

# Проецирование поверхностей

## *Проецирование поверхностей*

**Поверхность – это множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону.**

## Проецирование поверхностей

### Способы задания поверхностей:

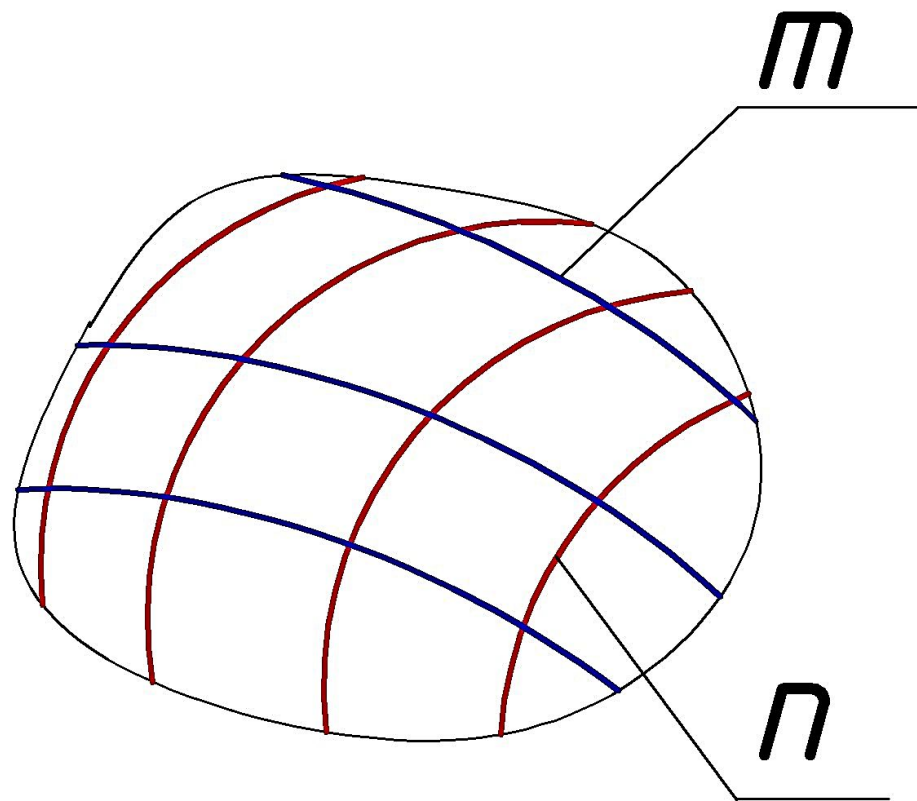
- **Аналитический** (поверхность задается уравнением, например,  $ax+by+cz=k$  - плоскость)
- **Каркасный** (поверхность задается семейством линий, лежащих на поверхности, пример – топографическая поверхность)
- **Кинематический** (задается закон перемещения линии в пространстве):
  - поверхности второго порядка общего вида;
  - поверхности вращения;
  - винтовые поверхности;
  - поверхности с плоскостью параллелизма;
  - циклические поверхности.

## Проецирование поверхностей

Линия, перемещающаяся в пространстве, называется образующей ( $n$ ).

Линия, вдоль которой происходит перемещение – направляющей ( $m$ )

По виду образующей поверхности делятся на **линейчатые** (образующая – прямая линия) и **нелинейчатые** (образующая – кривая линия).



## *Проецирование поверхностей*

### Очерк поверхности

**Контуром** или **контуром видимости** поверхности называется линия, точки которой являются точками касания проецирующих прямых.

**Очерком** поверхности на плоскости проекций называется **проекция контура** на эту плоскость.

**Линией видимости**, которая является границей, отделяющей видимую часть поверхности от невидимой на данной плоскости проекций, называется **проекция контурной линии** (очерк).

## *Проецирование поверхностей*

### ***Условие принадлежности точки поверхности***

***Точка*** принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо ***линии*** данной поверхности.

В качестве ***вспомогательных линий*** при построении точки используют графически простые линии (прямые и окружности), которые проецируются также в графически простые линии.

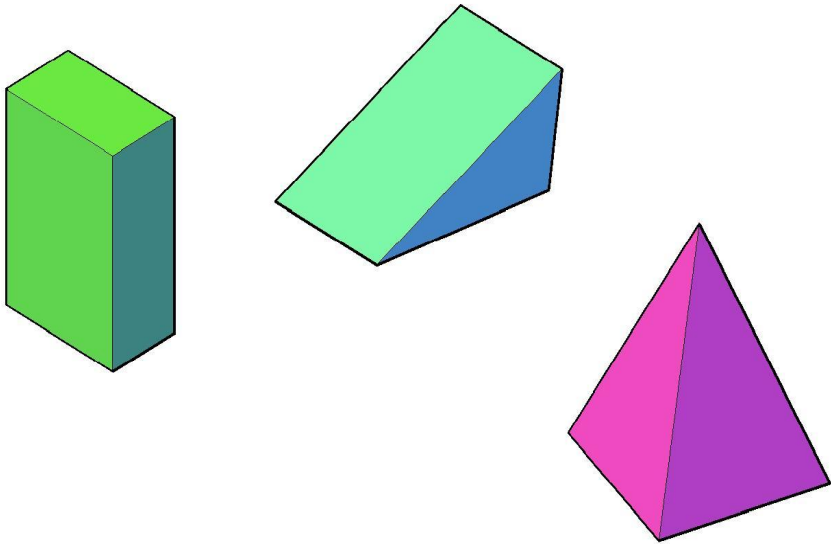
## *Проецирование поверхностей*

### ***Классификация поверхностей***

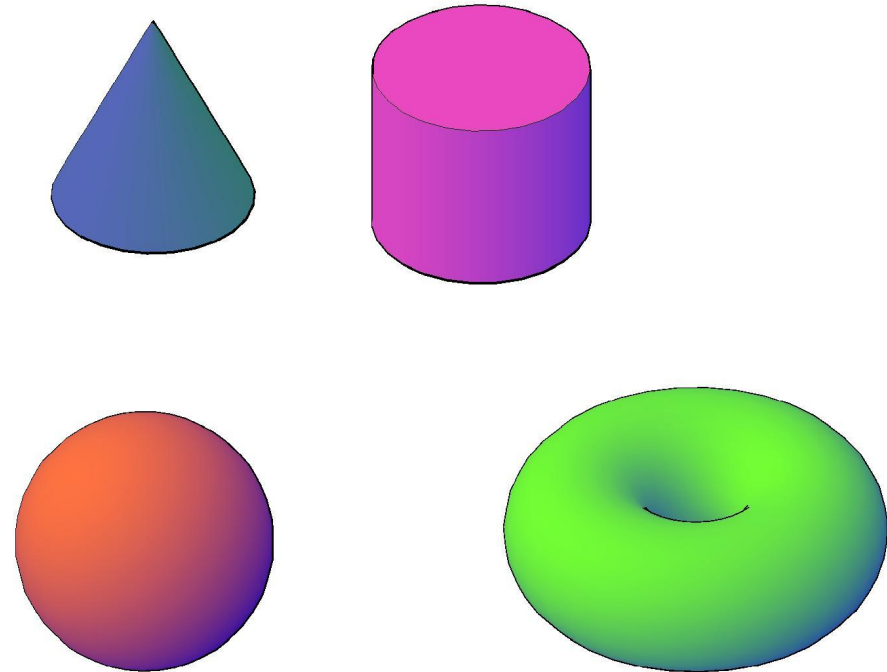
- Гранные поверхности (поверхности, образованные частями пересекающихся плоскостей)
- Кривые поверхности

## Проецирование поверхностей

Примеры гранных  
поверхностей  
(параллелепипед, призма,



Примеры кривых  
поверхностей (конус,  
цилиндр, сфера, тор)





## Проецирование поверхностей

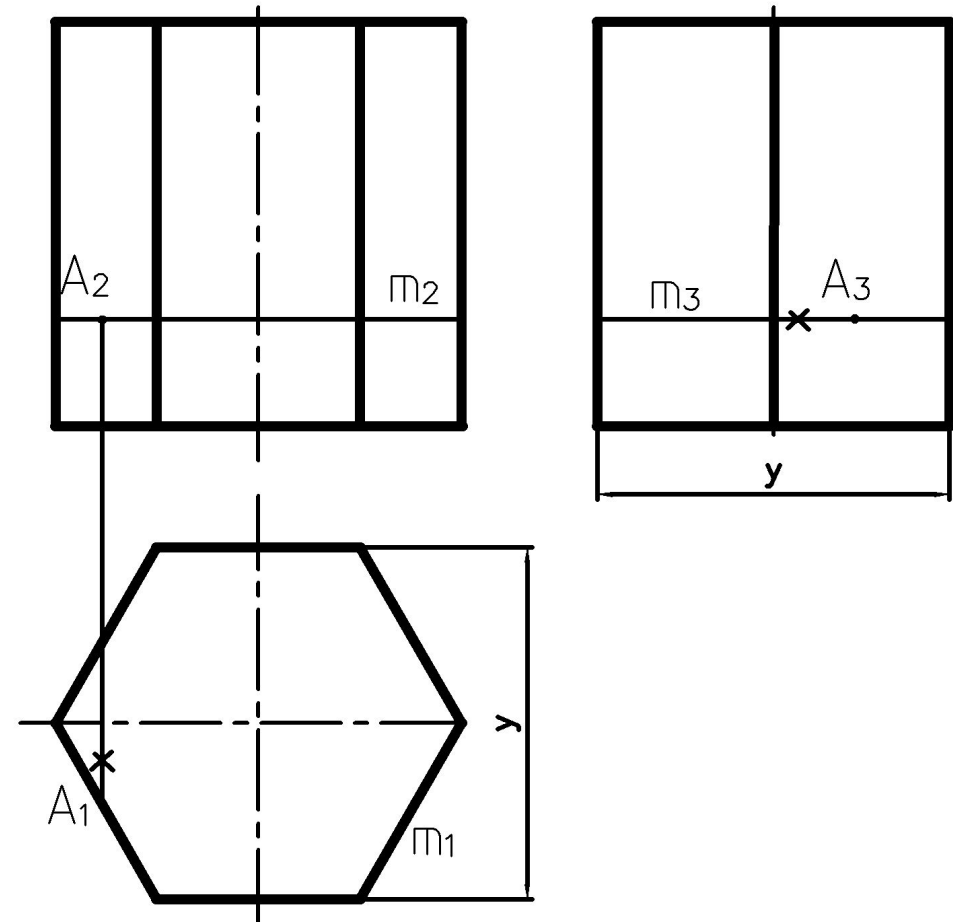
### Наиболее часто встречающиеся гранные поверхности:

- **Призма**: в основании призмы лежит многоугольник, а боковые грани – параллелограммы. Если ребра перпендикулярны основанию, то призма называется прямой, если в основании лежит правильный многоугольник – призма правильная;
- **Пирамида**: в основании пирамиды лежит многоугольник, боковые грани – треугольники, имеющие общую вершину;
- **Призматойд**: многогранник, у которого верхнее и нижнее основания многоугольники, лежащие в разных плоскостях;
- **Правильные многогранники** (тела Платона): многогранники, у которых все грани правильные и равные многоугольники, а углы при вершинах равны (тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

**Построение проекций точки, принадлежащей гранной поверхности, аналогично построению проекций точки, принадлежащей плоскости.**

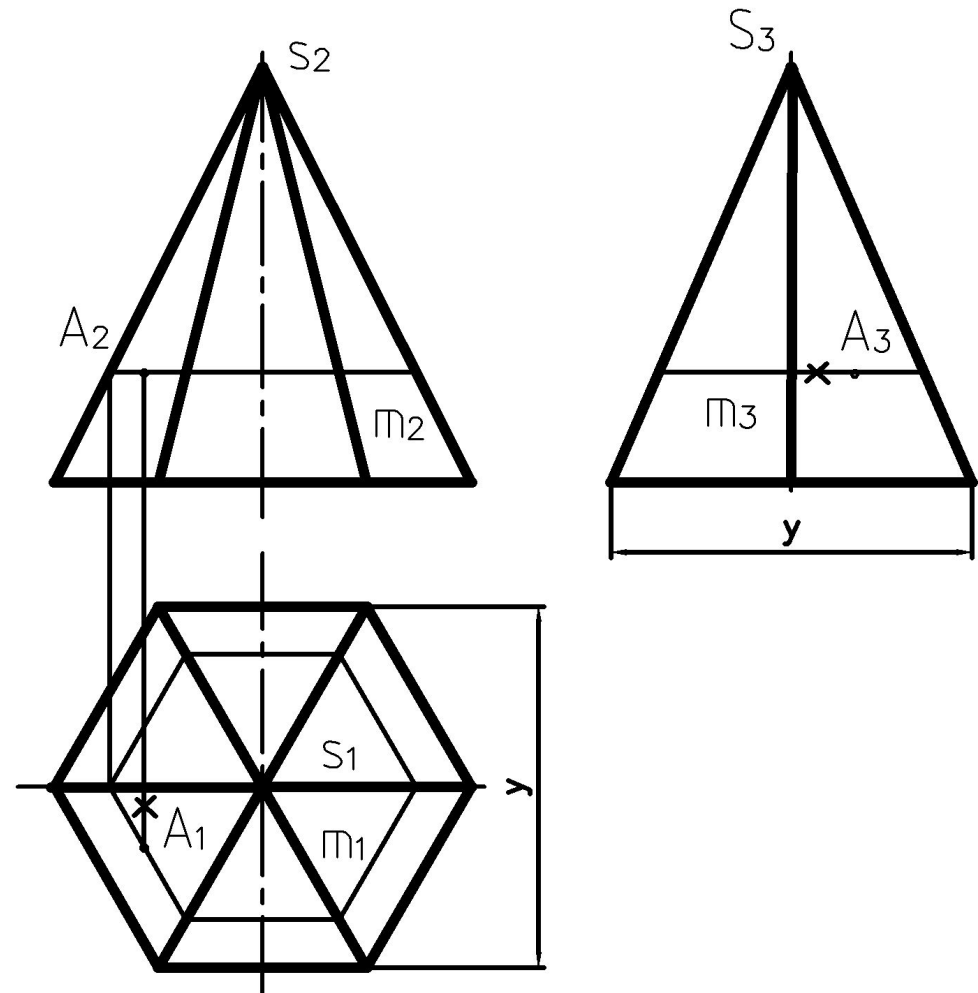
## Проецирование поверхностей

Пример построения проекций **правильной прямой призмы** (шестигранной) и точки, принадлежащей данной поверхности.



