

# Лекции по гидростатике

Автор – Раинкина Лариса  
Николаевна, к. т. н., доцент

Законы гидростатики применяются  
при расчете на прочность

**ЗАКОНЫ ГИДРАВЛИКИ -  
ОСНОВА РАСЧЕТОВ В  
НЕФТЕГАЗОВОМ ДЕЛЕ!**

гидравлических затворов,  
гидростатических машин и других  
гидравлических устройств.





# Виды вещества

## Что такое жидкость?

Фазовые состояния вещества  
(обычные условия)



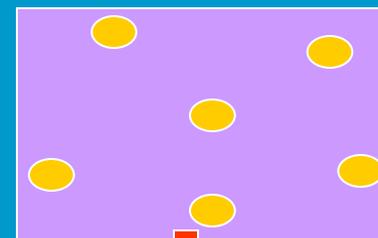
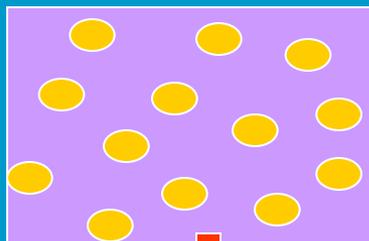
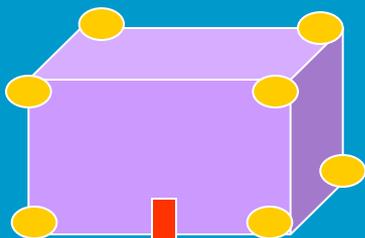
**Твердое тело**



**Жидкость**



**Газ**



**У газа нет связей между молекулами**



# Реакция твердого тела на действие сил

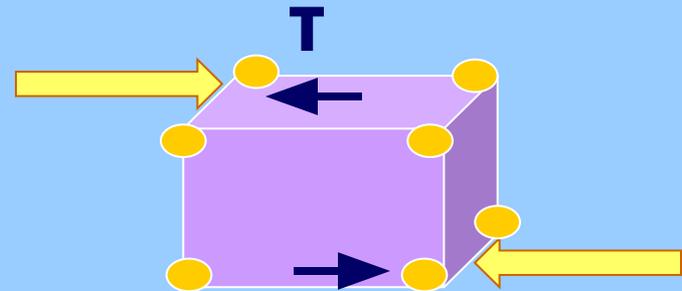
**Твердое тело**

Напряжение – реакция вещества на внешнее силовое воздействие

**Закон Гука**

$$\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V}$$

**Сдвигающие силы**



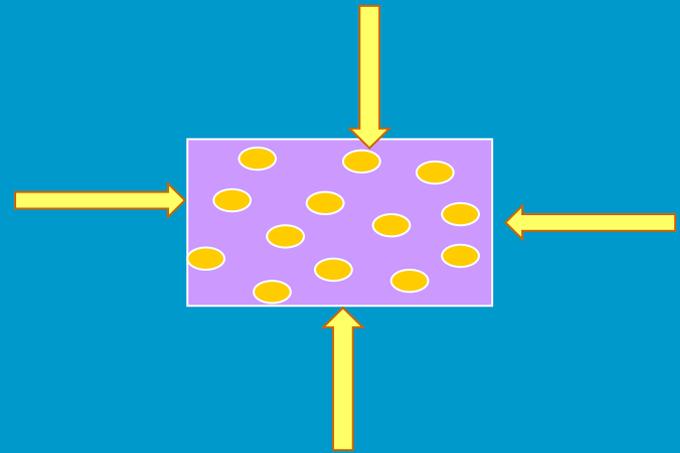
T – касательное напряжение. Вязкость - характеризует величину межмолекулярных сил при деформации сдвига, возможность изменения формы. Вязкость очень велика!  
**Чтобы изменить форму, нужны очень большие силы!**



# Реакция жидкости на действие сжимающих сил

**ДАВЛЕНИЕ** в точке  
внутри жидкости –  
сжимающее напряжение,  
отклик на деформацию

**Сжимающие силы**



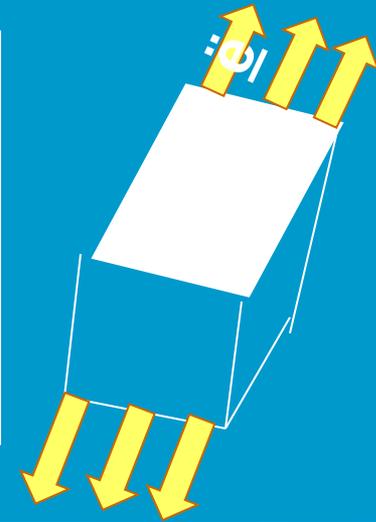
**Закон Гука**  $\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V}$

**РЕЗЮМЕ:** Жидкое тело сохраняет практически постоянным объем, который очень трудно изменить, даже прикладывая к нему значительные силы. Не имеет структуры, поэтому в данной точке сжимающие напряжения по всем направлениям одинаковы.



# Реакция жидкости на действие сдвигающих сил

Жидкости не могут сопротивляться сдвигающим силам и непрерывно изменяют свою форму.  
В результате наблюдается ТЕЧЕНИЕ (движение) жидкости



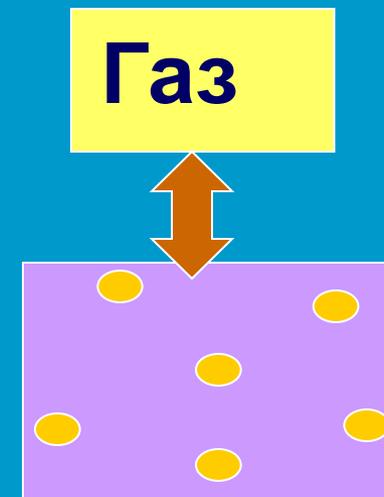
Жидкости не сохраняют определенной формы и принимают форму сосуда, в котором находятся

От твердых тел их отличает свойство текучести – способность двигаться под действием сколь угодно малых касательных сил



# Реакция газа на действие сил

**В газе нет сил взаимодействия между молекулами, поэтому газы не обладают ни определенной формой, ни определенным объёмом**



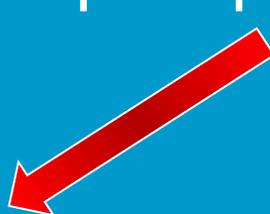
**Газы полностью заполняют сосуды, в которые их заключают**

