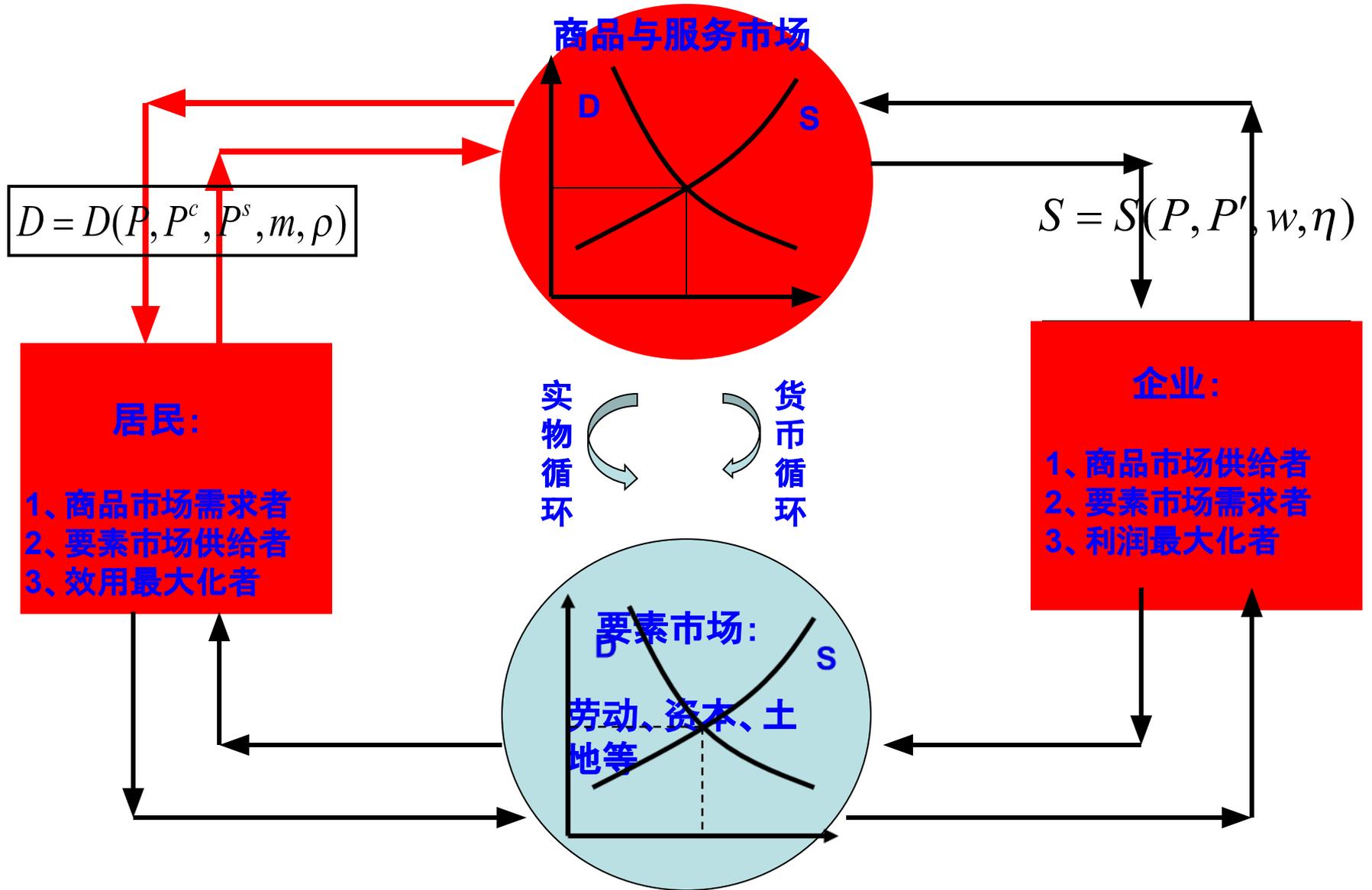


微观经济结构



第三章 消费者选择

第0节 问题与假设

3.0.1 消费者选择问题:当商品价格和收入水平既定时, 什么决定了消费者对商品的需求量? 换句话说, 需求函数

$D = D(P, P^c, P^s, m, \rho)$ 中, 当价格水平 P, P^c, P^s 和收入水平 m 既定时, 需求量 D 如何确定?

3.0.2 假设:消费者总是购买他/她**买得起的****最满意**的商品。
“买得起”用预算线描述, “最满意”用效用水平描述。

3.0.3 本章任务:度量“买得起”、“最满意”、在这两个条件下推出需求曲线。

第一节 预算线

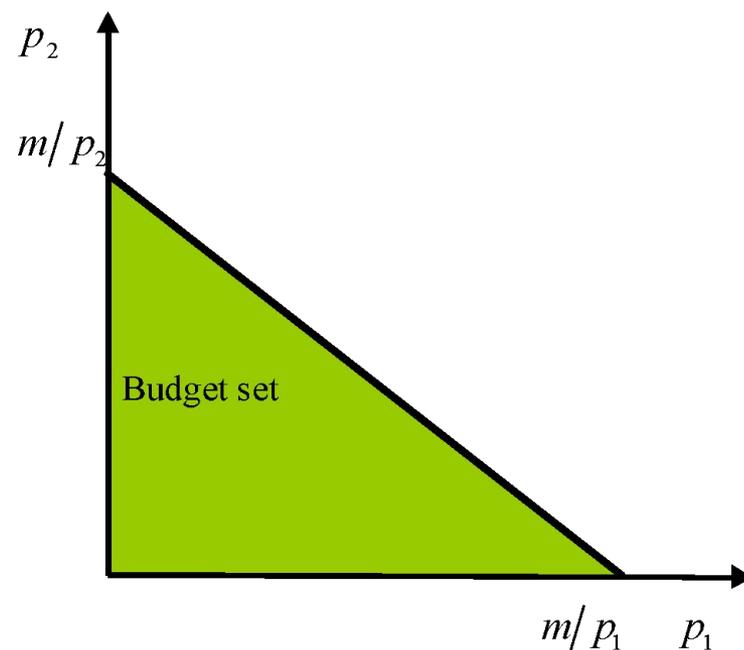
3.1.1 消费者预算约束 (budget constraint):