## Проецирование поверхностей

Пример построения проекций **пирамиды**, в основании которой лежит шестиугольник и точки, принадлежащей данной поверхности.



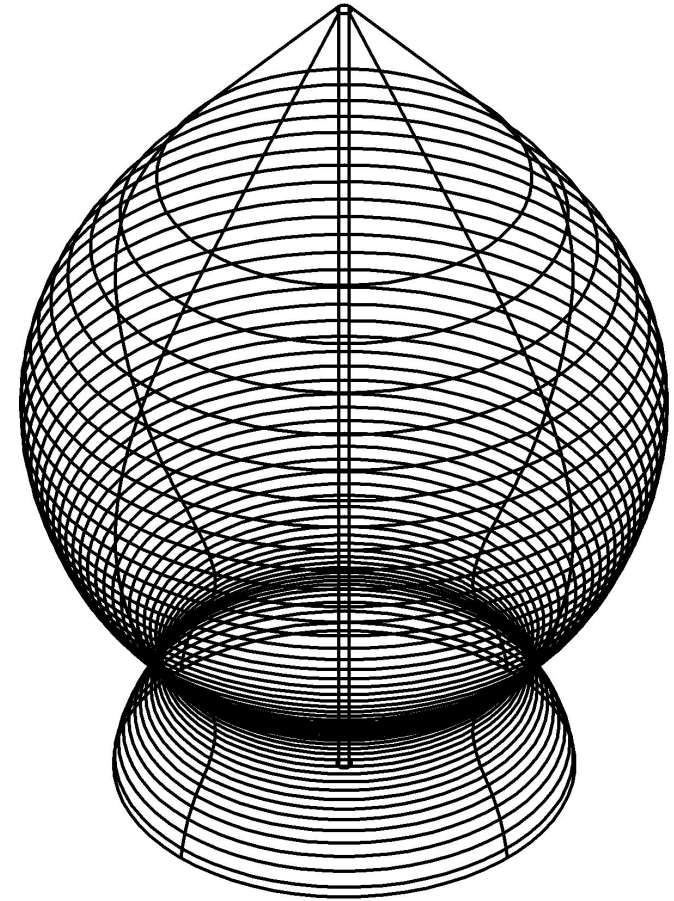
# Проецирование поверхностей



## Проецирование поверхностей

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная при вращении линии вокруг неподвижной прямой, которая называется осью вращения (осью поверхности).

Любая точка линии при вращении описывает окружность, лежащую в плоскости, перпендикулярной оси. Это окружность называется **параллелью**.



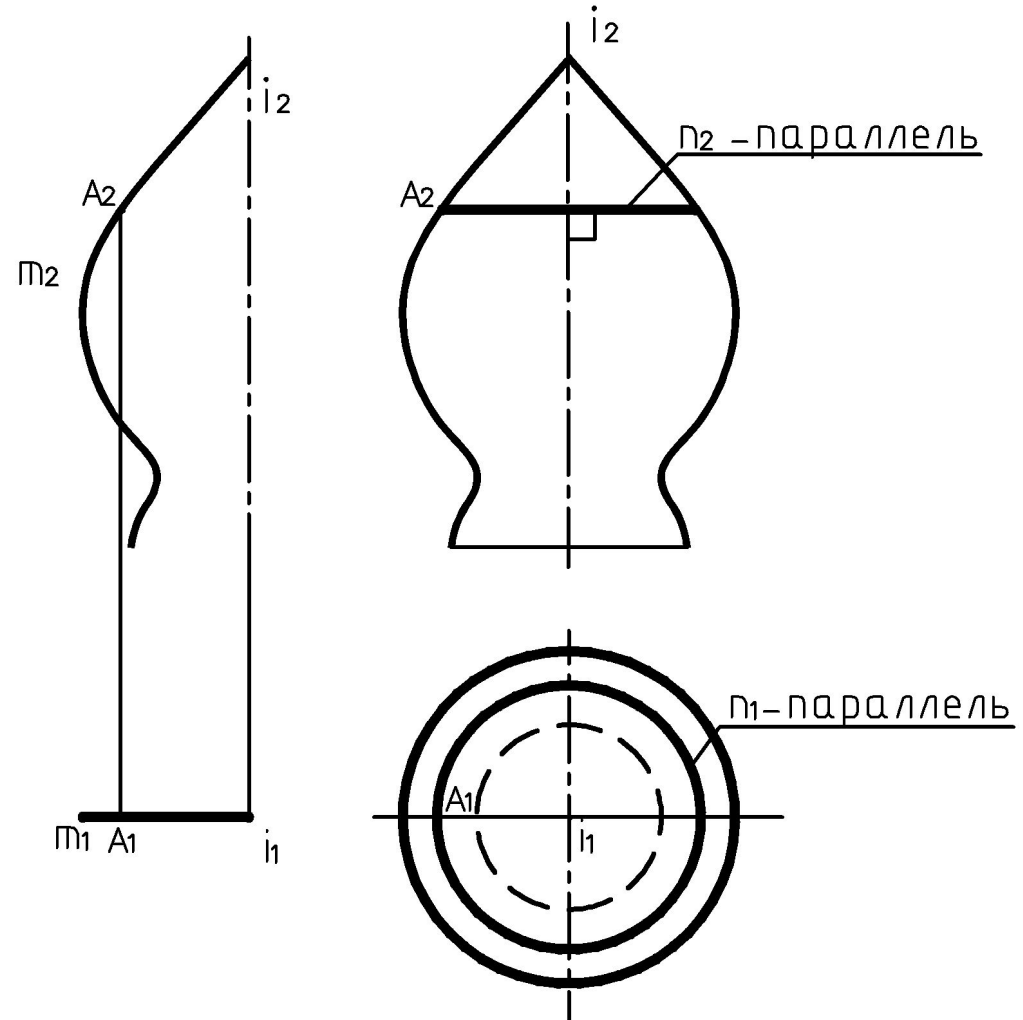
## Проецирование поверхностей

### Основные параметры поверхности:

- **Образующая**  $m$ ;
- **Ось вращения**  $l$ ;
- Точка  $A$ , принадлежащая образующей  $m$ , следовательно, поверхности;
- **параллель**  $n$ , лежащая в плоскости, перпендикулярной оси;
- **меридиан** (линия, образованная при рассечении поверхности плоскостью, проходящей через ось).

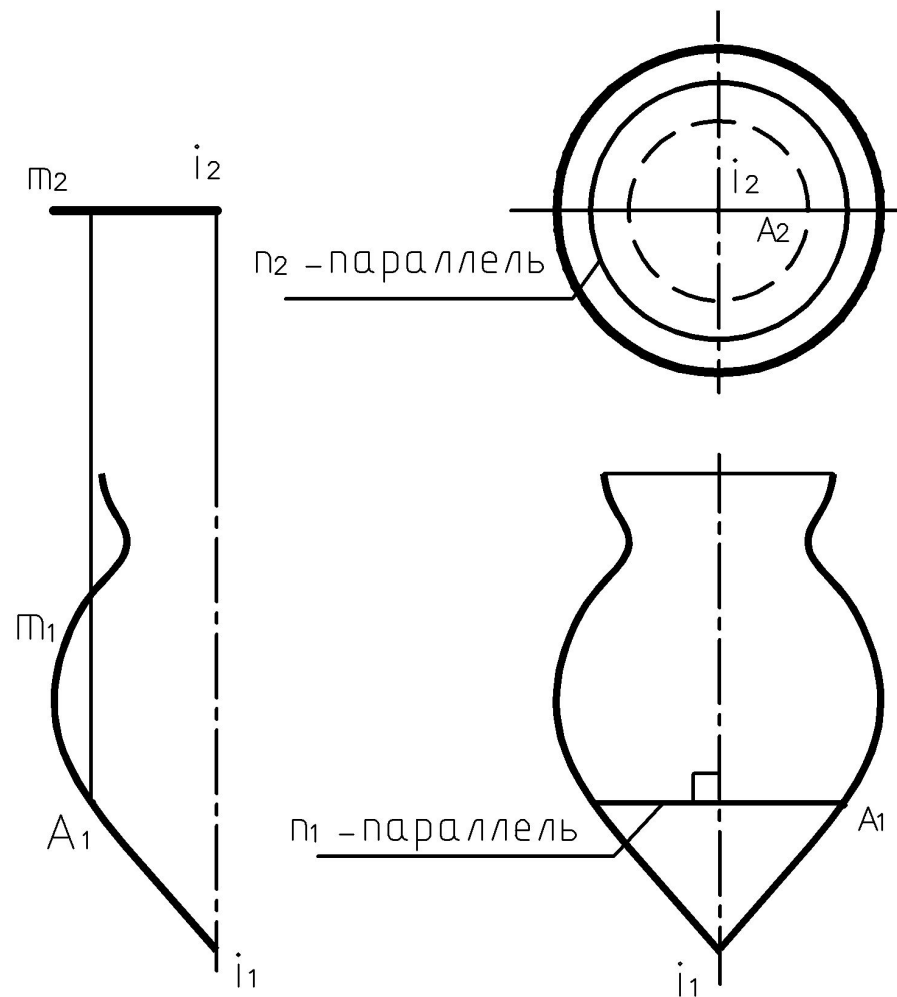
# Проецирование поверхностей

Если ось вращения перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, то **параллель** будет лежать в горизонтальной плоскости уровня и спроецируется на горизонтальную плоскость проекций в **натуральную величину**, а на фронтальную - в виде **отрезка прямой**, перпендикулярной проекции оси.



## Проецирование поверхностей

Если ось вращения перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то **параллель** будет лежать во фронтальной плоскости уровня и спроецируется на фронтальную плоскость проекций в **натуральную величину**, а на горизонтальную - в виде **отрезка прямой**, перпендикулярной проекции оси.