**Газ объединяет с жидкостью свойство текучести – способность двигаться под действием сколь угодно малых сил**



# Жидкость - сплошная среда

(заполняет пространство без пустот и промежутков)



**Капельные  
(несжимаемые)**



**Газы  
(сжимаемые)**

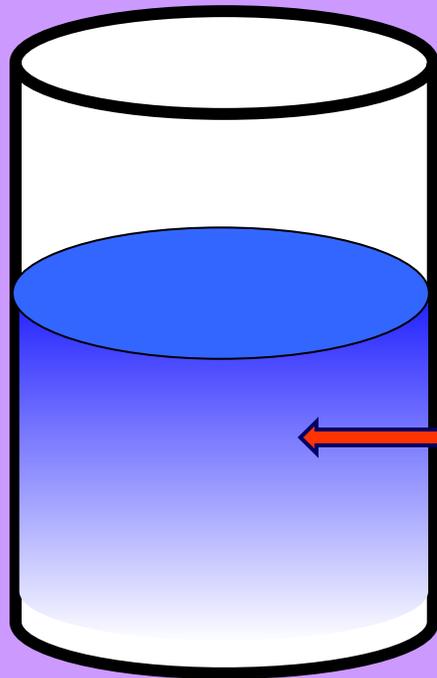
Жидкость – это не фаза состояния вещества

Жидкость – сплошная  
среда

Жидкость – это нечто  
такое, что может течь



# Плотность капельной жидкости



Свободная  
поверхность

$m, V$

$$\rho = \frac{m}{V(p, T)}$$

$$\frac{\Delta V}{V}(p) = \frac{\Delta p}{E} \Delta p = \Delta p \cdot \frac{\Delta V}{V p}$$

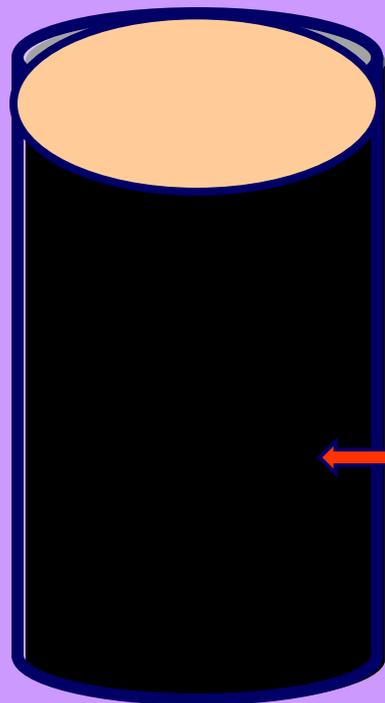
$$\frac{\Delta V}{V}(t) = \Delta t \cdot \alpha_t$$

$$O(\beta_p) = 10^{-9} \quad O(\alpha_t) = 3 \cdot 10^{-4} - 7 \cdot 10^{-4}$$

$$\rho(t) = \frac{\rho_0}{1 + \alpha_t \cdot (t - t_0)}$$



# Плотность газа



Газ заполняет все предоставленное пространство

$m, V$

$$T \cdot \rho \cdot m = V \cdot \rho$$

Уравнение Клапейрона-Менделеева

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

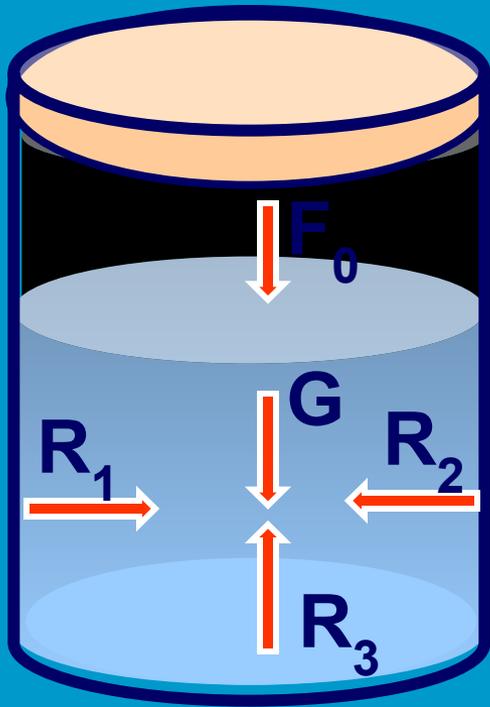
$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T = \text{const}$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_{\text{ат}}}{\rho_{\text{ат}}}; \quad \rho = \frac{p \cdot \rho_{\text{ат}}}{p_{\text{ат}}}$$

Изотермический процесс



# Силовое воздействие на жидкость



Сила – мера взаимодействия двух тел

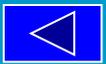
$F_0$  – сила давления газа,  $G$  – вес жидкости,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  – реакции стенок и дна сосуда

СИЛЫ

Поверхностные

Массовые

Пропорциональны массе жидкости



# Поверхностные силы

Возникают на поверхности контакта двух тел

Это электромагнитные силы, их основа – взаимодействие между электрически заряженными частицами, связанными друг с другом в нейтральные тела



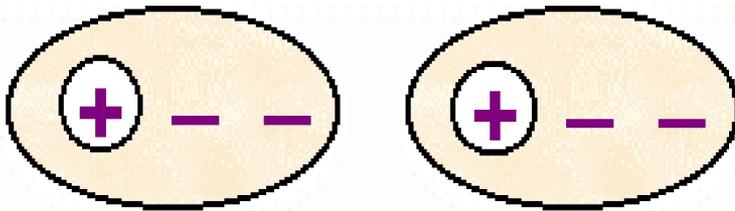
Молекулярные

Химические (обменные)



# Молекулярные силы

Атомы состоят из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов.  
Строение атома подчиняется принципам электродинамики Максвелла  
(над отталкиванием)



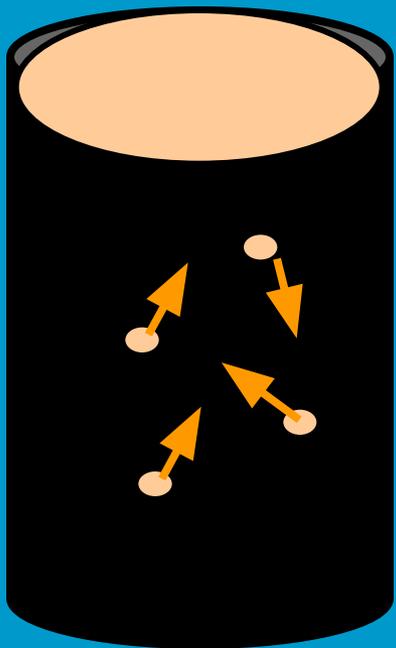
молекула воды- диполь  
центр тяжести  
отрицательного заряда  
смещен относительно ядра