“买得起”的度量方式。

3.1.2 预算集(budget set): 商品价格和消费者收入水平既定时消费者能够买得起的所有可能商品束构成的集合
叫预算集。

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$

Budget Set and Budget Line

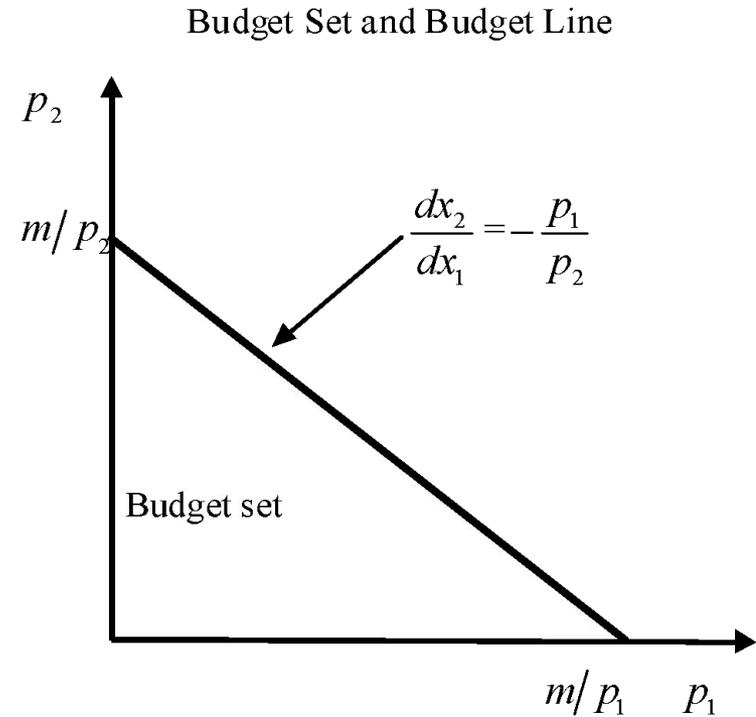


3.1.3 预算线(budget line): 预算集上使得消费支出和收入水平相等的商品束构成的集合

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \quad \text{叫预算线。}$$

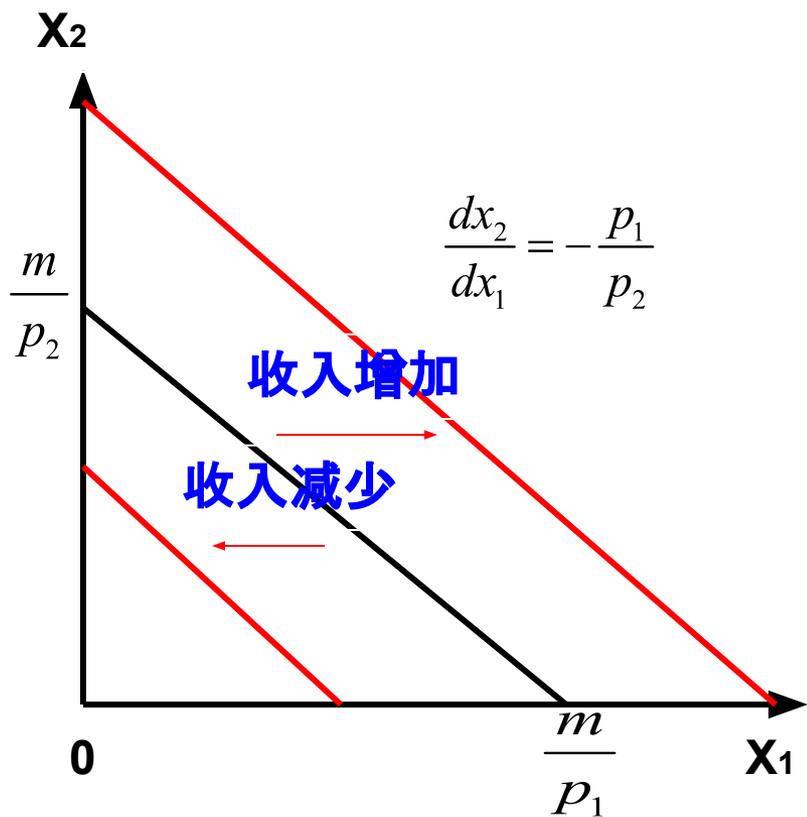
3.1.4 截距: $\frac{m}{p_1}$, $\frac{m}{p_2}$

斜率: $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$

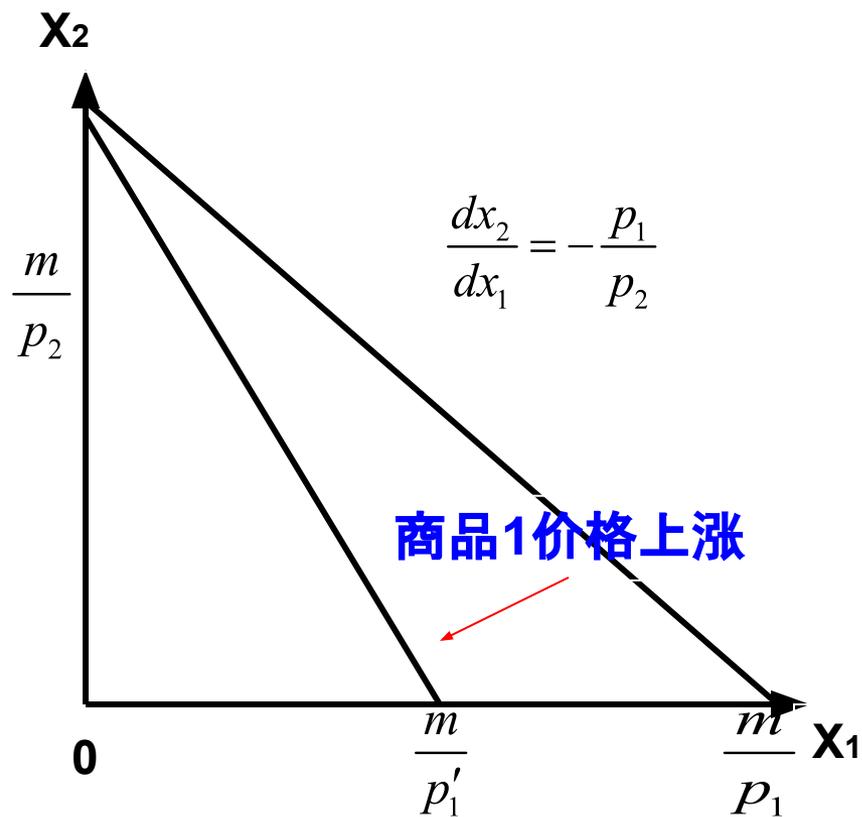


3.1.5 预算集的变化

预算线平移



预算线旋转



第二节 基数效用论与边际分析方法

3.2.1 效用:满足感的度量标准

1、效用(Utility) :消费一定的商品或服务产生的满足感。是一种主观心理感受,有基数效用和序数效用两种基本度量方法。

2、基数效用论(Cardinal Utility)认为消费一种商品或服务的满足感可用1、2、3...这些表示大小的量来表示,可以加总求和,因此可表达成消费量的数值函数用数学工具来解决消费者选择问题。

3、序数效用论(Ordinal Utility)认为消费一种商品或服务的满足感只能比较先后次序、不能比较数值大小,也不能加总求和,因此只能用第1、第2、第3这样的序数来表示。