## *Проецирование поверхностей*

**Характерные линии поверхности вращения**

**Параллель** наибольшего радиуса называется ***экватором***.

**Параллель** наименьшего радиуса называется ***горлом***.

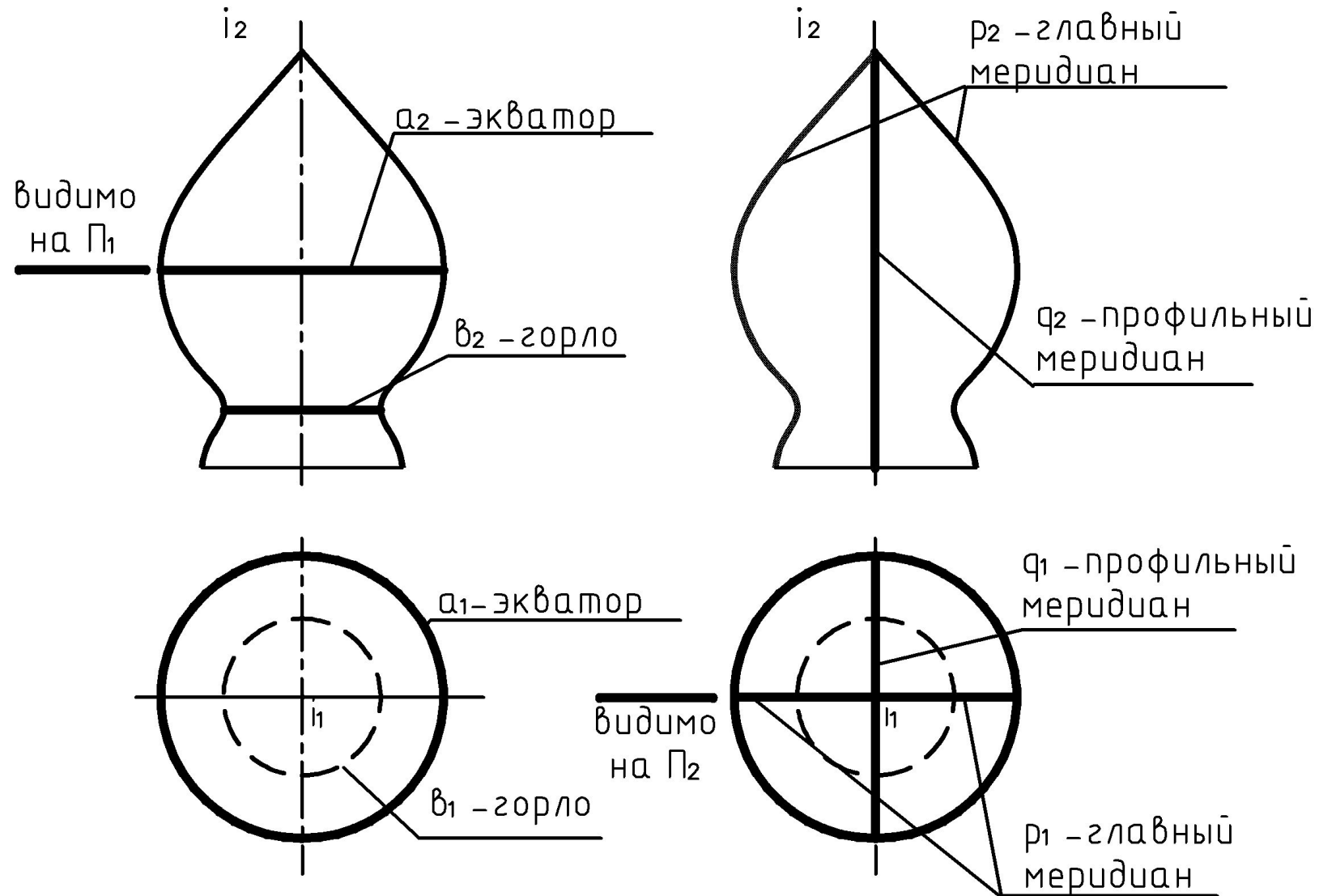
**Меридиан**, расположенный в плоскости, параллельной плоскости проекций, называется ***главным меридианом***.

**Меридиан**, лежащий во фронтальной плоскости уровня называется ***фронтальным***.

**Меридиан**, лежащий в профильной плоскости уровня называется ***профильным***.

Проекции экватора и главных меридианов являются, как правило, ***очерками поверхности (линиями видимости)***.

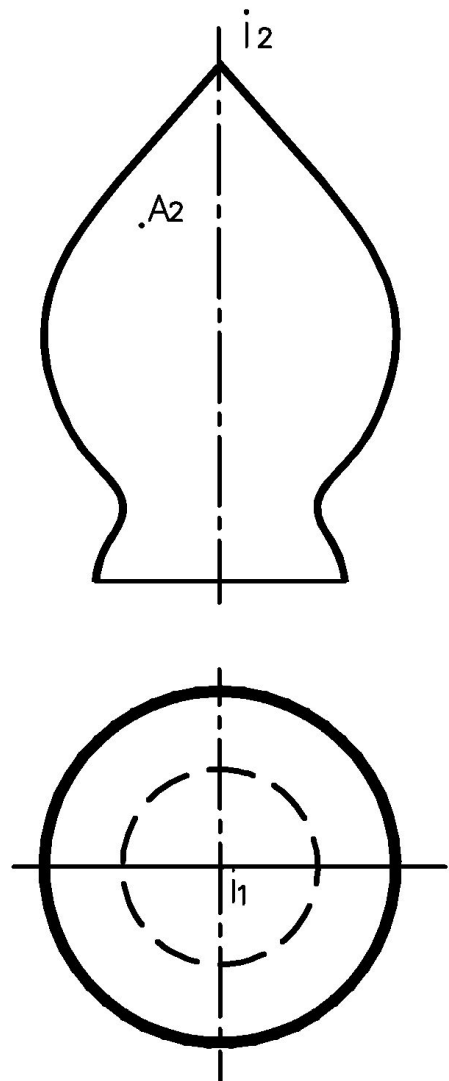
# Проецирование поверхностей



## Проецирование поверхностей

### Построение проекций точки A на поверхности вращения

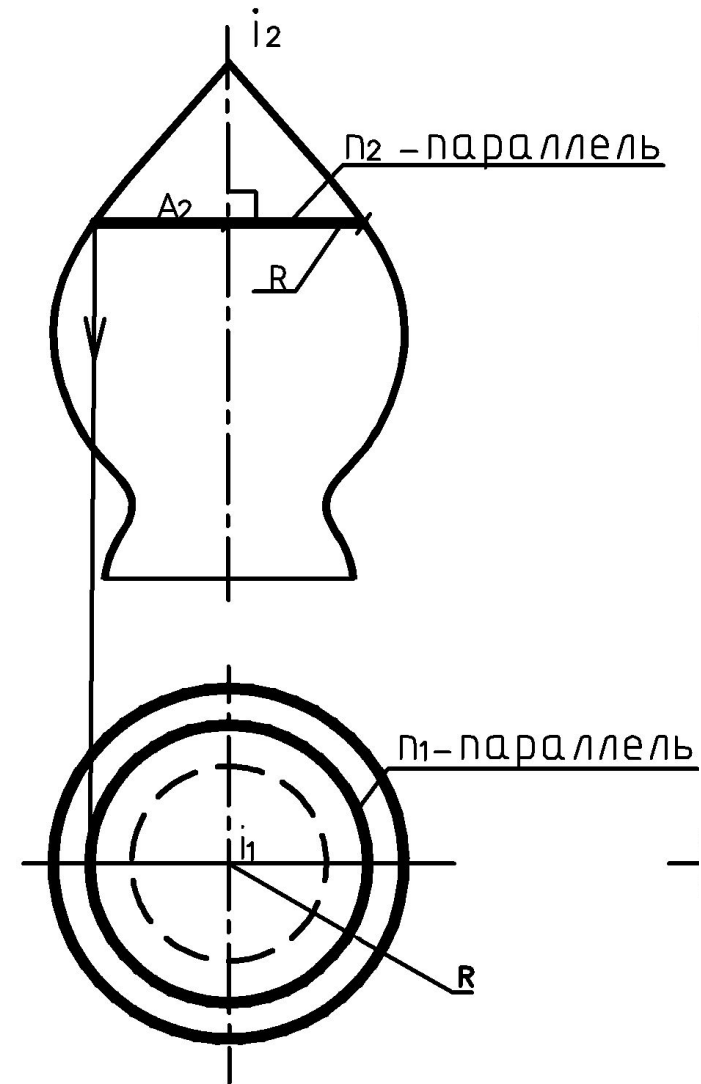
Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии, данной поверхности. В качестве вспомогательных линий при построении точек на поверхности вращения используют **параллели**.



# Проецирование поверхностей

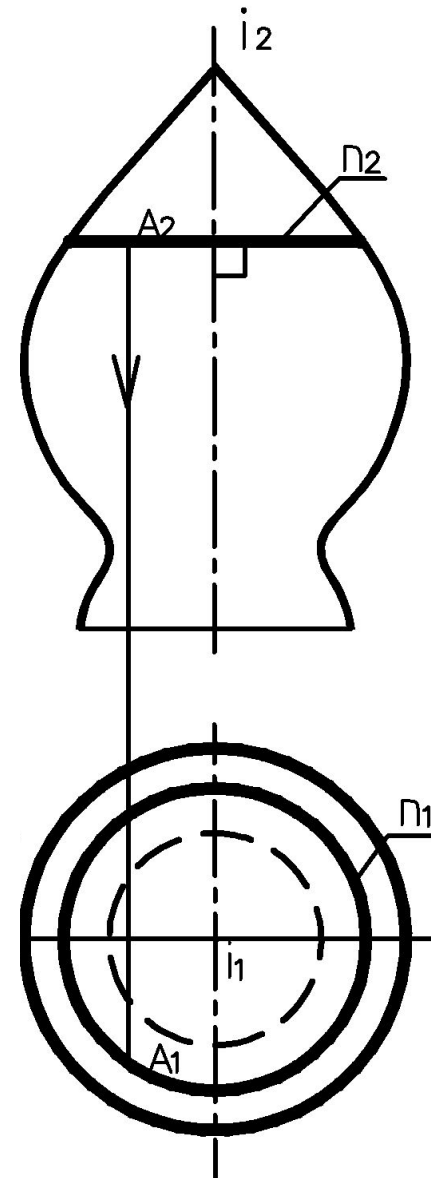
## Алгоритм построения

1. Через проекцию точки  $A$  проводят фронтальную проекцию параллели  $n$ , перпендикулярно проекции оси.
2. Строят горизонтальную проекцию параллели (окружность) радиусом, который равен расстоянию от оси до фронтального меридиана.



## Проецирование поверхностей

3. По линии связи строят горизонтальную проекцию точки  $A$ .
4. Определяют видимость проекции. Так как фронтальная проекция точки находится выше экватора и видима, то горизонтальная проекция будет видима и находится перед линией видимости (фронтальным меридианом).



# Проецирование поверхностей

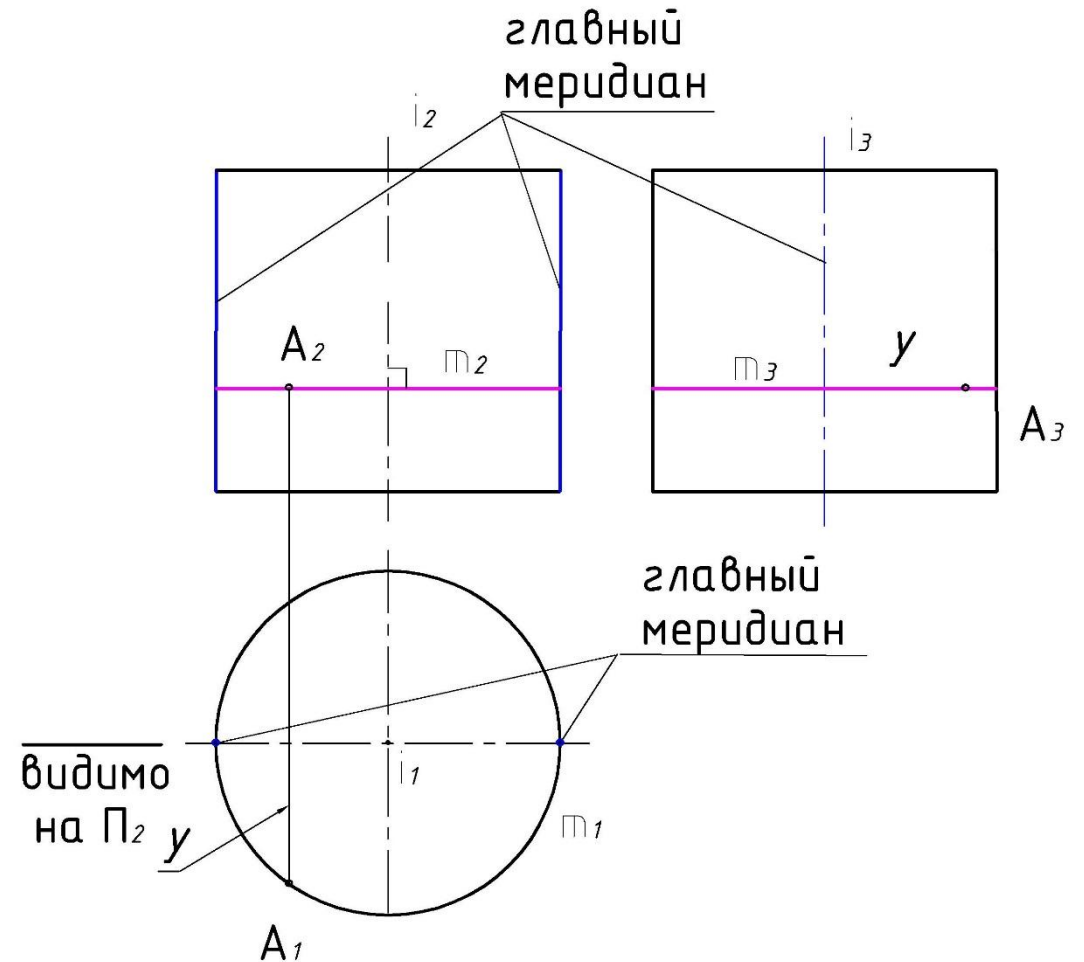
## Цилиндр вращения

**Цилиндром вращения** называют поверхность, образованную вращением прямолинейной образующей, вокруг параллельной ей оси.