Молекулы вызывают поляризацию соседей и

Электроны смещаются навстречу  
положительному заряду (поляризация)



# Структура тел. Газ

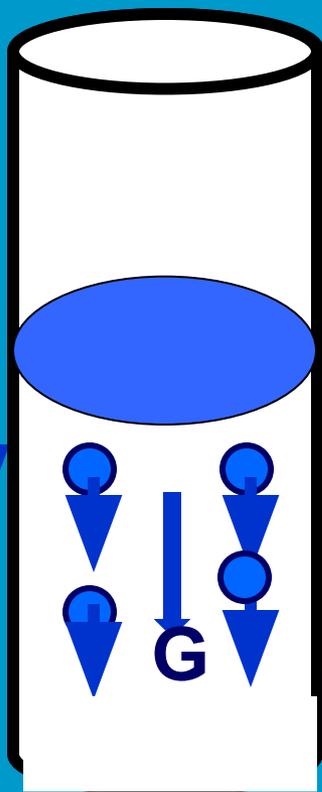


Молекулы (или атомы) газа стремительно, как бегуны-спринтеры, проносятся в пространстве, заполненном газом. Расстояния между ними значительно превышают собственные размеры. Непрерывно сталкиваясь друг с другом на лету, они дикими зигзагами бросаются из стороны в сторону. Молекулярное притяжение не властно над ними

**Газ не может сохранять ни форму, ни объем**



# Структура тел Жидкость



Под влиянием внешней касательной силы перескоки молекул жидкости происходят в направлении действия силы и жидкость в итоге течет. Необходимо, чтобы время действия силы было много больше времени оседлой жизни молекул. Иначе сила вызовет только упругую деформацию сдвига и обычная вода будет тверда, как сталь

сближаются и между ними быстро нарастают силы отталкивания, поэтому объём жидкости практически не изменяется

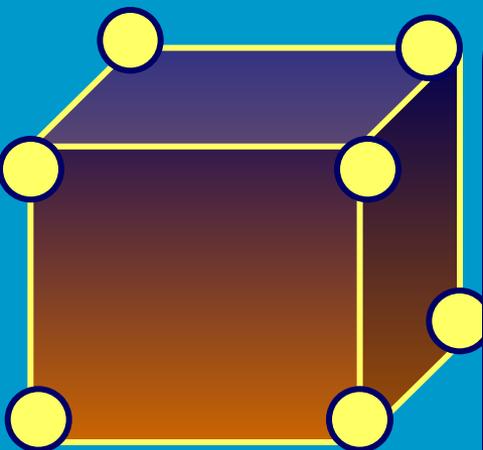
Жидкость  
способна

лет сво  
анять фо

действием касательной силы



# Структура. Твердое тело



При сжатии молекулы сближаются и начинают из-за этого отталкиваться. Возникает сила упругости. Растяжению препятствуют силы сцепления. Сила трения вызвана теми же силами взаимодействия молекул, что и обычная упругость, кроме этого происходит разрыв молекулярных связей

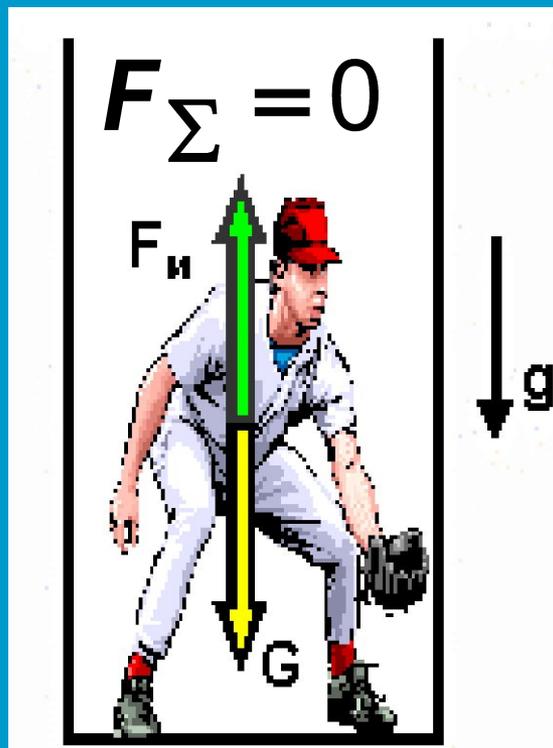
Твердое тело сохраняет постоянным не только объём, но и форму



# Сила тяжести

1682г., НЬЮТОН

$$G = \gamma \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot g; \quad g = \gamma \frac{M}{r^2}$$

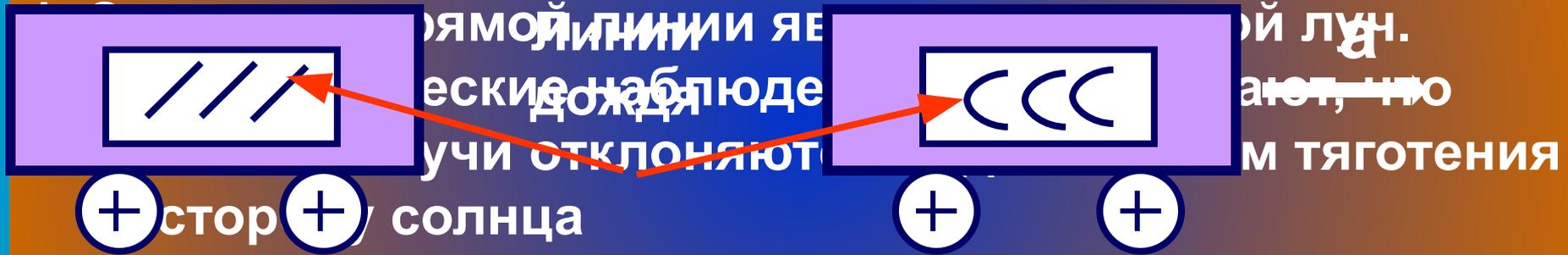


## Эйнштейн, 1916

**Принцип эквивалентности:**  
*Тяготение в каждой точке пространства эквивалентно соответствующим образом подобранному ускорению системы отсчета*



# Искривление световых лучей



Ускорение движения  
равно нулю

Ускорение движения  
не равно нулю

При наличии ускорения прямые линии  
стали кривыми!  
Ускорение системы отсчета меняет  
геометрию пространства



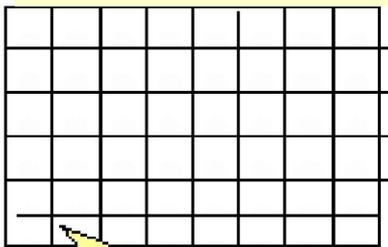
# Связь тяготения с геометрией

Кривизна мира, в котором мы живем, дает иллюзию силы притяжения.