3.2.2 总效用与边际效用：

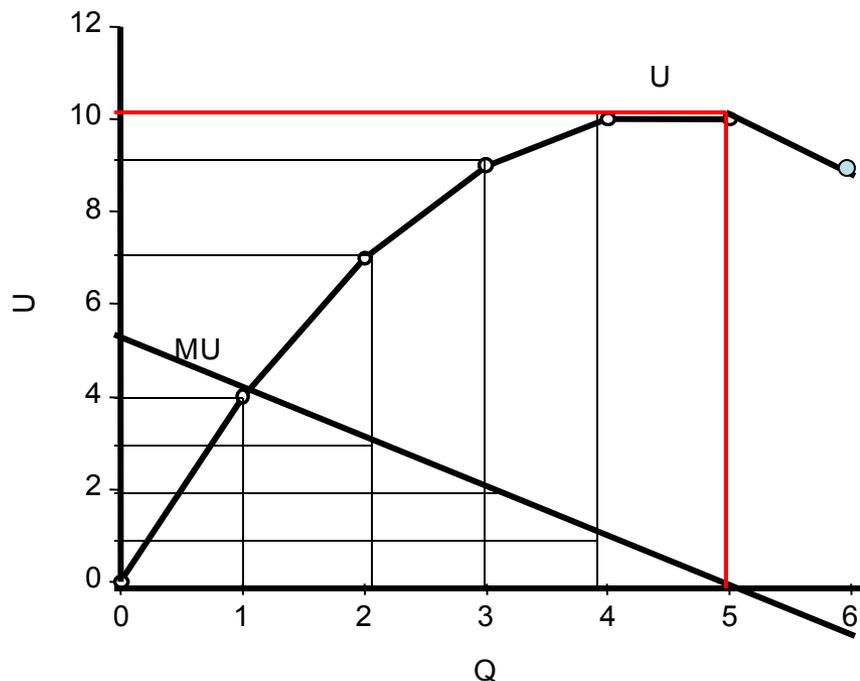
1、**总效用(Total Utility)**是消费一定量的商品所产生的总满足感，用总效用函数 $u(x)$ 来表示，

2、**边际效用(Marginal Utility)**是增加一单位消费所增加的满足感，亦即满足感对消费量的变化率，一般用边际效用函数 $mu(x)$ 来表示

3、**关系：** $mu(x) = \frac{\Delta u}{\Delta x}$ $u(x) = \sum mu(x)\Delta x$

4、**几何分析：**边际效用函数是总效用函数在相应点切线的斜率；而总效用函数是边际效用函数从0到相应点的总和。

Quantity Q	Total utility: U	Marginal Utility: MU
0	0	-
1	4	$4=(4-0)/(1-0)$
2	7	$3=(7-4)/(2-1)$
3	9	2
4	10	1
5	10	0



3.2.3 边际效用递减率(Law of Diminishing Marginal Utility):

随着消费量的增加, 额外增加一单位消费所增加的满足感不断减少。

1) $MU(q) > 0 \rightarrow U(q)$ 增; $MU(q) = 0 \rightarrow U$ 取极大值;

$MU(q) < 0 \rightarrow U(q)$ 减。

2) MU 递减律等价于: 随着 q 的增加, U 的增速越来越慢。

3.2.4 消费者均衡

1、经济分析：

$$\begin{cases} \frac{mu_1}{p_1} < \frac{mu_2}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 \uparrow \\ x_1 \downarrow \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{mu_2}{p_2} \downarrow \\ \frac{mu_1}{p_1} \uparrow \end{cases} \Rightarrow \frac{mu_1}{p_1} = \frac{mu_2}{p_2}$$

同理可证：

$$\frac{mu_1}{p_1} > \frac{mu_2}{p_2} \Rightarrow \frac{mu_1}{p_1} = \frac{mu_2}{p_2}$$

2、数学分析：

$$\begin{cases} \max u(x_1, x_2) \\ s.t \ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

$$L = u(x_1, x_2) + \lambda [m - (p_1x_1 + p_2x_2)]$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 = mu_1 - \lambda p_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 = mu_2 - \lambda p_2 = 0 \end{cases}$$

一阶条件：钱花完且最后一单位货币购买任何商品产生的边际效用相等。

$$\begin{cases} \frac{mu_1}{p_1} = \frac{mu_2}{p_2} = \lambda \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

3、推广： n 个商品的消费者均衡条件：

$$\begin{cases} \frac{mu_1}{p_1} = \frac{mu_2}{p_2} = \dots = \frac{mu_n}{p_n} = \lambda \dots\dots (1) \\ p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = m \dots\dots (2) \end{cases}$$

例3.2.1 一元钱商店。

4、收入的边际效用：由5得：最后一元钱买到的任何商品的边际效用相等。这个边际效用 λ 叫收入的边际效用。为什么呢？因为 λ 确实是收入的边际效用：
$$\lambda = \frac{du}{dm}$$

证明*：(2)式两边对收入 m 求导得：

$$p_1 \frac{dx_1}{dm} + p_2 \frac{dx_2}{dm} + \dots + p_n \frac{dx_n}{dm} = 1 \dots (3)$$

效用函数两端对收入 m 求导并带入(3)式即得：

$$\begin{aligned} \frac{du}{dm} &= \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dm} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dm} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dm} \\ &= \lambda (p_1 \frac{dx_1}{dm} + p_2 \frac{dx_2}{dm} + \dots + p_n \frac{dx_n}{dm}) = \lambda \end{aligned}$$

3.2.5 从消费者均衡推出普通需求曲线

1、定义：把 满足
$$\begin{cases} \max u(x_1, x_2) \\ s.t. p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{cases}$$
 的 x_1 和 x_2

分别看成 p_1 和 p_2 的函数，就得到了两条普通需求曲线。

亦即：普通需求函数就是消费者在预算约束下达到满足感最大时商品价格与需求量之间的关系。

2、普通需求曲线的方程：

$$p_1 = \frac{mu_1(x_1)}{\lambda} \begin{cases} < mu_1(x_1), \text{ if } \lambda > 1, \\ = mu_1(x_1), \text{ if } \lambda = 1, \\ > mu_1(x_1), \text{ if } \lambda < 1, \end{cases}$$

例 3.2.2 时间资源的有效配置。

成绩 时间	经济学		英语		数学	
	总成绩	边际成绩	总成绩	边际成绩	总成绩	边际成绩
0	20	-	40	-	80	-
1	45	25	52	12	90	10
2	65	20	62	10	95	5
3	75	10	71	9	97	2
4	83	8	78	7	98	1
5	90	7	83	5	99	1
6	92	2	86	3	99	0

购买三种商品 x_1, x_2, x_3 的价格为工资率 w , $wx_1 + wx_2 + wx_3 = m (= 6w)$

消费三种商品的总满足感为总成绩: $u(x_1, x_2, x_3) = u(x_1) + u(x_2) + u(x_3)$

一阶条件:
$$\begin{cases} \frac{mu_1(x_1)}{w} = \frac{mu_2(x_2)}{w} = \frac{mu_3(x_3)}{w} \\ wx_1 + wx_2 + wx_3 = m (= 6w) \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} mu_1(x_1) = mu_2(x_2) = mu_3(x_3) \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

答案: 经济学: 3天, 英语: 2天, 数学: 1天。

3.2.6 替代效应和收入效应

1、替代效应(Substitute effect)指商品价格变化后消费者用相对廉价的商品替代相对昂贵的商品从而使较低的支出也能获得同样效用水平的现象。

2、收入效应(Income effect)指价格的变化引起实际收入变化最终导致的效用水平变化的现象。

3、总效应=替代效应+收入效应

需求函数： $x = x(p, m)$

对价格求导数： $\frac{dx}{dp} = \frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p}$

求微分： $dx = \frac{\partial x}{\partial p} dp + \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp$

显然：替代效应 = $\frac{\partial x}{\partial p} dp$ ，收入效应 = $\frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp$

