

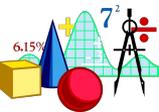
ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ





Цели

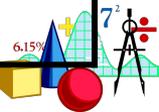
- **Простейшие критерии для проверки гипотез**





Как выбрать простой статистический критерий?

	Параметрические методы	Непараметрические методы
сравнение двух групп (межгрупповая экспериментальная схема, НП имеет 2 уровня)	непарный t- критерий (Стьюдента)	U-критерий (Манна-Уитни)
сравнение группы с самой собой (внутригрупповая экспериментальная схема, НП имеет 2 уровня)	парный t- критерий (Стьюдента)	Критерий Вилкоксона, критерий знаков,...





t-критерий Стьюдента (идея)

У млекопитающих самцы весят больше, а у птиц - наоборот



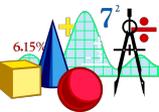


t-критерий Стьюдента (идея)

Насколько Вы уверены в своей гипотезе, если ...

В
С
В
с

Если всех словить невозможно, то сколько нужно словить животных, чтобы гипотеза подтвердилась?





t-критерий Стьюдента (идея)

Вы словили 5 самцов и 5 самок. Средний вес самцов 10 кг, но среди них встречаются и 2-х, и 18-ти килограммовые.

Средний вес самок 9 кг, но среди них встречаются и 2-х, и 18-ти килограммовые.

Насколько Вы уверены в своей гипотезе?





t-критерий Стьюдента (идея)



Вы словили 100 самцов и 100 самок. Средний вес самцов 10 кг, но среди них встречаются животные весом от 9,8 до 10,2 кг

Средний вес самок 9 кг, но среди них встречаются животные весом от 8,8 до 9,2 кг.

Насколько Вы уверены в своей гипотезе?





t-критерий Стьюдента (идея)

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_{cp} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \right)}}$$





t-критерий Стьюдента (непарный)

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые независимые выборки, отличаются друг от друга.





t-критерий Стьюдента (непарный)

Исходные предположения:

1) Одна выборка извлекается из одной генеральной совокупности, а другая, независимая от первой, извлекается из другой генеральной совокупности.

Независимость означает, что представители двух выборок не составляют пары коррелирующих значений)

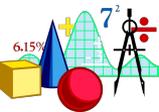




t-критерий Стьюдента (непарный)

Исходные предположения:

- 2) Распределение изучаемого признака и в той, и в другой выборке приблизительно соответствует нормальному
- 3) Дисперсии признака в двух выборках примерно одинаковы (гомогенны)





t-критерий Стьюдента (непарный)

формулы

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_j}{M}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}{N - 1}$$

$$S_y^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{M}}{M - 1}$$

$$S_{cp} = \frac{(N - 1) S_x^2 + (M - 1) S_y^2}{N + M - 2}$$



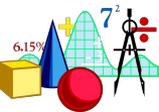


t-критерий Стьюдента (непарный)

формулы

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_{cp} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \right)}}$$

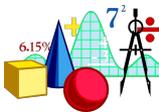
$$df = N + M - 2$$





t-критерий Стьюдента (непарный)

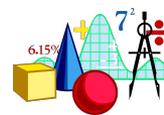
Степени свободы	p		
	0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	64,60
2	4,30	9,92	31,60
3	3,18	5,84	12,92
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,87
...
120	1,98	2,62	3,37





t-критерий Стьюдента (парный)

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга.

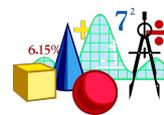




t-критерий Стьюдента (парный)

Исходные предположения:

- 1) Каждому представителю одной выборки (из одной генеральной совокупности) поставлен в соответствие представитель другой выборки (из другой генеральной совокупности)
- 2) Данные двух выборок положительно коррелируют

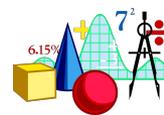




t-критерий Стьюдента (парный)

Исходные предположения:

- 3) Распределение изучаемого признака и в той, и в другой выборке соответствует нормальному закону





t-критерий Стьюдента (парный)

формулы

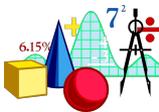
$$D_i = X_i - Y_i$$

$$\bar{D} = \frac{\sum D_i}{N}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum D^2 - \frac{(\sum D)^2}{N}}{N-1}}$$

$$t = \frac{\bar{D} \sqrt{N}}{SD}$$

$$df = N - 1$$





t-критерий Стьюдента для одной выборки

**Позволяет проверить гипотезу о том,
что среднее значение изучаемого
признака отличается от некоторого
известного значения.**





t-критерий Стьюдента для одной выборки

Исходные предположения:

- 1) Распределение признака в выборке приблизительно соответствует нормальному закону





t-критерий Стьюдента для одной выборки

Формулы

$$t = \frac{\bar{X} - const}{S_x}$$

$$S_x = \frac{s}{\sqrt{N-1}}$$

$$df = N - 1$$





t-критерий Стьюдента для одной выборки

Пример

Группа из 17 заключенных была отобрана для участия в новой реабилитационной программе.

Для этой группы среднее значение «опасности для общества» = 84, стандартное отклонение = 16.

Среднее значение «опасности для общества» во всей тюрьме = 78

Будет ли данная группа представительной выборкой для оценки действия новой программы?





t-критерий Стьюдента для одной выборки

$$t = \frac{84 - 78}{16 / \sqrt{16}} = 1.50$$

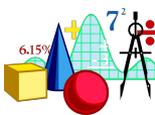
$$df = 17 - 1 = 16$$





t-критерий Стьюдента для одной выборки

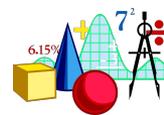
Степени свободы	p		
	0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	64,60
2	4,30	9,92	31,60
3	3,18	5,84	12,92
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,87
...
16	2,12	2,92	4,02





Выводы?

Наши 17 заключенных являются репрезентативной группой и можно попробовать на них новую реабилитационную программу.





Доверительный интервал

Группа студентов (26 человек)
факультета психологии показала в
среднем следующие результаты

$$X_{\text{среднее}} = 108, s = 15$$

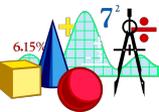
А каким будет средний интеллект для
всех студентов факультета?





Доверительный интервал

Идея: берем любые значения среднего и с помощью критерия Стьюдента для одной выборки проверяем, отличаются ли они значимо от полученного нами среднего.





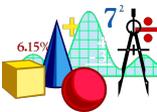
Доверительный интервал

Пусть $p=0,05$.

Предположим, что средний IQ всех студентов = 98.

Проверим, отличается ли это значение от среднего выборки (108):

$$t = \frac{108 - 98}{15 / \sqrt{25}} = 3.333$$





Доверительный интервал

Находим из таблицы критических значений

$$t_{0.05} = 2.060$$

$$3.333 > 2.060,$$

следовательно нуль-гипотеза о том, что среднее генеральной совокупности=98, отклоняется.





Доверительный интервал

Другими словами:

маловероятно, что выборка со средним $IQ=108$ была извлечена из генеральной совокупности со средним $IQ=98$.





Доверительный интервал

Теперь берем среднее $IQ=100$ и
повторяем процедуру...

Если это не проходит, берем $IQ=102...$

Так как $p=0,05$, то мы получим 95%
доверительный интервал





Доверительный интервал

Проще границы доверительного интервала можно посчитать по формулам:

верхняя граница $= \bar{X} + (t_{0.05})(S_{\bar{X}})$

нижняя граница $= \bar{X} - (t_{0.05})(S_{\bar{X}})$





Доверительный интервал

**В нашем случае оценка среднего
интеллекта студентов-психологов:**

верхняя граница $= 108 + (2.060)(3.0) = 114.18$

нижняя граница $= 108 - (2.060)(3.0) = 101.82$





Доверительный интервал

Если мы хотим получить 99%
доверительный интервал, то берем
 $p=0,01$:

верхняя граница $= \bar{X} + (t_{0.01})(s_{\bar{X}})$

нижняя граница $= \bar{X} - (t_{0.01})(s_{\bar{X}})$





Критерий Манна-Уитни

Показывает, насколько совпадают два ряда значений измеренного признака.

Основная идея основана на представлении всех значений двух выборок в виде одной общей последовательности упорядоченных (ранжированных) значений.

Нуль-гипотезе соответствует ситуация, когда значения одной выборки будут равномерно распределены среди значений другой выборки





Критерий Манна-Уитни (формулы)

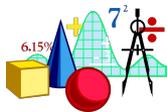
$$U = (N_1 * N_2) + \frac{N_x(N_x + 1)}{2} - T_x$$

где N_1 - количество испытуемых в выборке 1;

N_2 - количество испытуемых в выборке 2;

T_x - большая из двух ранговых сумм

N_x - количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.