**Характерные линии цилиндра: главные меридианы (фронтальный и профильный).**

Если ось вращения является проецирующей прямой, то цилиндр называют **проецирующим**. На одну из плоскостей проекций такой цилиндр спроецируется в виде **окружности**.

Построение проекций точки, принадлежащей **цилиндру вращения с проецирующей осью**, аналогично построению проекций точки, принадлежащей правильной призме.



# Проецирование поверхностей

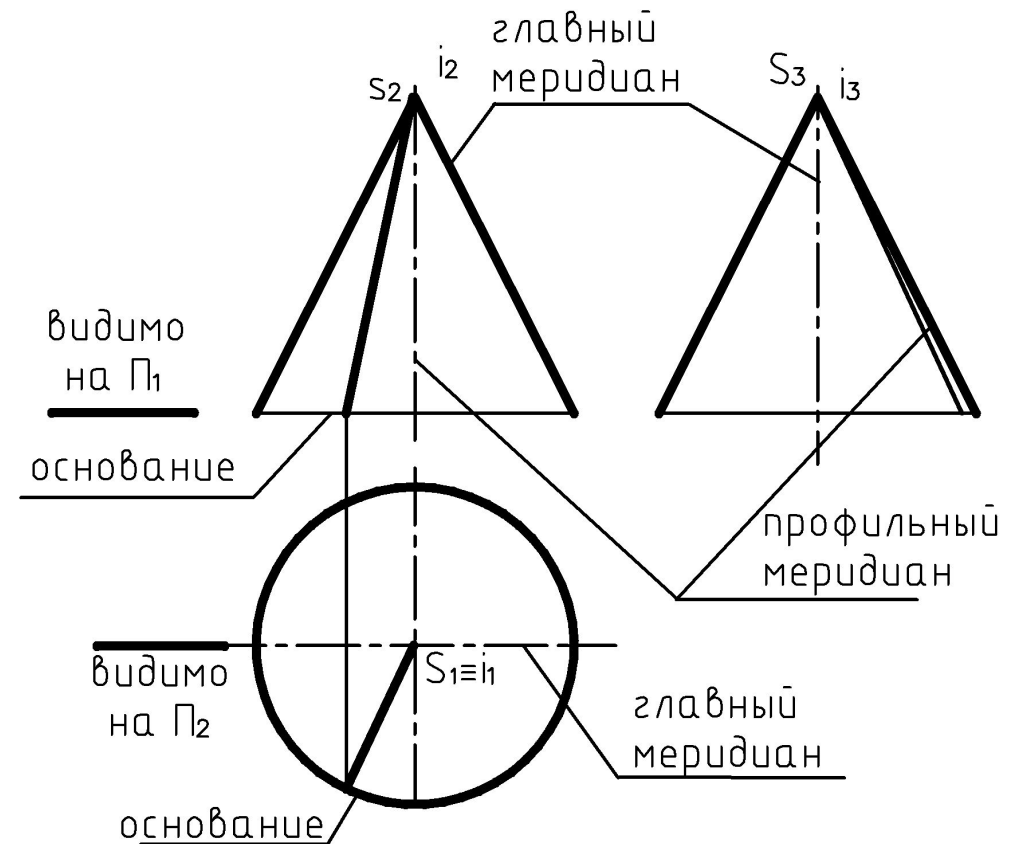
## Конус вращения

**Конусом вращения** (прямым круговым конусом) называют поверхность, образованную вращением прямолинейной образующей вокруг пересекающейся с ней оси. Точка пересечения образующей и оси  $S$  называется вершиной конуса.

**Характерные линии цилиндра: главные меридианы (фронтальный и профильный).**

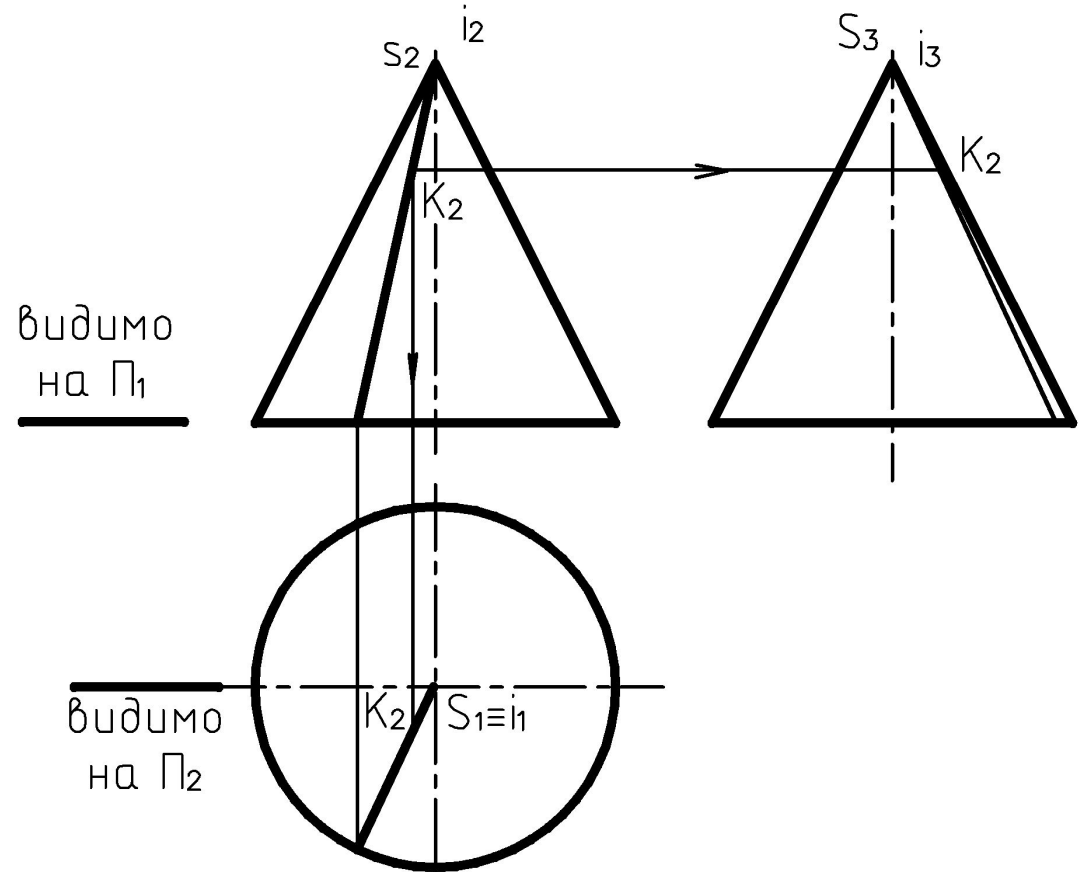
Если ось конуса перпендикулярна плоскости проекций, то на эту плоскость конус спроецируется в виде **круга**.

Построение проекций точки, принадлежащей поверхности конуса можно выполнять как с помощью **параллелей**, так и с помощью **прямолинейных образующих**.



# Проецирование поверхностей

1. Через проекцию точки  $K$  и вершины  $S$  проводят фронтальную проекцию образующей (до проекции основания).
2. Строят горизонтальную и профильную проекции образующей.
3. По линиям связи строят горизонтальную и профильную проекции точки  $K$ .
4. Определяют видимость проекций. Так как фронтальная проекция точки видима и находится левее профильного меридиана, то горизонтальная и профильная проекции точки будут видимы.





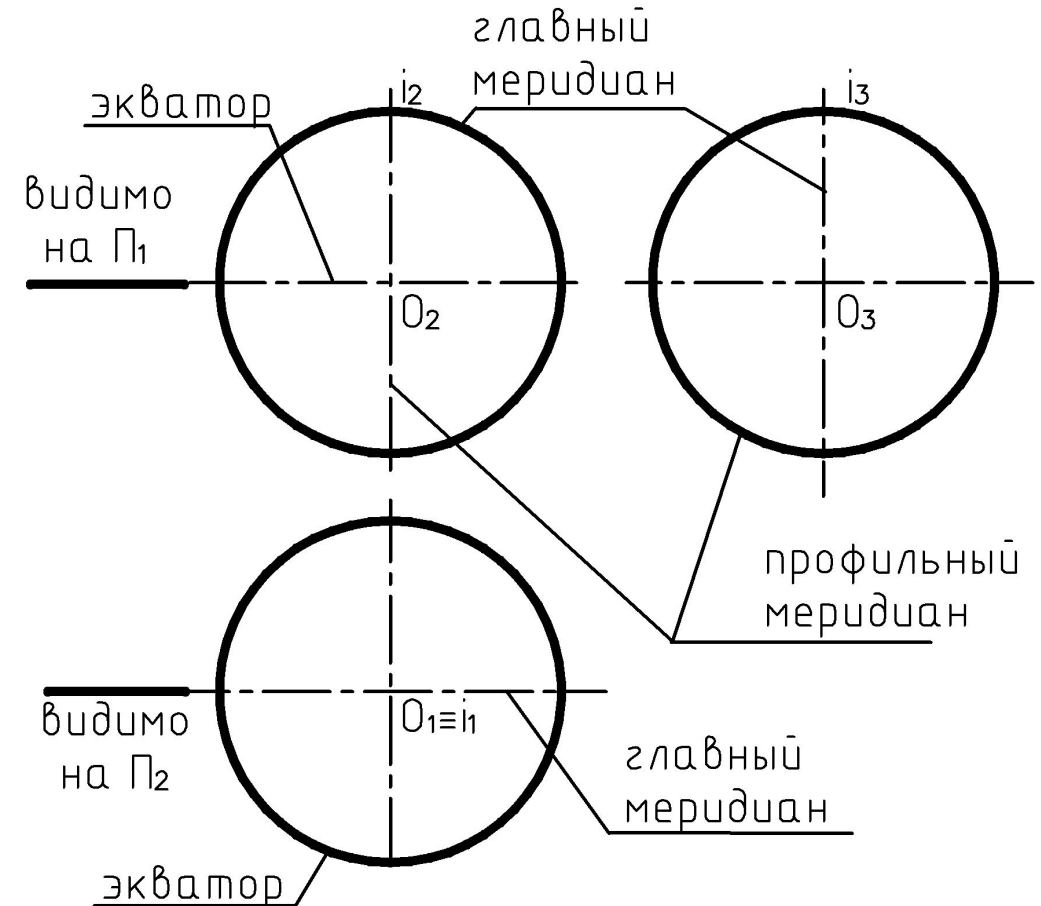
# Проецирование поверхностей

## Сфера

**Сферой** называют поверхность, образованную вращением окружности вокруг её оси. У сферы множество осей вращения, пересекающихся в центре сферы – точке  $O$ .

**Характерные линии сферы: экватор, главные меридианы (фронтальный и профильный).**

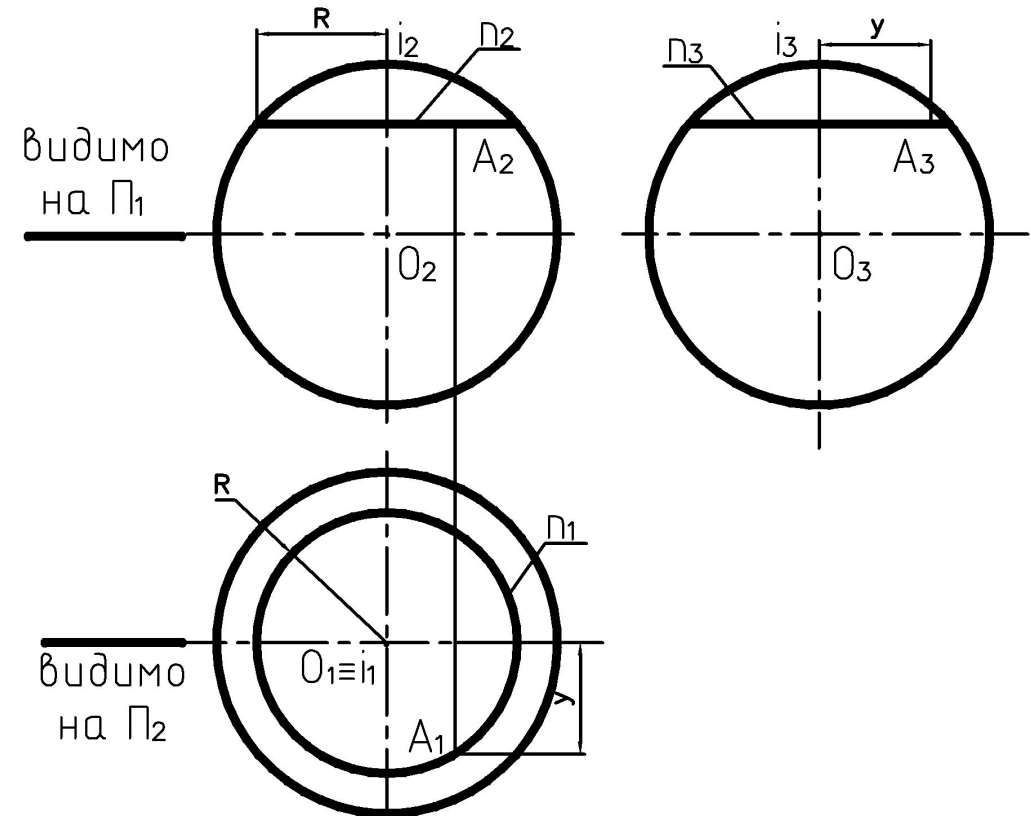
Построение проекций точки, принадлежащей поверхности сферы выполняют с помощью **параллелей**.