从而：总效应 = 替代效应 + 收入效应

注1：替代效应的符号总是与价格变化符号相反，收入效应的符号取决于正常品还是劣等品，总效应的符号取决于两种效应的符号和大小。

可见：**普通物品**就是正常品或收入效应的绝对值小于替代效应绝对值的劣等品，**Giffen物品**或炫耀品则是收入效应的绝对值大于替代效应绝对值得劣等品。

例3.2.3 Giffen 物品与炫耀品(Conspicuous goods):需求量与价格同向变化

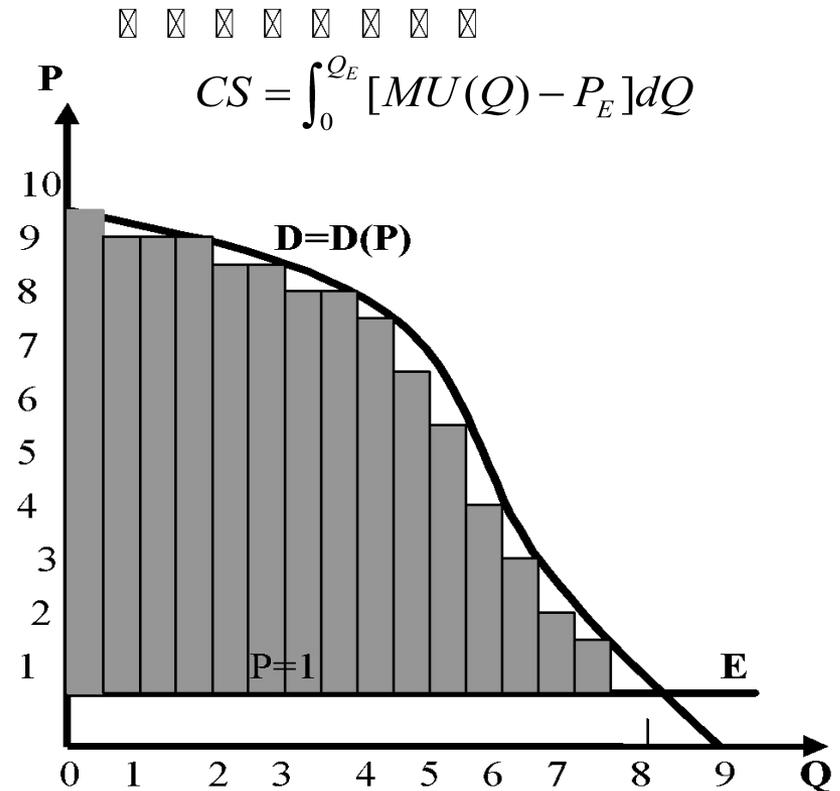
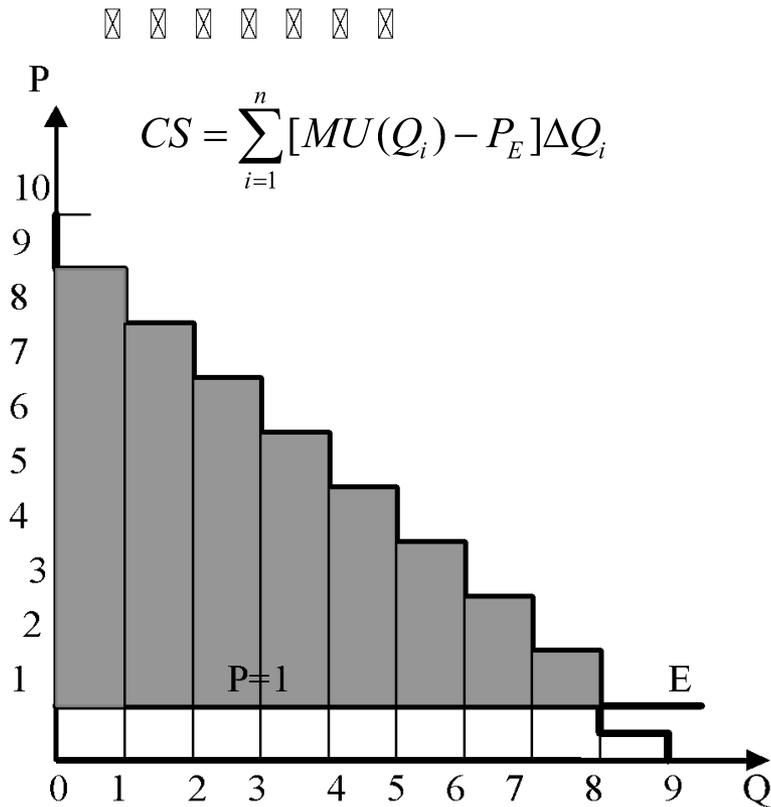
$$p \downarrow \Rightarrow dp < 0 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial p} < 0 \text{ (⊗)} \\ \frac{dm}{dp} < 0 \text{ (⊗)} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial p} dp > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial m} > 0 \\ \frac{\partial x}{\partial m} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial m}{\partial p} dp > 0 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial m} > 0 \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp > 0 \Rightarrow dx > 0 \\ \frac{\partial x}{\partial m} < 0 \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp < 0 \end{array} \right.$$

$$\otimes \quad \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp < 0 \left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp \right| < \left| \frac{\partial x}{\partial p} dp \right| \Rightarrow dx > 0 : \otimes \\ \left| \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial p} dp \right| > \left| \frac{\partial x}{\partial p} dp \right| \Rightarrow dx < 0 \otimes \text{ Giffen} \end{array} \right.$$

可见：**普通物品**就是正常品或收入效应的绝对值小于替代效应绝对值的劣等品，**Giffen物品**或炫耀品则是收入效应的绝对值大于替代效应绝对值得劣等品。

3.2.7、消费者剩余:把边际效用与市场价格的总差额叫消费者剩余,它反映的是消费者以市场价格购买一定量的商品带来的额外满足感,具体表现为市场价格线以上边际效用线(需求线)以下的区域的面积。



第三节：序数效用论与无差异曲线分析

3.3.1 问题：如果满足感不能用数量大小表示，只能用先后次序表示，那么表示满足感的次序应怎样排列？用什么描述？

例3.3.1 红、绿皮黑心铅笔组如下： $(2,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$; $(3,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$, $(0,3)$; $(4,0)$, $(3,1)$, $(2,2)$, $(1,3)$, $(0,4)$ 。假定消费者只偏好数量，而不在于颜色：则偏好排序为：

第1： $(4,0)$, $(3,1)$, $(2,2)$, $(1,3)$, $(0,4)$ ；

第2： $(3,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$, $(0,3)$ ；

第3： $(2,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$ ；

基本假设: 1) 满足感相同的商品组应排在同一次序;
2) 满足感不同的商品组应排在不同次序, 且
3) 满足感越大排序号越先。

次序与大小的关系: 如何用数量大小表示先后次序? 排序与赋值

若用 $u(x_1, x_2)$ 表示消费商品组 (x_1, x_2) 的满足感, 则令:

$$\text{I} : u(4, 0) = u(3, 1) = u(2, 2) = u(1, 3) = u(0, 4) = 4;$$

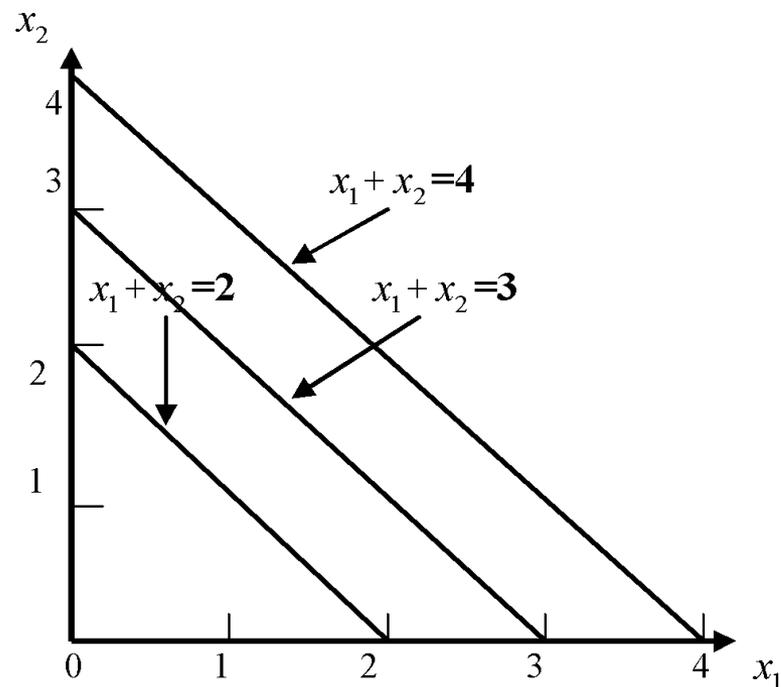
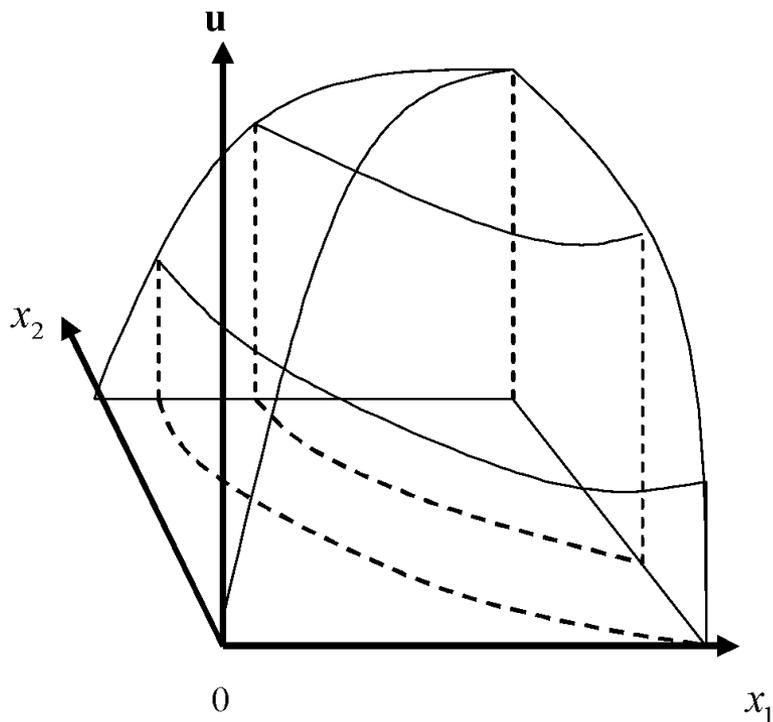
$$\text{II} : u(3, 0) = u(2, 1) = u(1, 2) = u(0, 3) = 3;$$

$$\text{III} : u(2, 0) = u(1, 1) = u(0, 2) = 2;$$

一般地, 令 $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ 则 $u(x_1, x_2) = u_0$ 就是一条无差异曲线。
在 u_0 取不同值时就表示不同的需求曲线。

在 x_1-x_2-u 坐标系中把这些点描出来就形成了三维空间中的一组曲线。曲线位置越高，代表的满足感越大。等高的曲线代表同样的满足感：

这些曲线在 x_1-x_2 平面上的投影为一组直线，直线离原点越远，说明空间曲线越高，意味着满足感越大：



3.3.2 无差异曲线(Indifference Curve)

1、含义: 满足感相同的两种商品的不同数量组成的点连成的线叫无差异曲线。

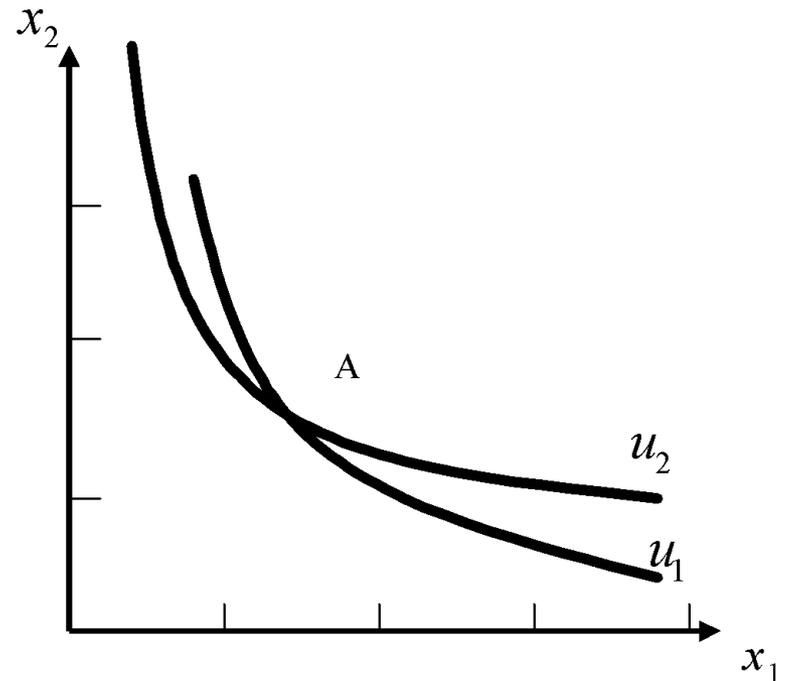
例如, 上述 $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2 = u, u = 1, 2, \dots$ 就是一条无差异曲线。

注: 只与满足感的相对大小有关, 而与绝对大小无关。

2、性质:

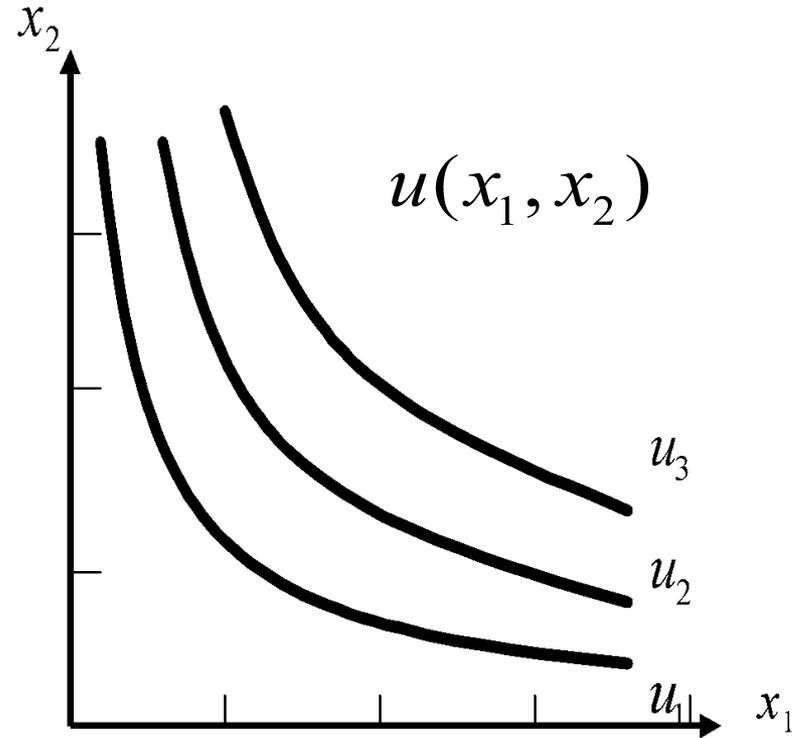
1) 不相交: 任意两条满足感不同的无差异曲线都不相交;