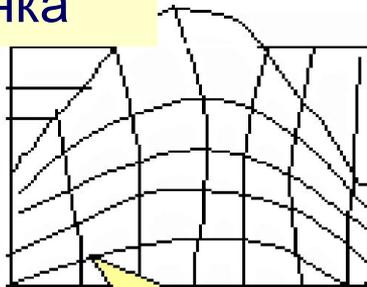
Эффект, подобный притяжению, есть единственное, в чем такая кривизна может проявляться.

Для описания мира можно пользоваться криволинейной геометрией и тогда не нужно учитывать силу притяжения

Резиновая пленка



невозмущенное пространство

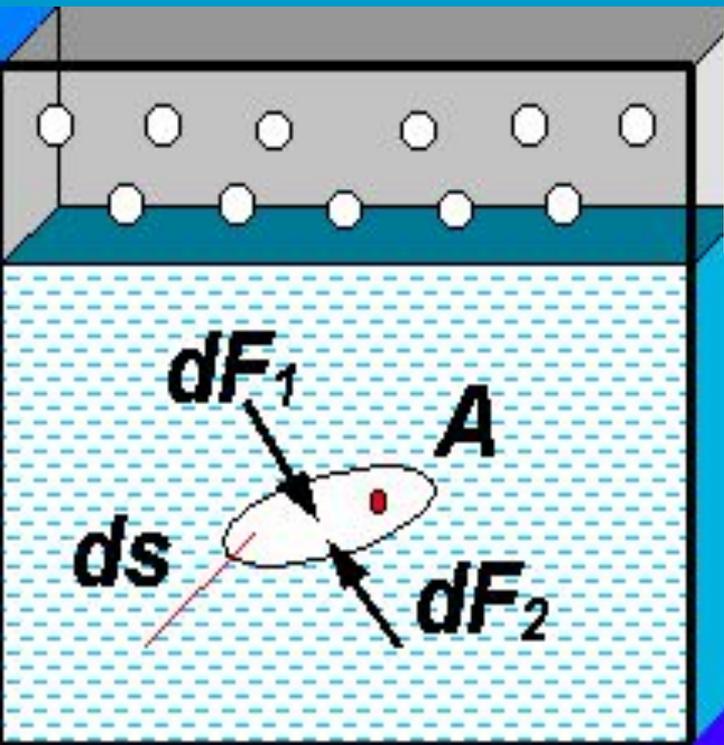


искривленное пространство

Упругие натяжения аналогичны действию тяготения



# Вектор напряжения



В общем случае вектор напряжения является тензором (от лат. *tensus* - напряженный), то есть имеет 9 компонент, чтобы можно было описать различия в реакции материала в зависимости от направления

их число – бесчисленное множество. Каждый вектор может иметь нормальную по отношению к площадке и касательную составляющую

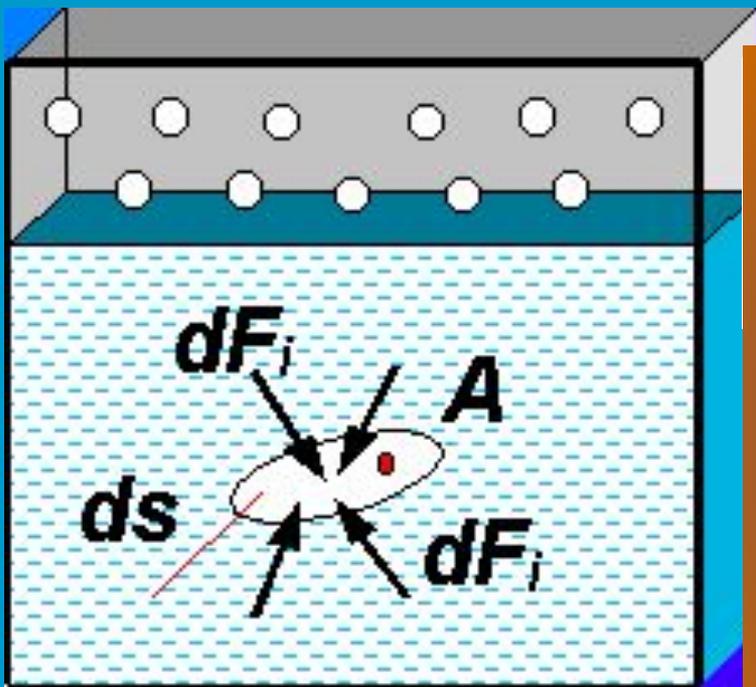
жидкости. В результате

$$\bar{p} = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{d\bar{F}}{ds}$$

**Напряжение** – реакция вещества на внешнее силовое воздействие



# Абсолютное гидростатическое давление



В покоящейся жидкости отсутствуют касательные напряжения и расстояния между молекулами одинаковые по всем направлениям. Поэтому модули нормальных напряжений на всех площадках, проходящих через точку A, равны между собой и называются абсолютным гидростатическим давлением

$$p = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{dF}{ds}$$

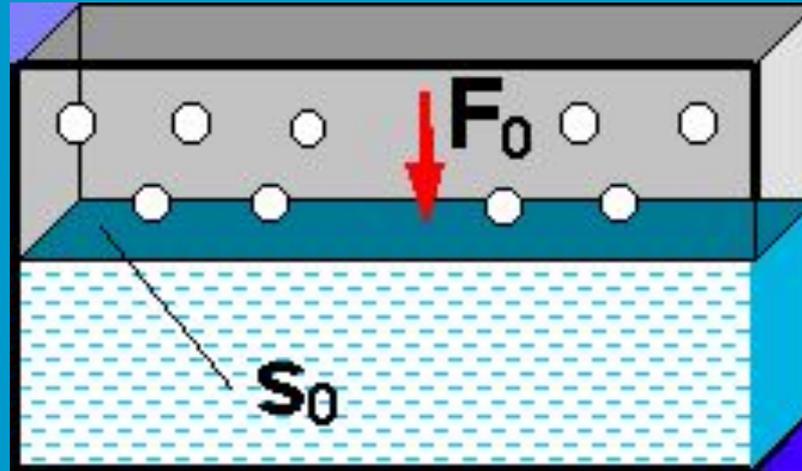
*Давление – скалярная величина, имеющая размерность напряжения*

$$p = |\text{сила/площадь}| = \text{н/м}^2 = \text{Па (Паскаль)};$$

$$10^6 \text{ Па} = 1 \text{ МПа}$$



# Давление в газе



При изменении импульса появляется сила, в данном случае это сила давления газа на поверхность жидкости.