# Проецирование поверхностей

## Алгоритм построения проекций точки

1. Через проекцию точки  $A$  проводят фронтальную проекцию параллели  $n$ , перпендикулярно проекции оси.
2. Строят горизонтальную проекцию параллели (окружность) радиусом, который равен расстоянию от оси до фронтального меридиана и профильную проекцию параллели (отрезок).
3. По линии связи строят горизонтальную проекцию точки  $A$ . Для построения профильной проекции измеряют расстояние от оси до проекции точки ( $y$ ) и откладывают это расстояние на профильной проекции.
4. Определяют видимость проекции. Так как фронтальная проекция точки находится выше экватора и видима, то горизонтальная проекция будет видима и находится перед линией видимости (фронтальным меридианом). Профильная проекция будет невидима, так как находится за линией видимости (профильным меридианом)



## Проецирование поверхностей

### *Тор*

Тором называют поверхность, образованную вращением окружности или ее дуги, вокруг оси, не проходящей через центр окружности, но лежащей в плоскости образующей окружности.

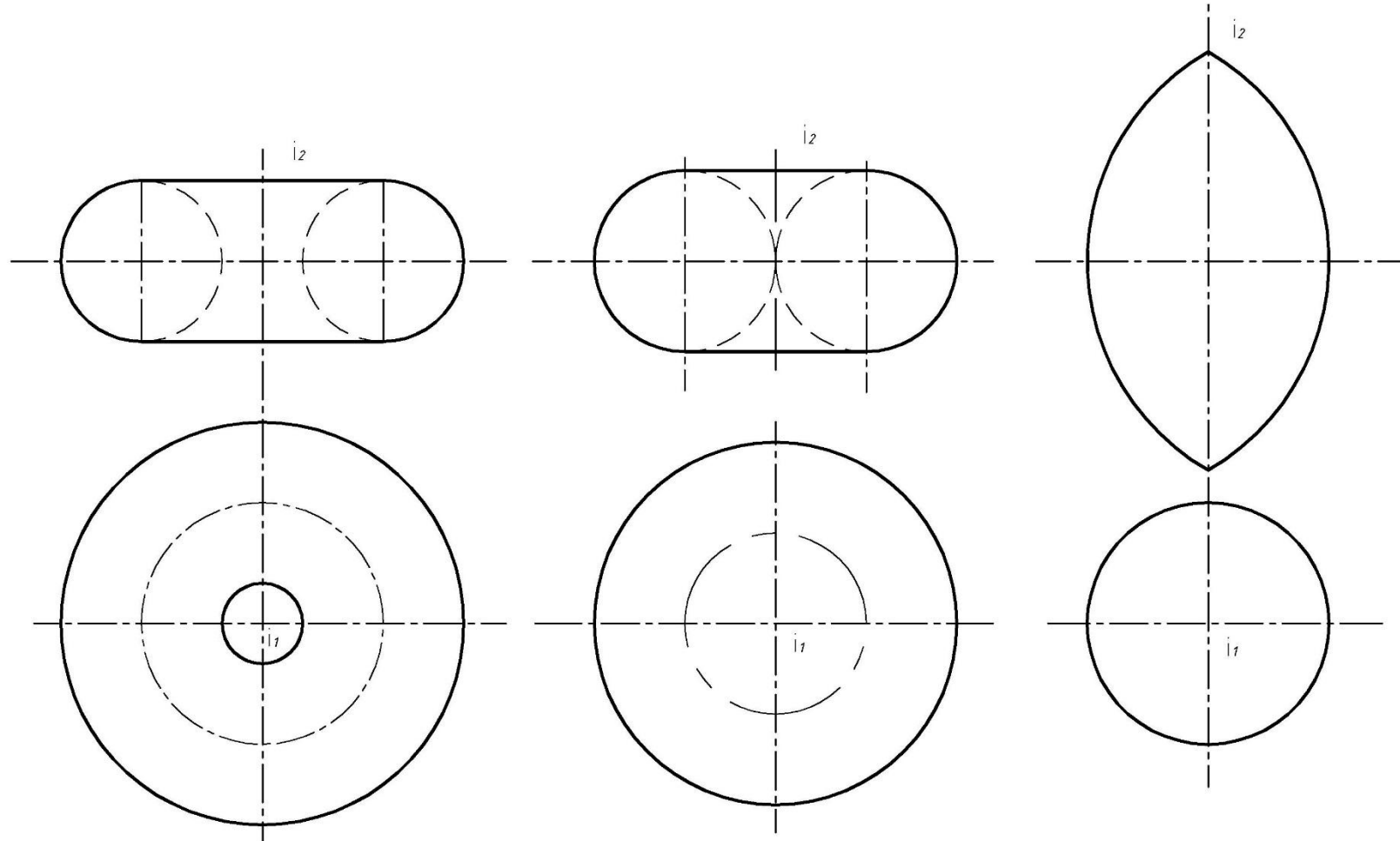
Тор бывает:

**открытым** (круговое кольцо) – окружность не пересекает ось;

**закрытым** – окружность касается оси;

**самопересекающимся** – окружность пересекает ось.

# Проецирование поверхностей



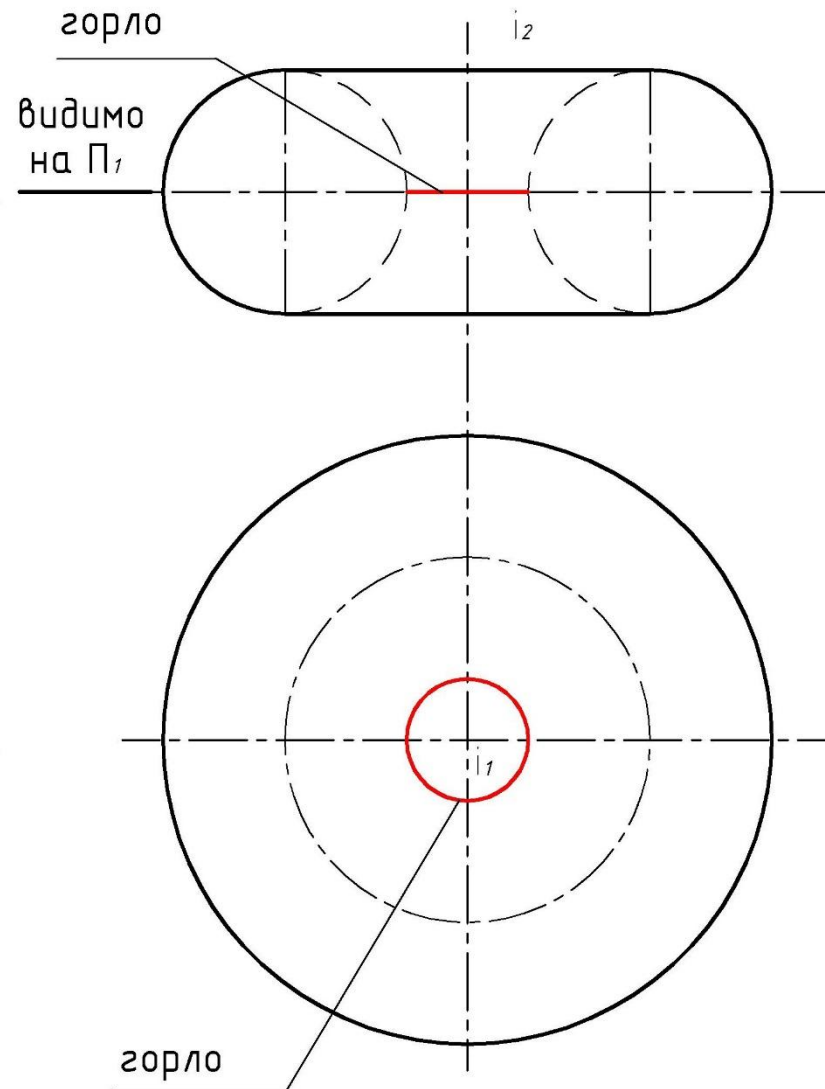
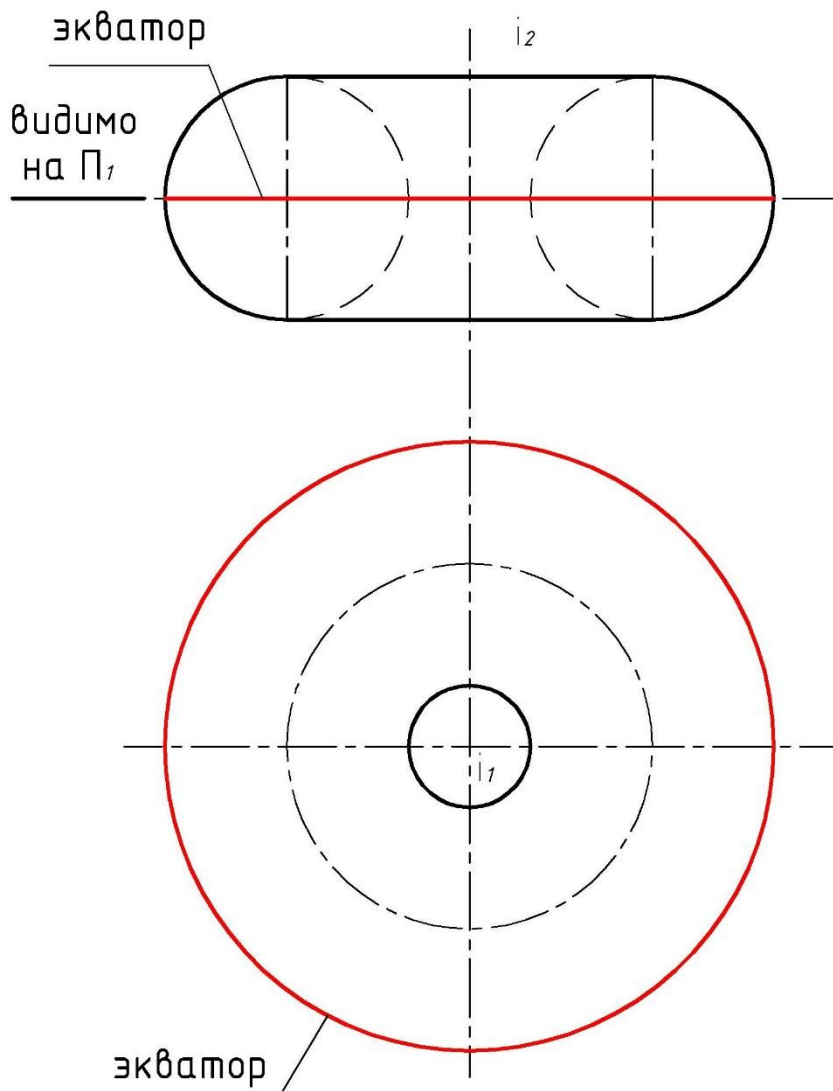
## *Проецирование поверхностей*

**Характерные линии сферы: экватор, горло, главные меридианы (фронтальный и профильный), верхняя и нижняя очерковые образующие (параллели).**