显然, 假设 $U_1 > U_2$ 。若 U_1 与 U_2 相交, 则必有 $U_1 = U_A = U_2$ 。这与 $U_1 > U_2$ 矛盾。



2) 离原点越远, 效用水平越高。

这是由无差异曲线的定义所决定的: 离原点越远, 给它的赋值就越高, 偏好次序就越先, 代表的效用水平越高, 消费者越偏好。



3) 单调性: 大多数无差异曲线斜率为负 (More is better)

☒ $(A \ x_1, x_2) (B \ x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$

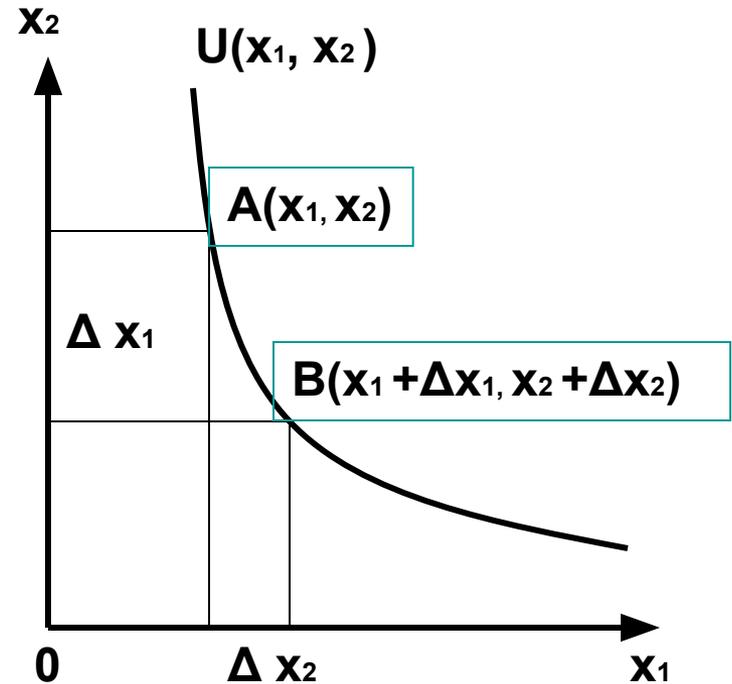
☒

$u(x_1, x_2) = u(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$

☒ $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} < 0$ Δx_1 Δx_2

☒ $\Delta x_1 > 0$ $\Delta x_2 > 0$

$u(x_1, x_2) < u(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$.



4) 凸性或相对边际效用递减率(Convexity and Law of Diminishing relative): 无差异曲线下凸, 亦即斜率绝对值递减。

$$\begin{aligned}
 & \text{在 } (x_1, x_2) \text{ 处, } u(x_1, x_2) = u \\
 du &= \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0, \Rightarrow -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{mu_1(x_1, x_2)}{mu_2(x_1, x_2)} \\
 x_1 \uparrow & \xrightarrow{\text{}} \left\{ \begin{array}{l} mu_1 \downarrow \\ x_2 \downarrow \rightarrow mu_2 \uparrow \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{mu_1(x_1, x_2)}{mu_2(x_1, x_2)} \downarrow \Leftrightarrow -\frac{dx_2}{dx_1} \downarrow
 \end{aligned}$$

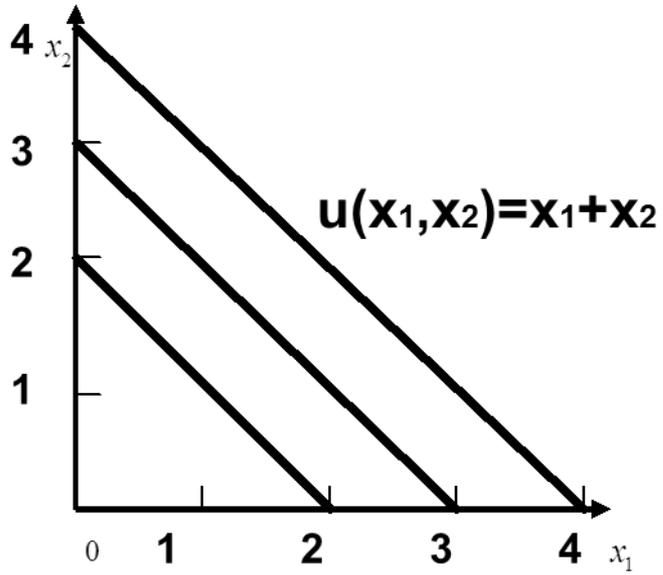
边际替代率(Marginal Rate of Substitute):

把 $MRS_{21} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|$ 叫商品1对商品2的边际替代率, 它反映的是消费者在保持满足感不变时为增加一单位商品1的消费而放弃的商品2的数量。

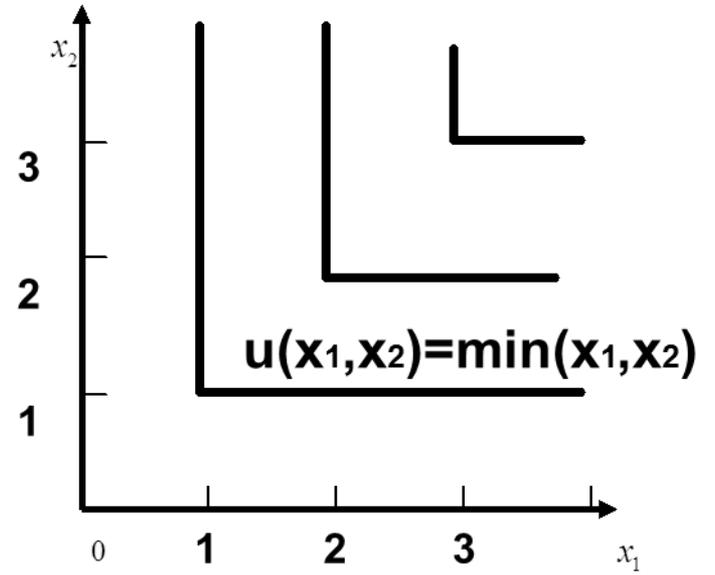
边际替代率与边际效用有以下关系: $MRS_{21} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{mu_1}{mu_2}$

5) 几种特殊的无差异曲线:

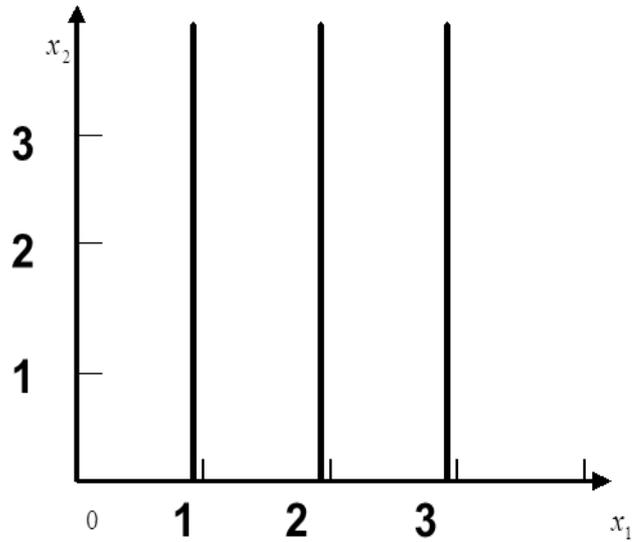
完全替代品



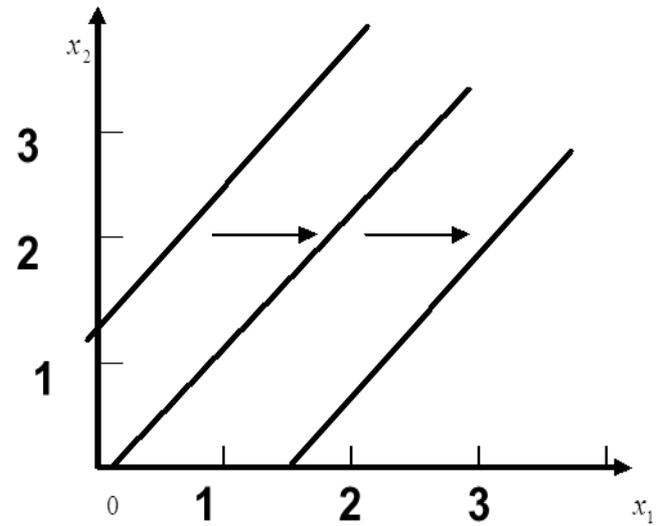
完全互补品



商品 2 为中性品



商品 2 为厌恶品



3.3.3 消费者均衡

例5.3.1 拟线性效用函数:

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

$$\text{且 } x_2 = 1.$$

$$\text{从而 } MRS_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} = p_1$$

亦即价格是为了获得一单位某种商品而放弃的货币量。

3、无差异曲线分析与边际分析的统一性:

$$\begin{aligned} \boxtimes & \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}, \\ \boxtimes & -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{mu_1}{mu_2}, \\ \boxtimes & \frac{mu_1}{mu_2} = \frac{p_1}{p_2} \\ \boxtimes & \frac{mu_1}{p_1} = \frac{mu_2}{p_2} \end{aligned}$$

2、均衡点的数学分析

$$\begin{cases} MRS_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

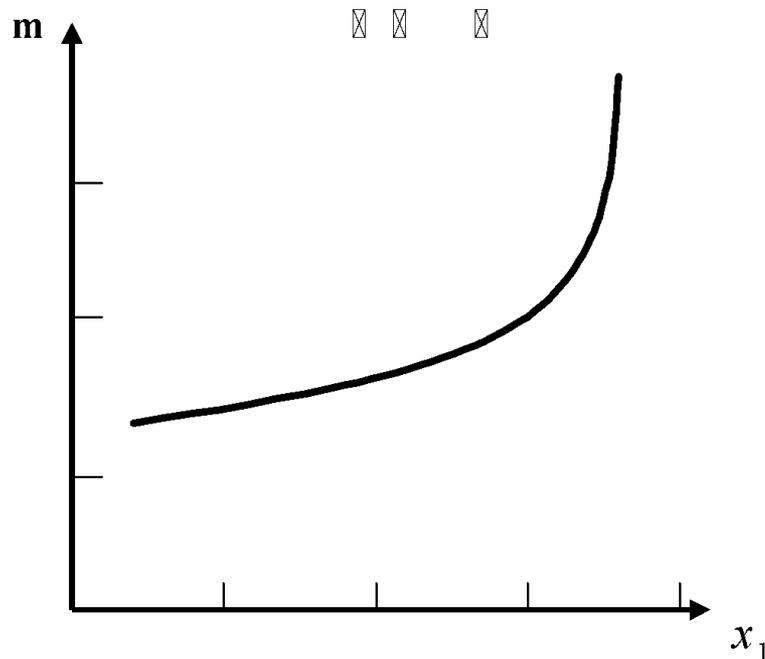
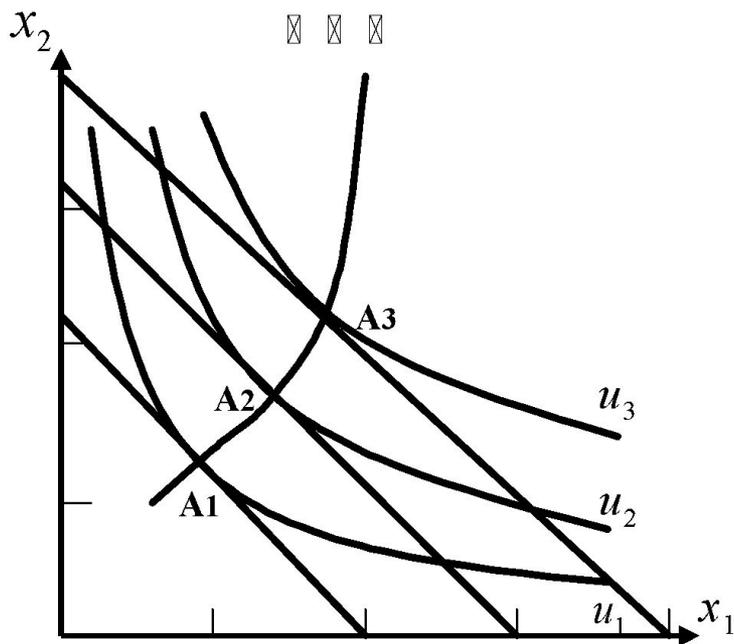
3.3.4 均衡点变动: 1、收入扩展线与恩格尔线

消费者均衡点随收入的增加而扩展的轨迹叫**收入扩展线**(Income Offer Curve)。亦即:

$A(x_1, x_2)$ 随收入变化的轨迹。

均衡点中每个商品的需求量随收入的变化而变化的轨迹叫**恩格尔线**。(Engel Curve)。亦即:

$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \quad \boxtimes \quad x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$
随收入变化的轨迹。