Единичная (на единицу площади) сила давления и есть давление газа

$$p_0 = \frac{F_0}{S_0}$$

Молекулы газа совершают хаотическое (броуновское) движение. При этом они ударяются о поверхность жидкости и теряют свой импульс

В идеальном газе отсутствуют связи между молекулами

**В малых объёмах**  
 $p_0 = \text{const}$

**Состояние газа определяется тремя параметрами** – абсолютным давлением  $p$ , плотностью  $\rho$  и абсолютной температурой  $T$ , которые связаны уравнением состояния (уравнением Клапейрона):  $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$



# Атмосферное давление

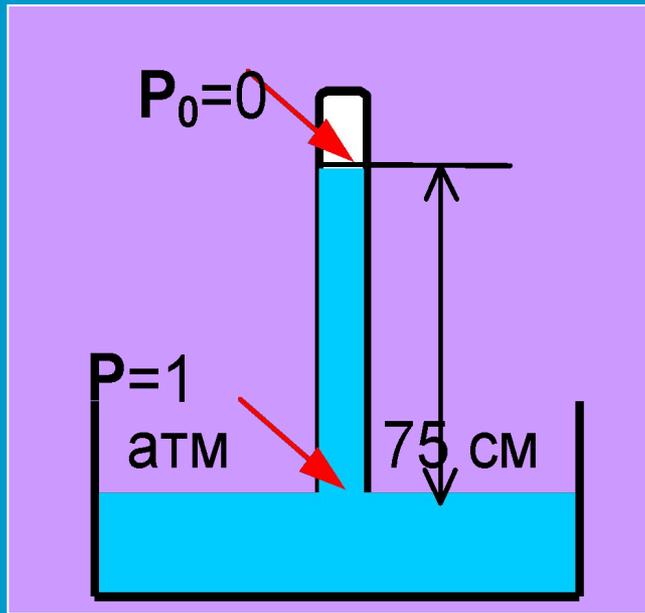
*Атмосферное давление* - это сила, действующая со стороны воздушной атмосферы на единицу площади поверхности Земли в перпендикулярном к поверхности направлении. Среднюю величину атмосферного давления можно получить, если разделить вес всех молекул воздуха на площадь поверхности Земли

$$P_{\text{ат}} = \frac{\text{вес молекул воздуха}}{\text{площадь поверхности Земли}}$$

$$p_{\text{ат}} = 10^5 \text{ Н/м}^2 = 10^5 \text{ Па} = 0,1 \text{ МПа}$$



# Измерение атмосферного давления



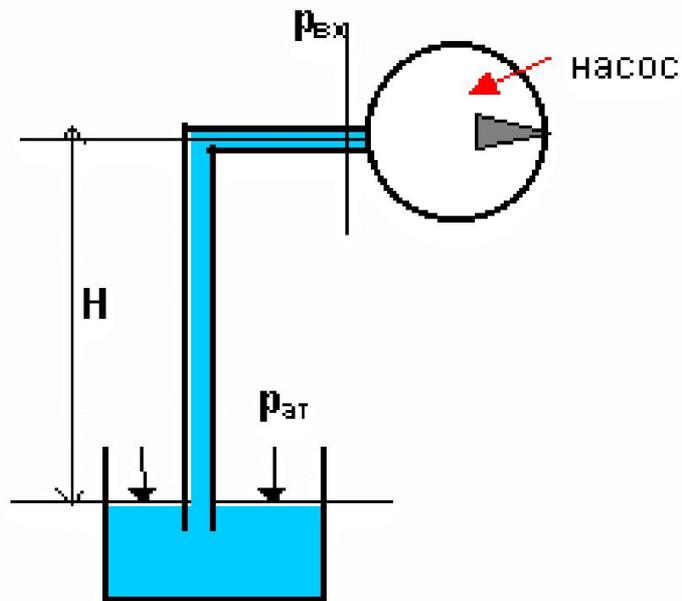
В верхней части трубки образуется пустое пространство, заполненное парами ртути ( $p \approx 0$ ). Это происходит потому, что атмосферное давление способно удерживать столбик ртути высотой всего 75 см (при атмосферном давлении равном 1 атм)

Водать

$$p_{\text{ат}} = p_0 + \rho g H;$$
$$H = 10^5 / 13600 / 9,8 \approx 0,75 \text{ м} = 75 \text{ см}$$



# Насос – всасывание жидкости



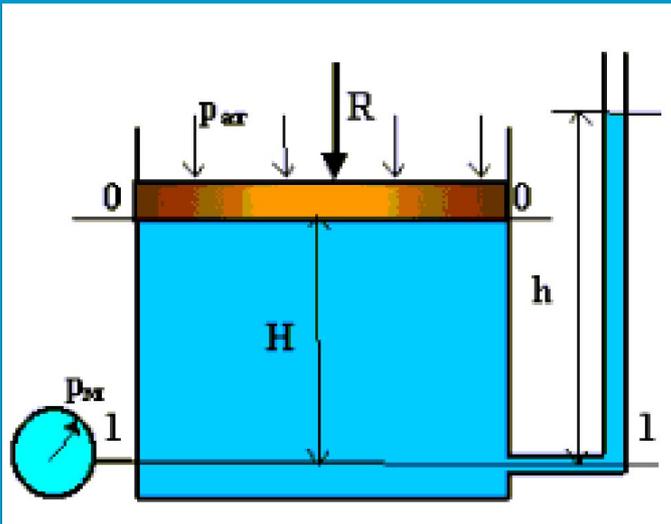
Экспериментальный факт – насос не может поднять воду на высоту более чем 10м

$$p_{\text{ат}} = p_{\text{вх}} + \rho g H;$$
$$H = 10^5 / 1000 / 9,8 \approx 10 \text{ м}$$