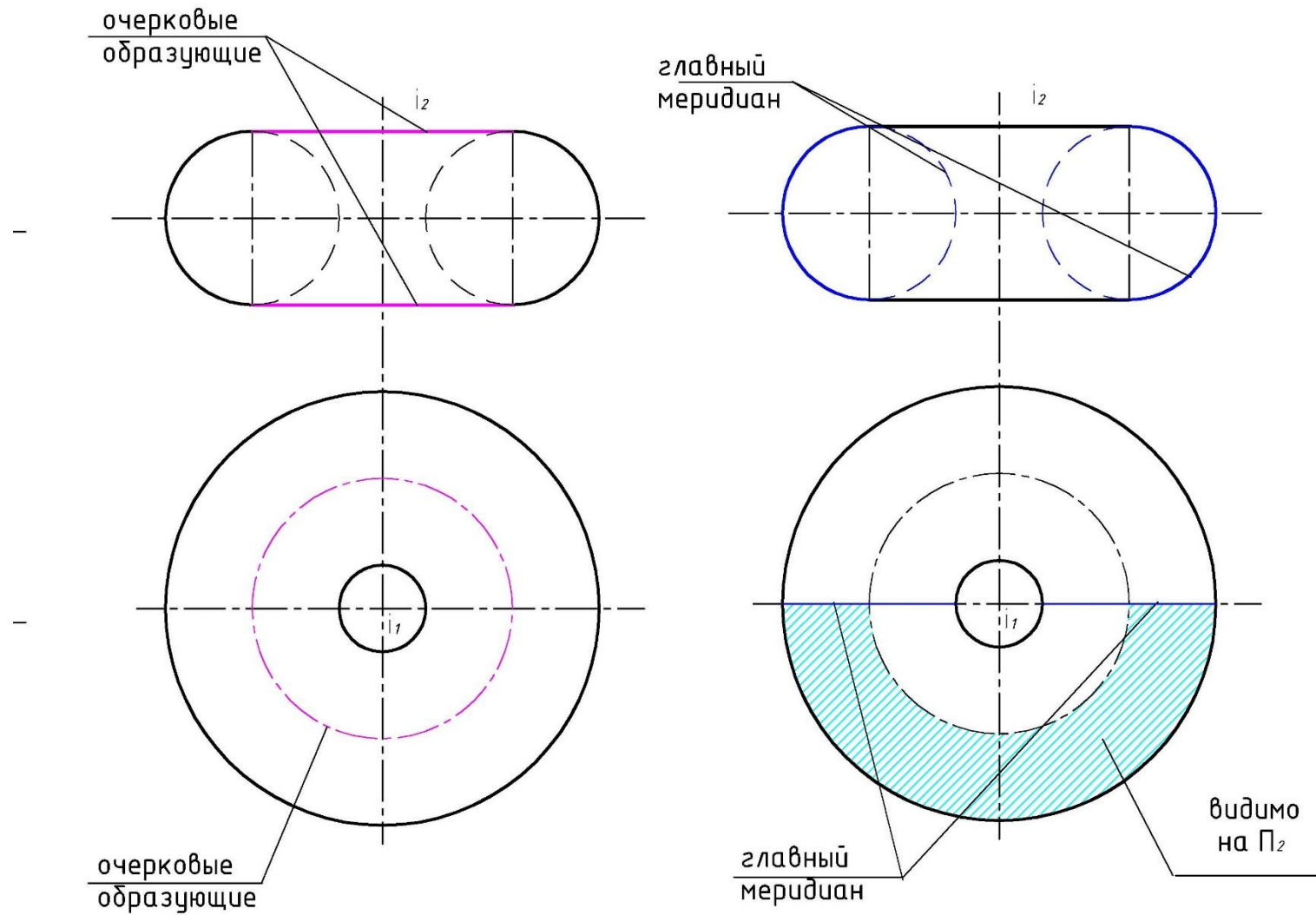
**Для открытого тора проекции очерка и главных меридианов не совпадают.**

Построение проекций точки, принадлежащей поверхности тора выполняют с помощью **параллелей.**

# Проецирование поверхностей



# Проецирование поверхностей

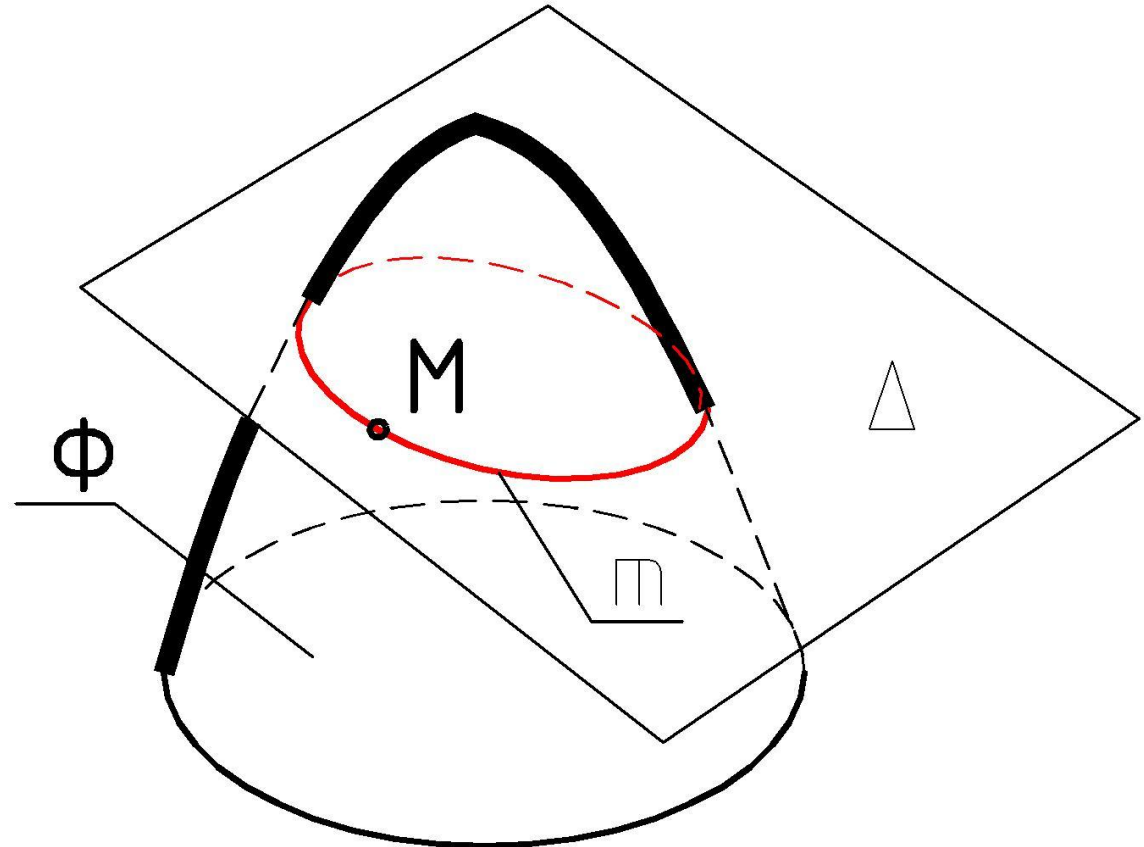


## Сечение поверхности плоскостью

Сечение поверхности плоскостью представляет собой линию, форма которой зависит от вида поверхности и положения секущей плоскости относительно оси поверхности.

Для построения этой линии необходимо построить ряд точек, принадлежащих одновременно заданной поверхности и секущей плоскости.

Линия сечения поверхности плоскостью всегда **плоская линия**.





## ***Сечение поверхности плоскостью***

Построение проекций линии сечения поверхности плоскостью аналогично построению проекций линии пересечения двух плоскостей:

- **если плоскость занимает частное положение (плоскость уровня или проецирующая), то одна проекция линии сечения определяется сразу, а вторая строится по принадлежности точки поверхности;**
- **если плоскость является плоскостью общего положения, то вводят вспомогательные плоскости частного положения (обычно плоскости уровня), пересекающие заданные плоскость и поверхность по графически простым линиям, определяют точки пересечения линий сечения.**

## ***Сечение поверхности плоскостью***

### ***Порядок построения точек :***

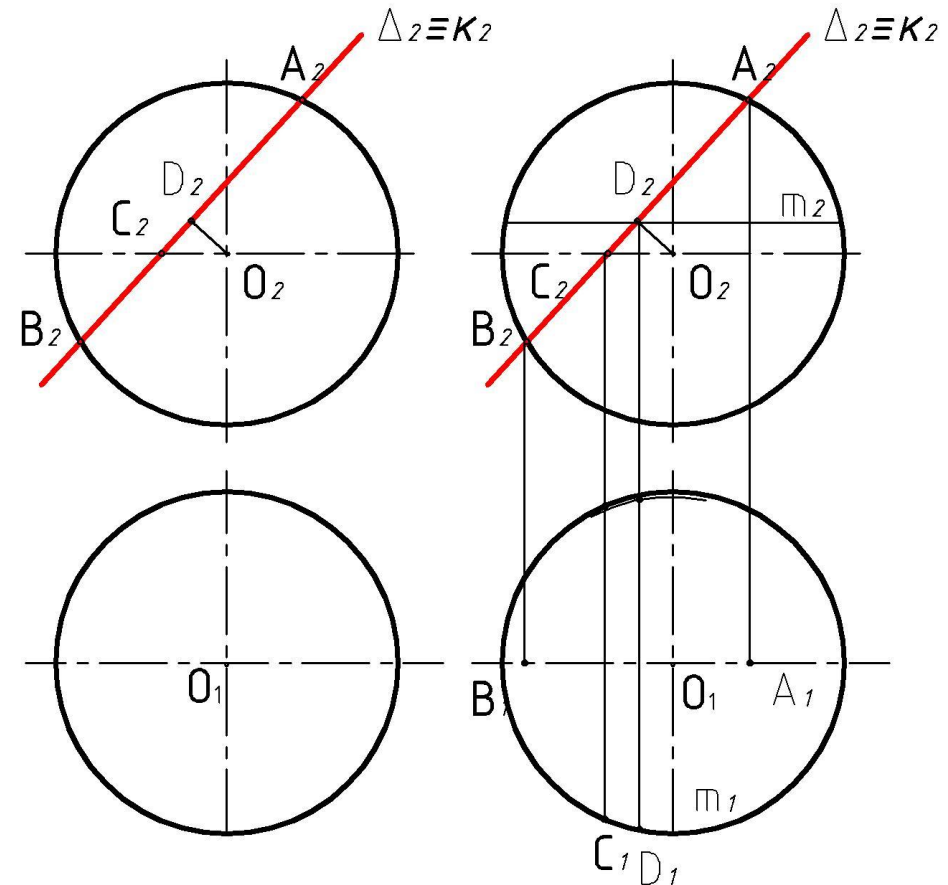
1. Экстремальные точки (высшая, низшая, крайние левая и правая, ближайшая и наиболее удаленная).
2. Очерковые, лежащие на линиях видимости.
3. Промежуточные или случайные.

Первые две группы точек обозначают на чертеже буквами, третью – цифрами.

## Сечение поверхности плоскостью

### Построение проекций линии сечения сферы проецирующей плоскостью

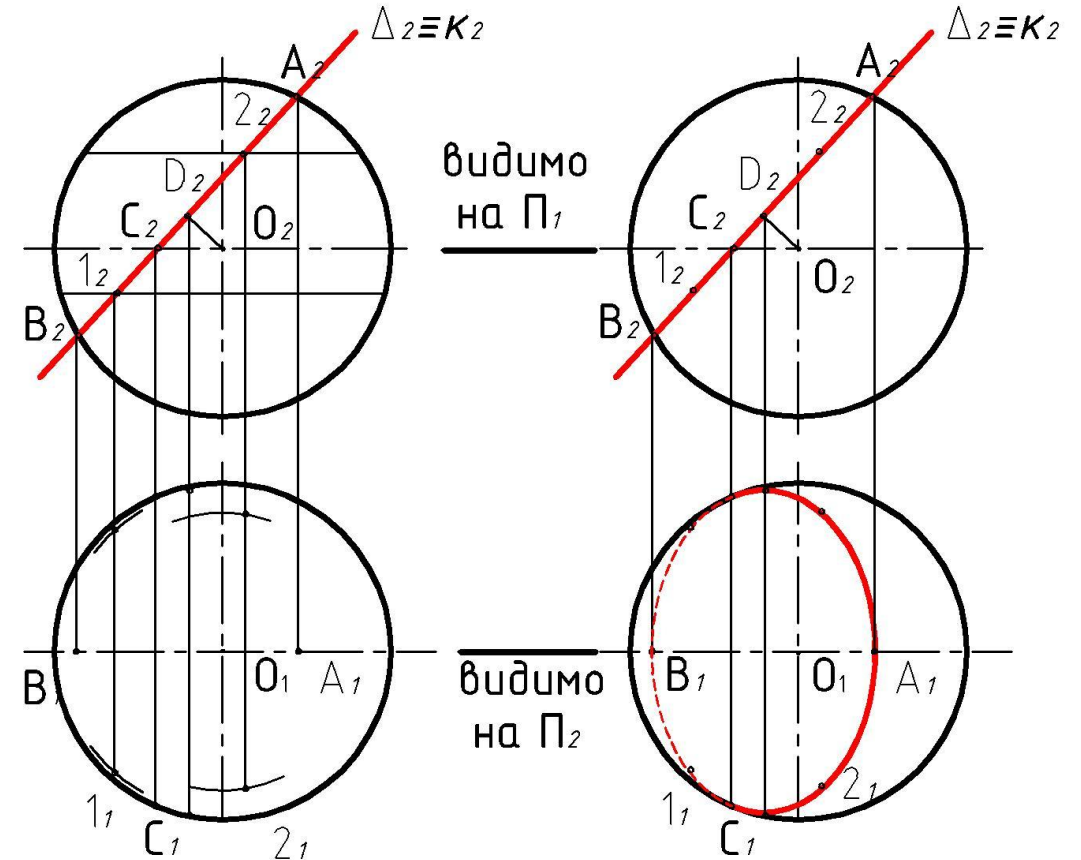
1. Линия сечения сферы плоскостью всегда окружность.
2. Так как плоскость  $\Delta$  является фронтально проецирующей, то фронтальные проекции плоскости и линии сечения совпадают.
3. Строят проекции точек, лежащих на характерных линиях сферы (А, В, С) и точки D.