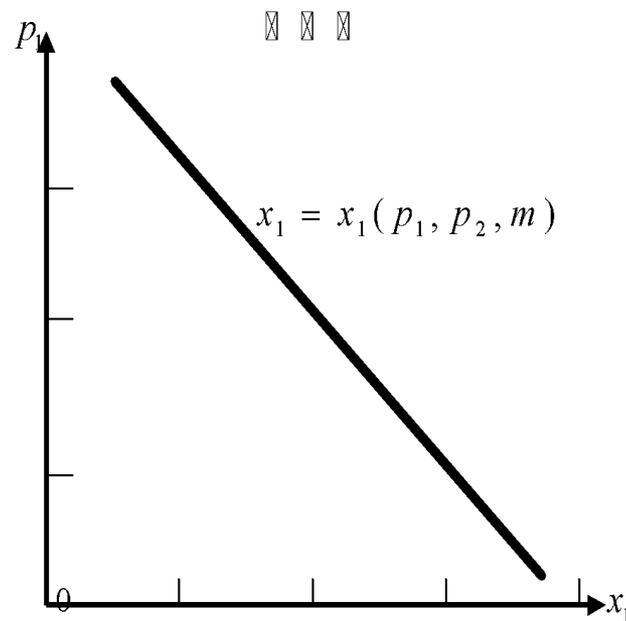
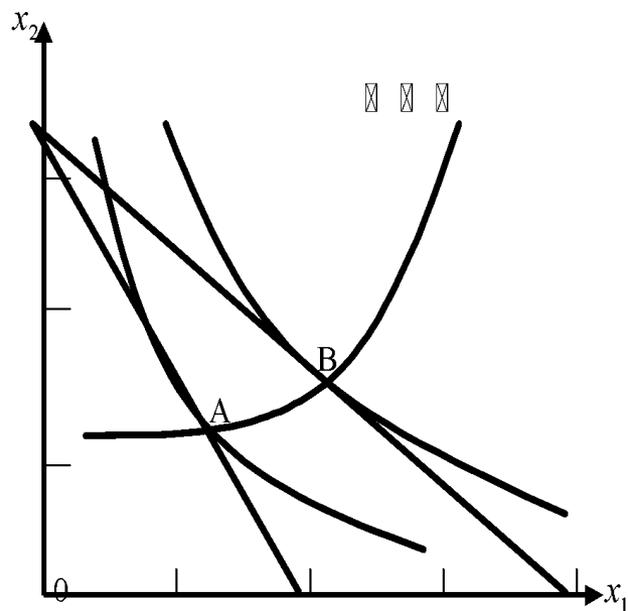
2、价格扩展线与需求曲线

均衡点随价格变化的轨迹叫**价格扩展线**(Price Offer Curve)。亦即

$$: A(x_1, x_2)$$

均衡点中每个商品的需求量随自身价格变化而变化的轨迹叫**需求曲线**(Demand Curve)。亦即：

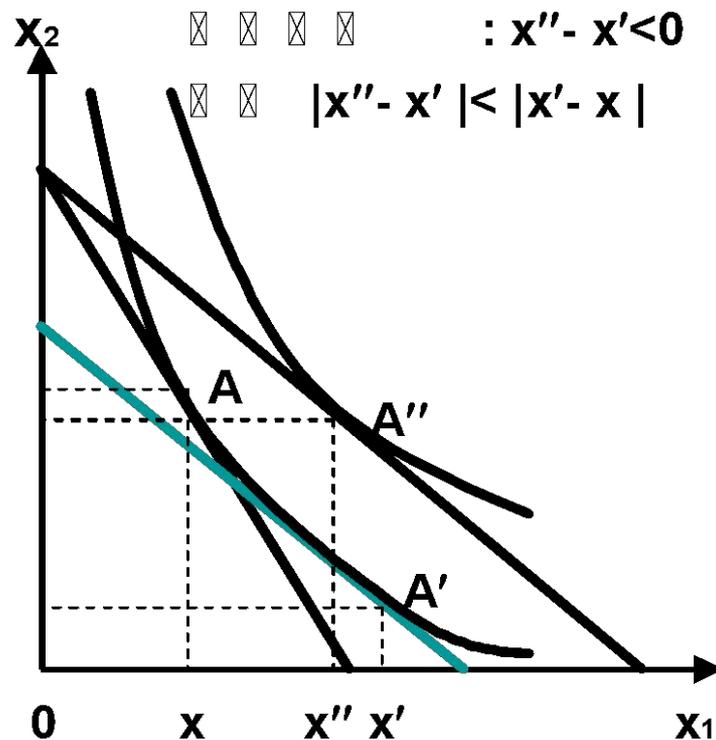
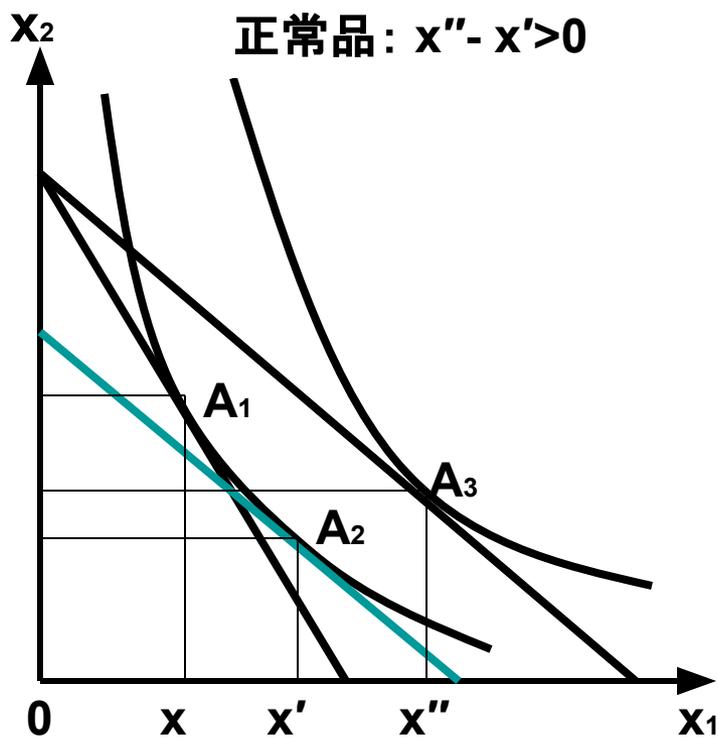
$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \text{ 随自身价格变化的轨迹}$$

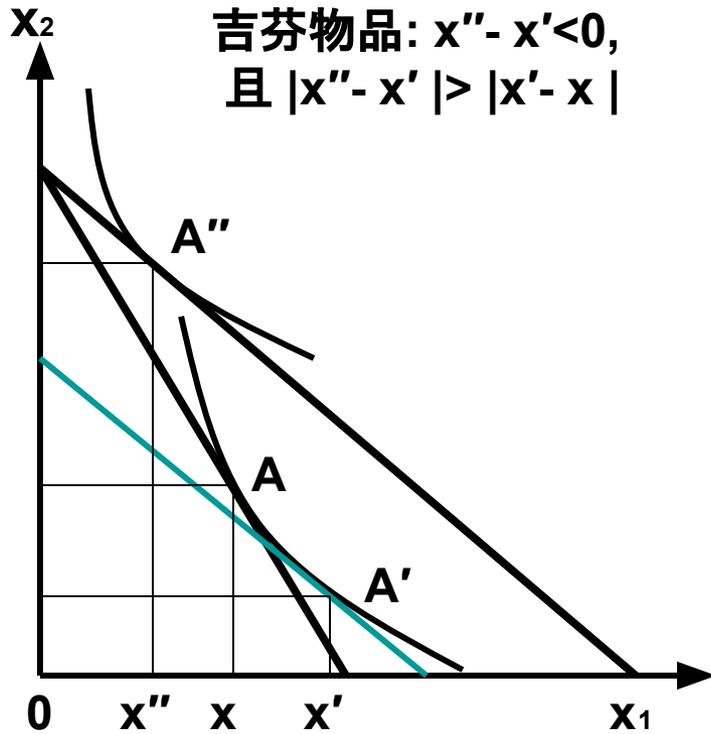


3.3.5 替代效应与收入效应:

替代效应 = $x' - x$, 收入效应 = $x'' - x'$,

总效应 = $x'' - x = (x'' - x') + (x' - x) = \text{替代效应} + \text{收入效应}$





第3章作业:

- 1、课本: 复习与思考第96-97页: 1、2、3、4、6、8。