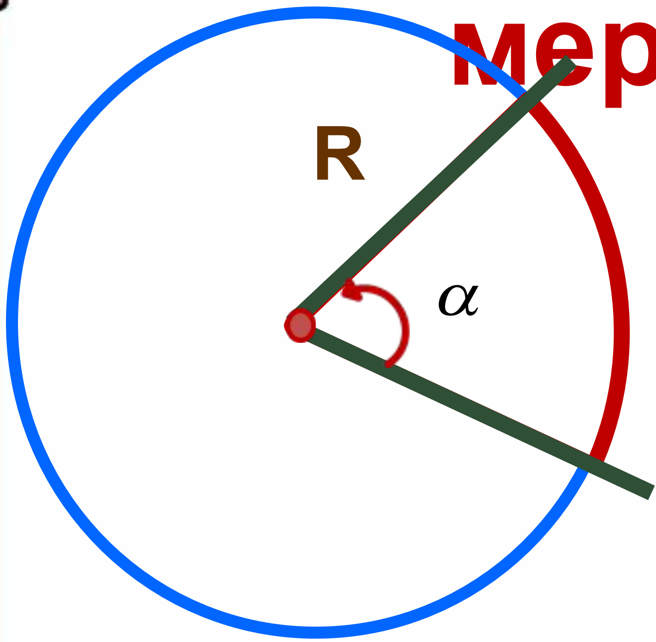
$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4\cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2\cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

Радианная мера угла



α – центральный угол

R – радиус

Если R = C, то центральный угол равен одному радиану

Радианной мерой угла называется отношение длины соответствующей дуги к радиусу окружности

$$1\,рад \approx 57^{\circ}$$

$$180^{\square} - \pi$$

$$n^{\square} - \alpha$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180} \qquad n^{\square} = \frac{\alpha \cdot 180^{\square}}{\pi}$$

$$n = 60^{\square}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$60^{\square} = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$n^{\square} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^{\square}}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^{\square}}{4 \cdot \pi} = \frac{180^{\square}}{4} = 45^{\square}$$

$$\frac{\pi}{4} = 45^{\square}$$

Градусная и радианная меры углов

Угол в градусах n°	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Угол в радианах α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π

$$\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2{,}5\pi = \sin(0{,}5\pi + 2\pi) = \sin 0{,}5\pi = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos(-\frac{9\pi}{4}) = \cos(2\frac{1}{4}\pi) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\frac{13\pi}{6} = tg(2\frac{1}{6}\pi) = tg(\frac{\pi}{6} + 2\pi) = tg\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$ctg(-\frac{7\pi}{3}) = -ctg(2\frac{1}{3}\pi) = -ctg(\frac{\pi}{3} + 2\pi) = -ctg\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$