## Сечение поверхности плоскостью

3. Строят проекции случайных точек 1 и 2 по принадлежности поверхности сферы (с помощью параллелей).

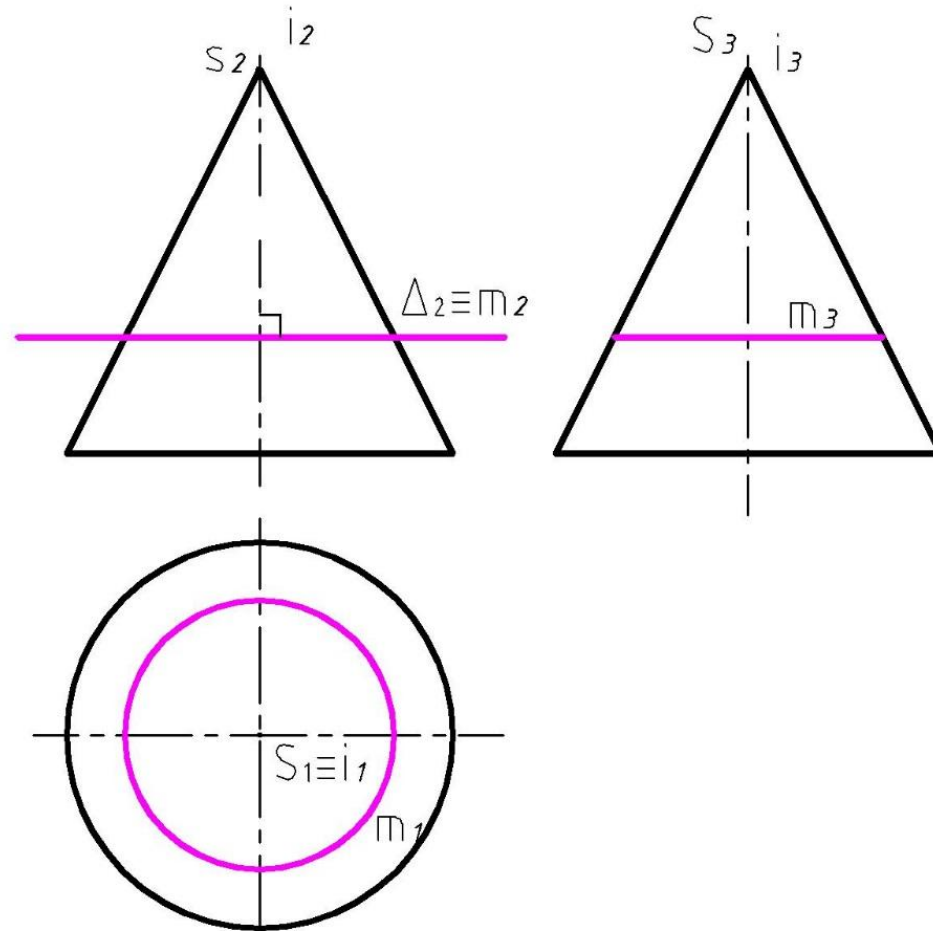
4. Соединяют полученные проекции точек плавной линией с учетом видимости.



# Сечение поверхности плоскостью

## Сечение конуса плоскостью

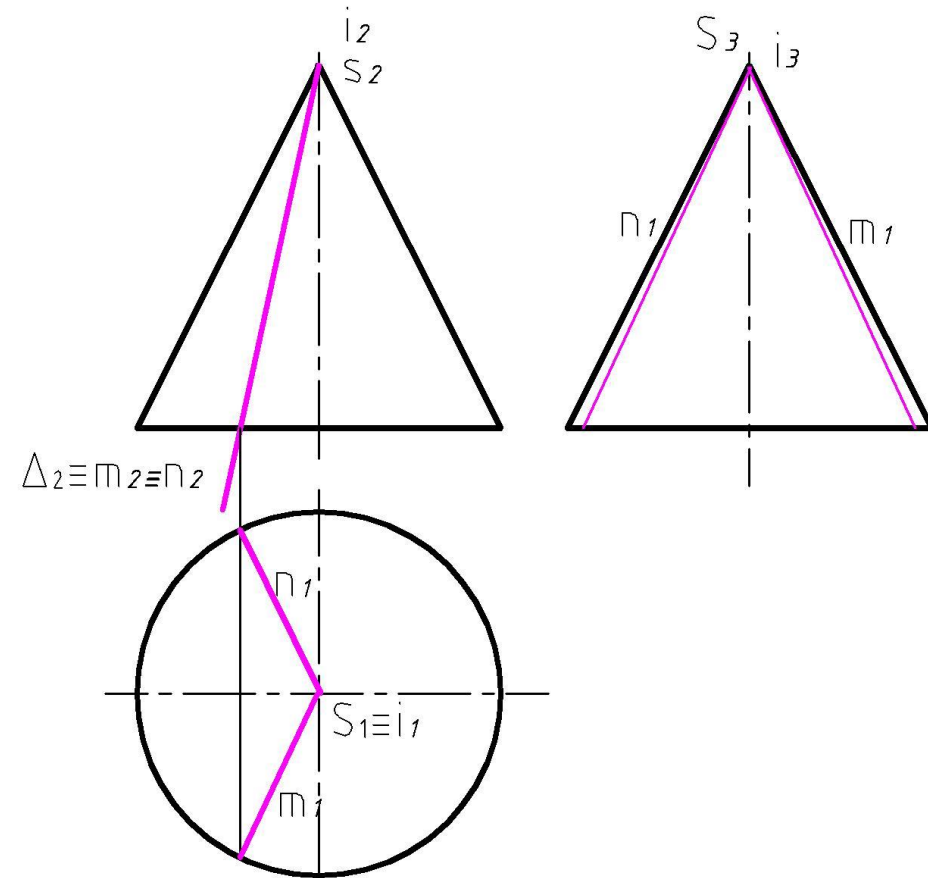
Если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения конуса в сечении — **окружность.**



## Сечение поверхности плоскостью

### Сечение конуса плоскостью

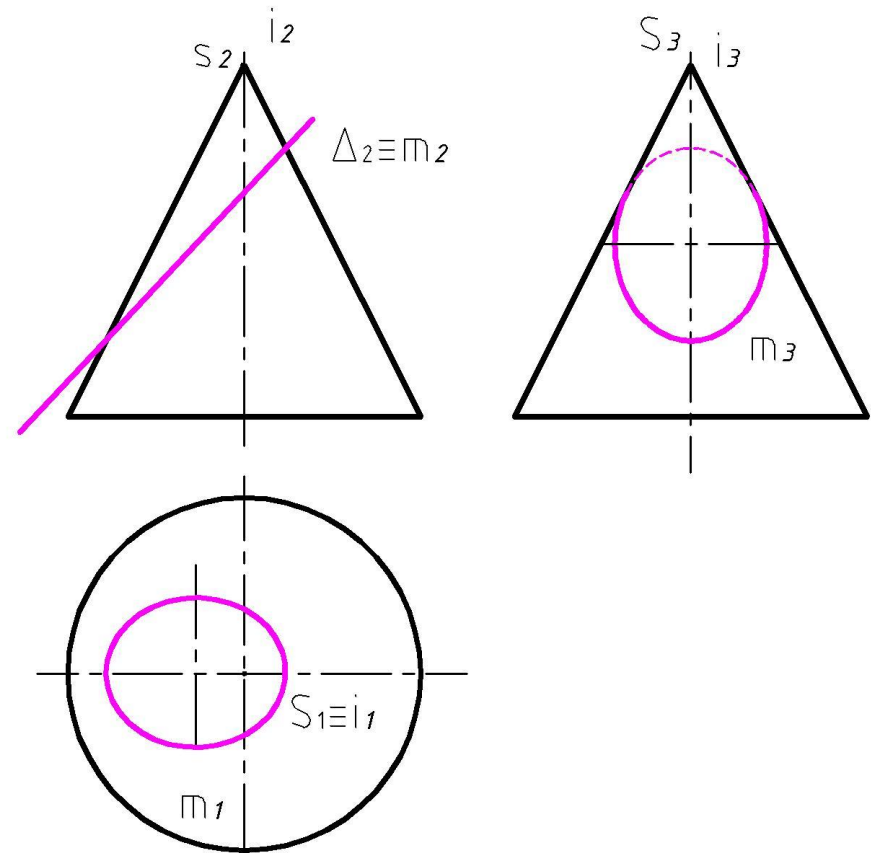
Если секущая плоскость проходит через вершину конуса в сечении – **две образующие.**



## Сечение поверхности плоскостью

### Сечение конуса плоскостью

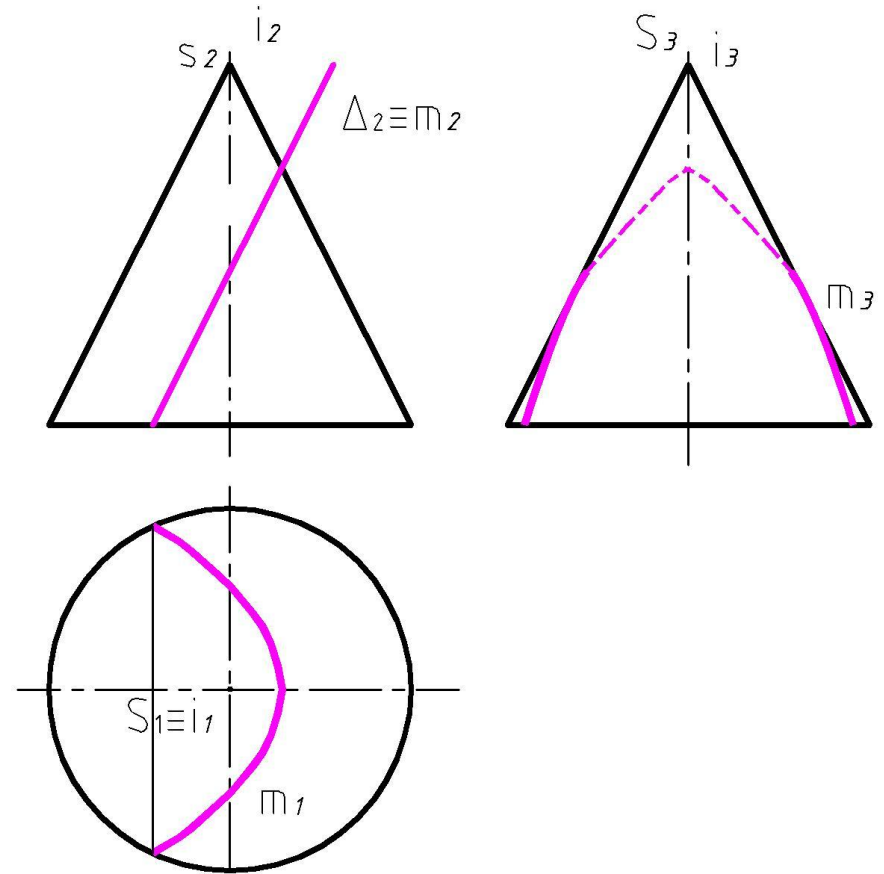
Если секущая плоскость пересекает все образующие (не параллельна ни одной из образующих) конуса в сечении – **эллипс**.



# Сечение поверхности плоскостью

## Сечение конуса плоскостью

Если секущая плоскость параллельна одной образующей конуса в сечении – **парабола**.