– Атмосферное давление не только должно поднять воду в насосе на высоту  $H$ , но и создать движение жидкости и преодолеть силу трения. На практике высота всасывания насоса не превышает 5-6м пространство ( $p_{\text{вх}} < p_{\text{ат}}$ )



# Свойство 1 давления в жидкости



На плоскости 0-0  
давление равно  $p_0$

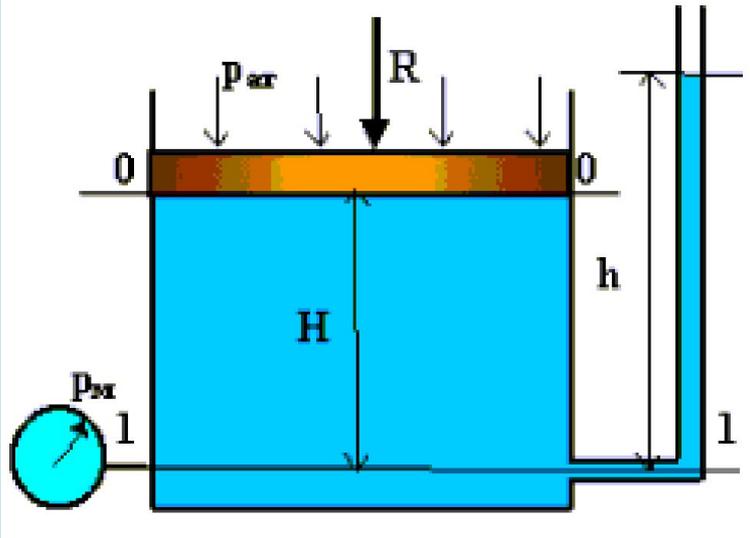
На плоскости 1-1  
давление равно  $p_1$

**Свойство 1.** Во всех точках горизонтальной плоскости, проведенной через однородную жидкость, давление одинаково

Если бы это было не так, жидкость бы двигалась по направлению от большего давления к меньшему



# Свойство 2 давления в жидкости



сверху:  $p_{atm} + R/s$ ,  
снизу:  $(p_{atm} + p_m - \rho \cdot g \cdot H)$

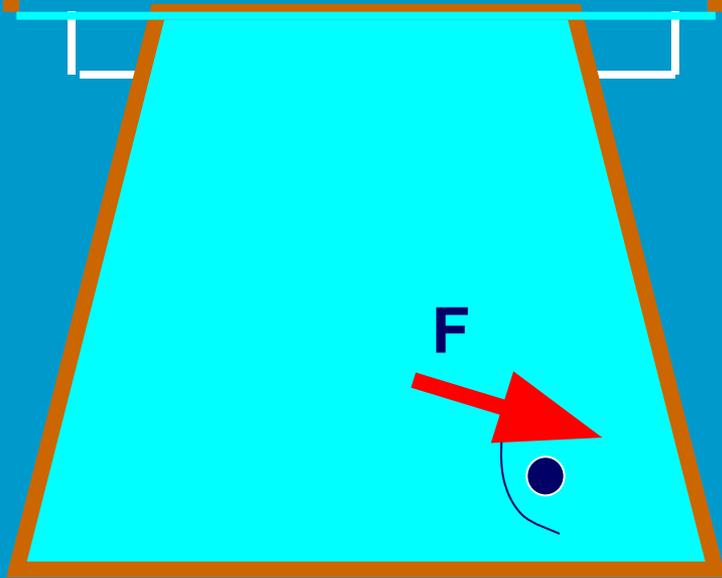
сверху:  $p_{atm} + R/s + \rho \cdot g \cdot H$ ,  
слева:  $p_{atm} + p_m$   
справа:  $p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$

Это означает, что **давление в жидкости на определенном уровне можно определять и сверху, и снизу, и слева, и справа.**

одинаковые напряжения, то есть давления



## Свойство 3 давления в жидкости

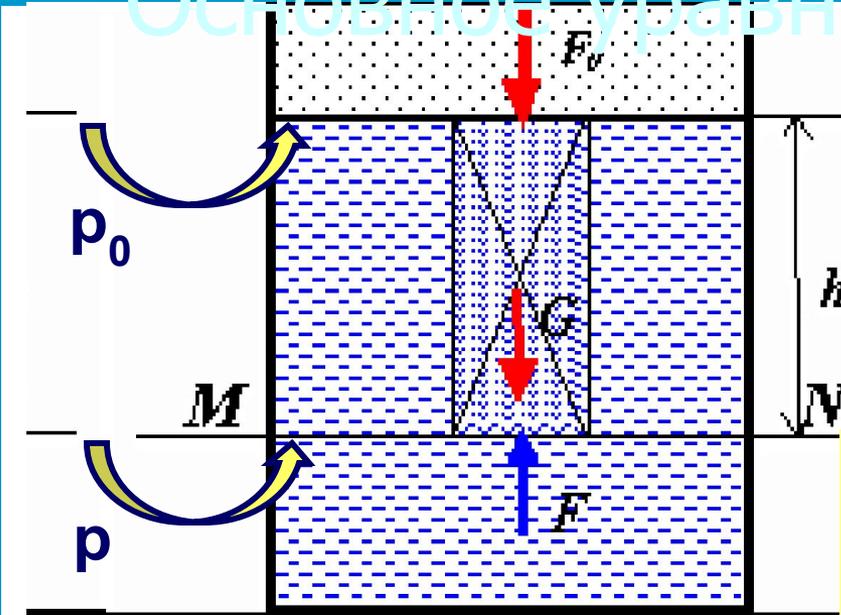


*Свойство 3. На внешней поверхности жидкости давление направлено перпендикулярно к поверхности*

Согласно этому свойству, **силы давления жидкости на поверхности твердого тела всегда перпендикулярны поверхности.**



# Основное уравнение гидростатики



сила давления газа  $F_0 = p_0 \cdot s$

собственный вес жидкости

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot h \cdot s$$

реакция  $F$  со стороны сжатой жидкости на глубине  $h$

$F = p \cdot s$ ;  $p$  - сжимающее напряжение или абсолютное гидростатическое давление