Критерий Вилкоксона

Основан на ранжировании абсолютных разностей пар значений зависимых выборок.

Идея заключается в подсчете вероятности получения минимальной из положительной и отрицательной разностей при условии, что распределение этих разностей равновероятно и равно $\frac{1}{2}$.





Критерий Вилкоксона (формула)

$$T = \sum R_r$$

где R_r - ранговые значения сдвигов с более редким знаком





Подумай,

Примени

Определить критерий

Детский психолог хочет определить влияние матерчатых и бумажных подгузников на выработку навыков проситься на горшок.

Однодневные младенцы будут использоваться как испытуемые в начале проекта. Возраст, в котором подгузники не понадобятся (в течение недели) будет определен в конце эксперимента.





Подумай,

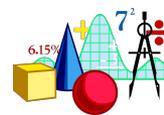


Примени



Определить критерий

**Решено провести исследование,
ставящее своей задачей сравнить боязнь
заразиться СПИДом (по 7-балльной
шкале) среди наркоманов и
ненаркоманов.**





Подумай,

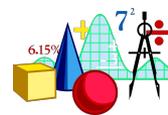


Примени



Определить критерий

Проверяем, правда ли то, что произнесение иностранных слов, вполне обычных по своему значению, но фонетически схожих с табуированной лексикой родного языка человека, вызывает у него затруднения большие, чем произнесение табуированных слов чужого языка.





Подумай,

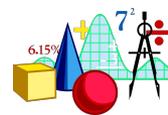


Примени



Определить критерий

**Деканат сравнивает оценки студентов
по 5-балльной шкале полезности
курсов «Системного анализа данных»
и «Идеологии» для их дальнейшей
проф. деятельности**





Подумай,

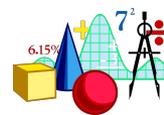


Примени



Определить критерий

**Студентки сравнивают вес 5
подружек, худевших по кремлевской
диете и 7 подружек, худевших по
пентагонской диете**





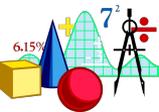
Цели

- **Основы эксперимента**
- **Логика проверки гипотез**
- **Простейшие критерии для проверки гипотез**

Стьюдента

Манна-Уитни

Вилкоксона





Значимость коэффициента корреляции

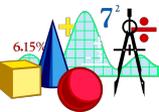
**Это уровень значимости,
полученный при проверке
нуль-гипотезы о равенстве нулю
коэффициента корреляции
между интересующими нас
переменными
*в генеральной совокупности.***





Как определить?

Отношение выборочного коэффициента корреляции к своей ошибке служит критерием для проверки нуль-гипотезы - предположения о том, что в генеральной совокупности этот показатель равен нулю.



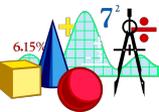


Как определить?

Нулевую гипотезу отвергают на принятом уровне значимости, если

$$t_{\text{эмп}} = r \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}} \geq t_{\text{кр}}$$

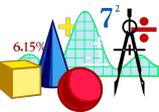
Значения критических точек $t_{\text{кр}}$ для разных уровней значимости и числа степеней свободы $N-2$ ищем в таблице t -критерия





Как определить?

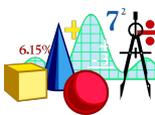
**Еще проще можно посмотреть
в специальной таблице.**





Значимость коэффициента корреляции

df=N-2	Уровень статистической значимости		
	0,1	0,05	0,01
1	0,988	0,997	0,9999
2	0,900	0,950	0,990
3	0,805	0,878	0,959
...
100	0,164	0,195	0,254

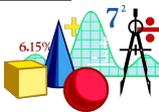




Корреляционная матрица

	рост	тревож- ность	размер обуви
рост	1		
тревож- ность	-0,65*	1	
размер обуви	0,87**	-0,54	1

Примечание: * - $p < 0,05$; ** - $p < 0,01$



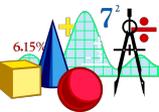


Полезная литература:

К следующей лекции прочитать:

**Лебедев А.Н. и др. О зависимости объема
памяти от размера алфавита стимулов//
Том 24, № 3. – 2003. – С. 80-93**

**(есть в эл.виде в папке
«Дополнительная литература»)**





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