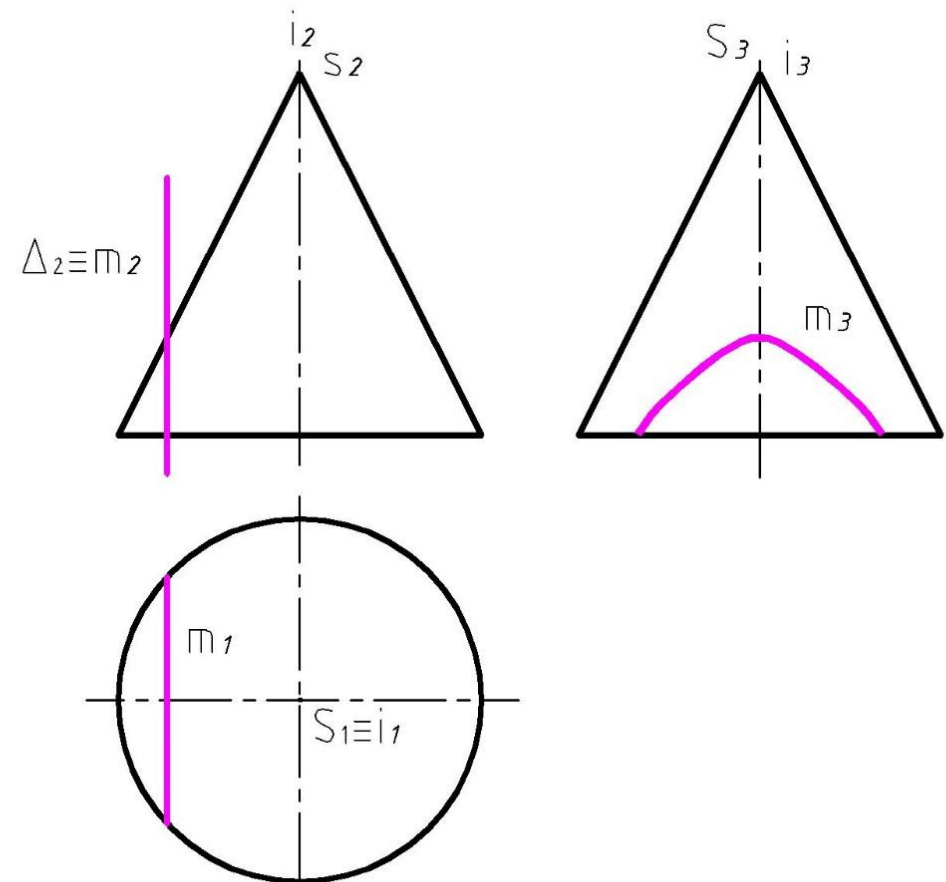




# Сечение поверхности плоскостью

## Сечение конуса плоскостью

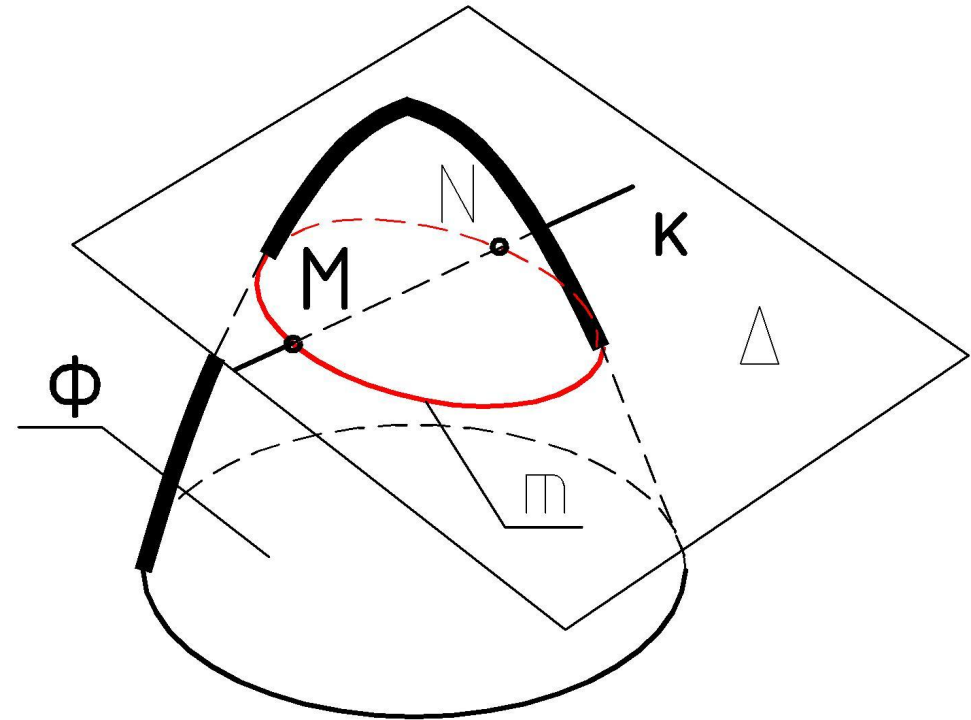
Если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса в сечении – **гипербола**.



## Пересечение прямой с поверхностью

Точки пересечения прямой с поверхностью  $M$  и  $N$  принадлежат как прямой  $k$ , так и поверхности  $\Phi$ .

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии данной поверхности. Эта линия может быть получена как линия сечения поверхности  $\Phi$  вспомогательной плоскостью  $\Delta$ , проведенной через прямую  $k$ .



## *Пересечение прямой с поверхностью*

Построение проекций точки пересечения прямой общего положения или прямой уровня с поверхностью выполняется по следующему алгоритму:

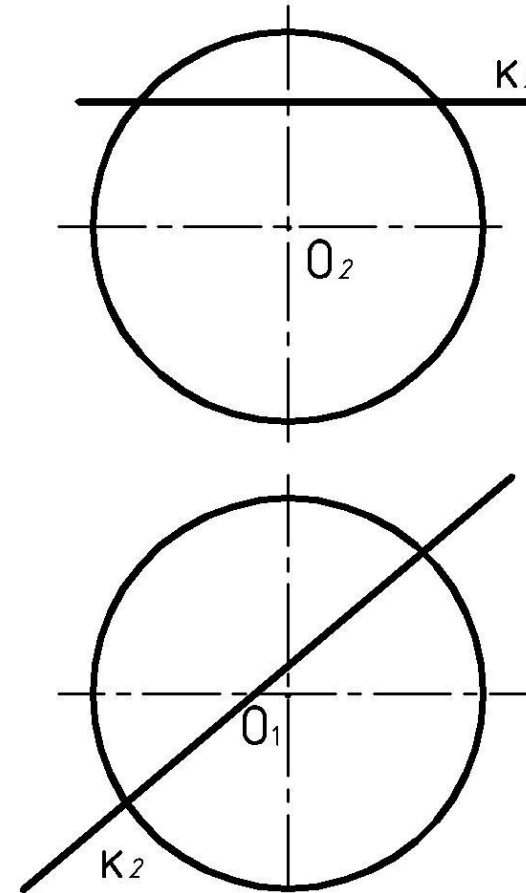
1. Закljučаем прямую во вспомогательную плоскость, пересекающую поверхность по графически простым линиям (плоскость может быть как плоскостью уровня, так и плоскостью общего положения для линейчатых поверхностей)
2. Строим проекции линии сечения поверхности плоскостью.
3. Определяем точку пересечения заданной прямой и построенной линии сечения.
4. Определяем видимость прямой относительно поверхности с учетом линий видимости.

## *Пересечение прямой с поверхностью*

**Если прямая является проецирующей, то одна проекция точек пересечения прямой с поверхностью определяется сразу, а вторая строится по принадлежности точки поверхности.**

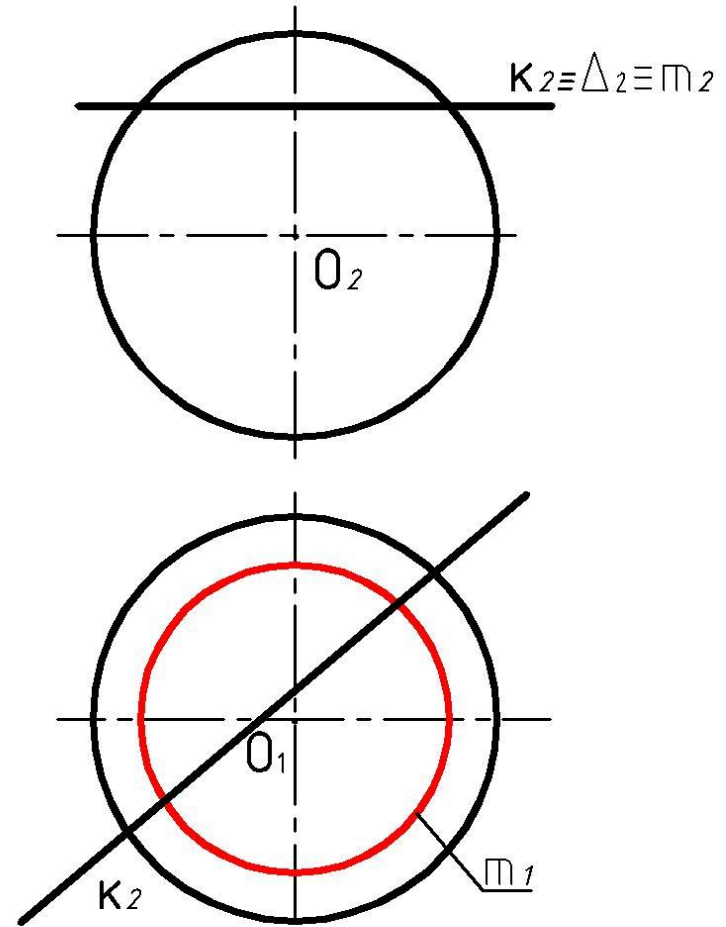
## Пересечение прямой с поверхностью

Построение проекций  
точек пересечения  
прямой уровня  $K$  со  
сферой



## Пересечение прямой с поверхностью

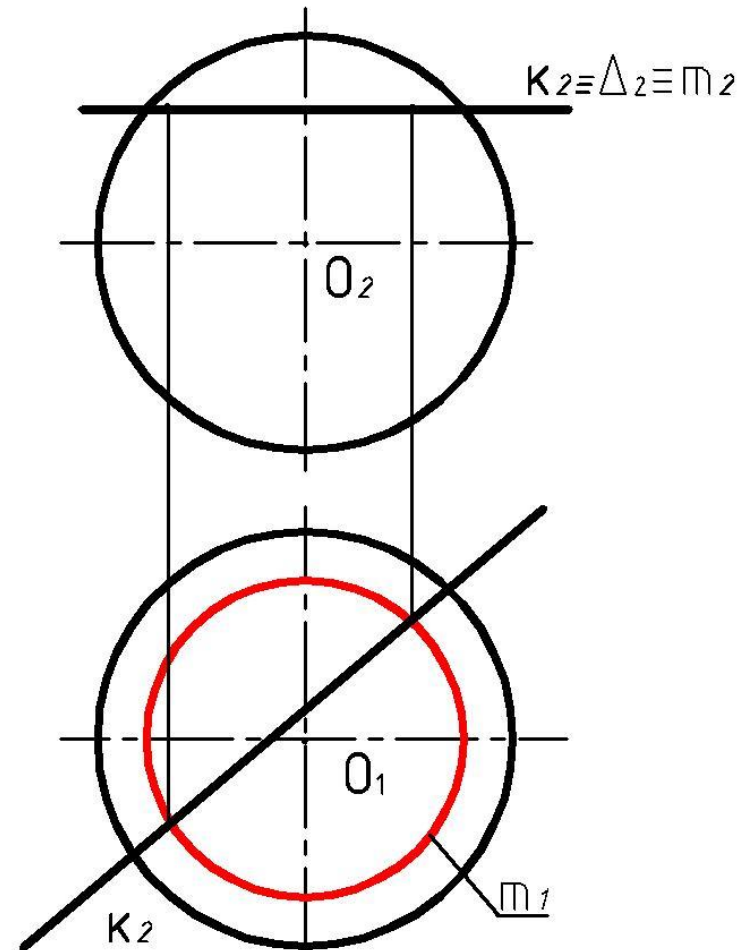
Заклучаем прямую  $k$  в горизонтальную плоскость уровня  $\Delta$  и строим линию сечения сферы этой плоскостью  $m$  (окружность).



## Пересечение прямой с поверхностью

Определяем горизонтальные проекции точек пересечения, как точки пересечения проекции прямой и линии сечения сферы плоскостью.

Фронтальные проекции точек определяем по линиям связи.



## Пересечение прямой с поверхностью

Определяем видимость прямой относительно сферы с учетом линий видимости.