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

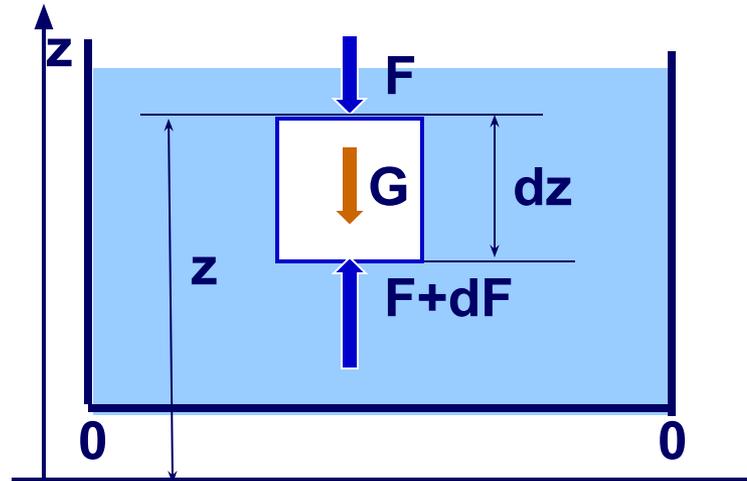
Из равновесия выделенного объема жидкости:

$$F_0 + G - F = 0; \quad p_0 \cdot s + \rho \cdot g \cdot h \cdot s - p \cdot s = 0;$$

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$



# Основное уравнение гидростатики



орме)

сила давления  $F = p \cdot s$

собственный вес жидкости

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = - \rho \cdot g \cdot dz \cdot s$$

сила давления  $F+dF = (p+dp) \cdot s$

Из равновесия  
выделенного объема

$$F + G - (F+dF) = 0;$$

$$- \rho \cdot g \cdot dz \cdot s - dp \cdot s = 0;$$

$$\rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = p_2 - p_1$$

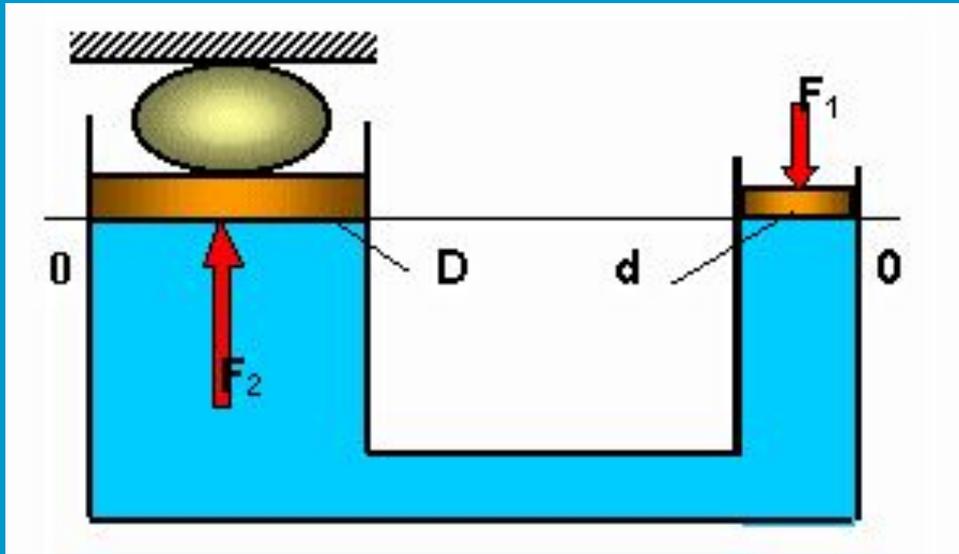
$$p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1$$

$$- \int_{z_1}^{z_2} \rho \cdot g \cdot dz = \int_{p_1}^{p_2} dp$$

$$p + \rho \cdot g \cdot z = \text{const}$$



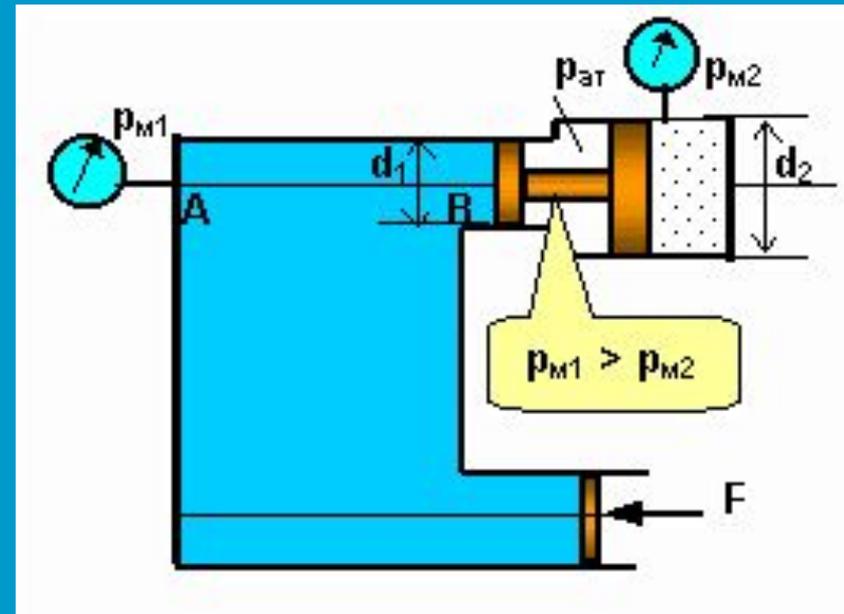
# Гидростатические машины



Гидравлический пресс

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{D^2}{d^2}$$

Основа – условия равновесия  
жидкости и твердых тел

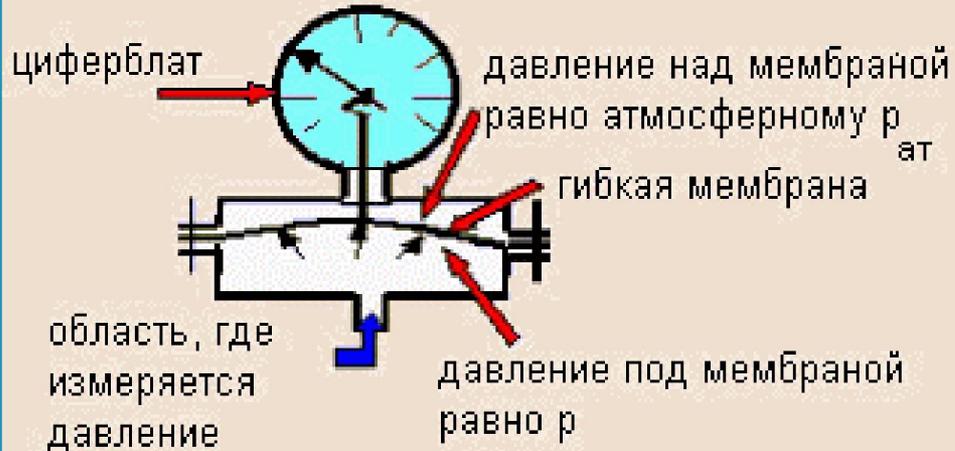


Гидравлический мультипликатор

$$P_{M1} > P_{M2}$$



# Измерение давления



Мембрана деформируется под действием силы  $R = (p - p_{ат}) \cdot S$ , где  $S$  - площадь действия давлений. Так как деформация пропорциональна разности давлений  $(p - p_{ат})$ , эту разницу давлений прибор и показывает.

***Манометрическое давление - разность абсолютного и атмосферного давления***

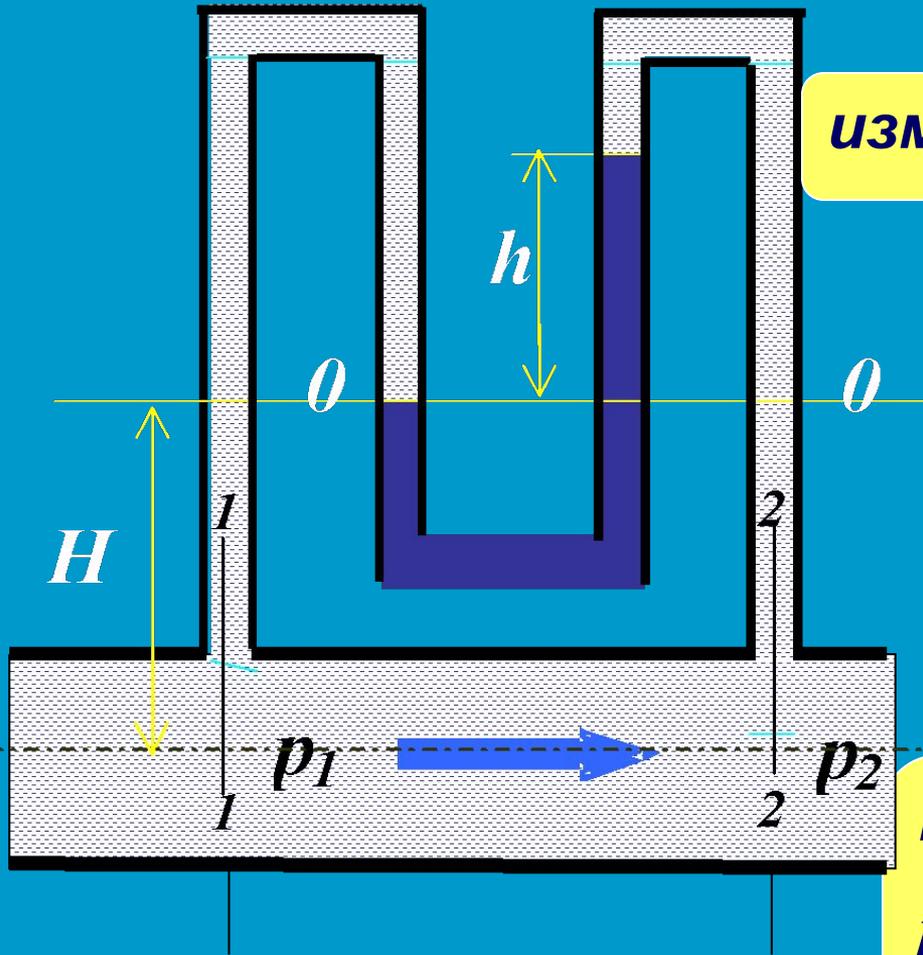
$$p_m = p - p_{ат}$$

$$p_v = p_{ат} - p$$

***Вакуумметрическое давление - разность атмосферного и абсолютного давления***



# Дифференциальный манометр



измеряет разность давлений

На уровне 0-0 давление:

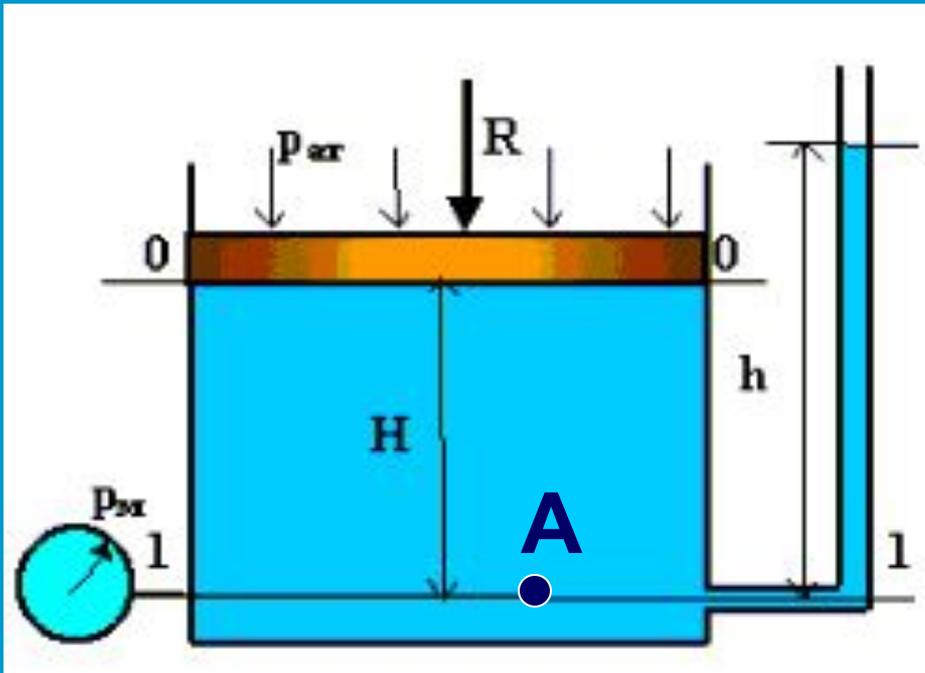
$$p = p_1 - \rho \cdot g \cdot H$$

$$p = p_2 - \rho \cdot g \cdot (H+h) + \rho_{pt} \cdot g \cdot h$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_{pt} - \rho) \cdot g \cdot h$$



# Резюме: давление



Давление на глубине H:

сверху:  $p_{ат} + R/s + \rho \cdot g \cdot H$ ,

слева:  $p_{ат} + p_m$

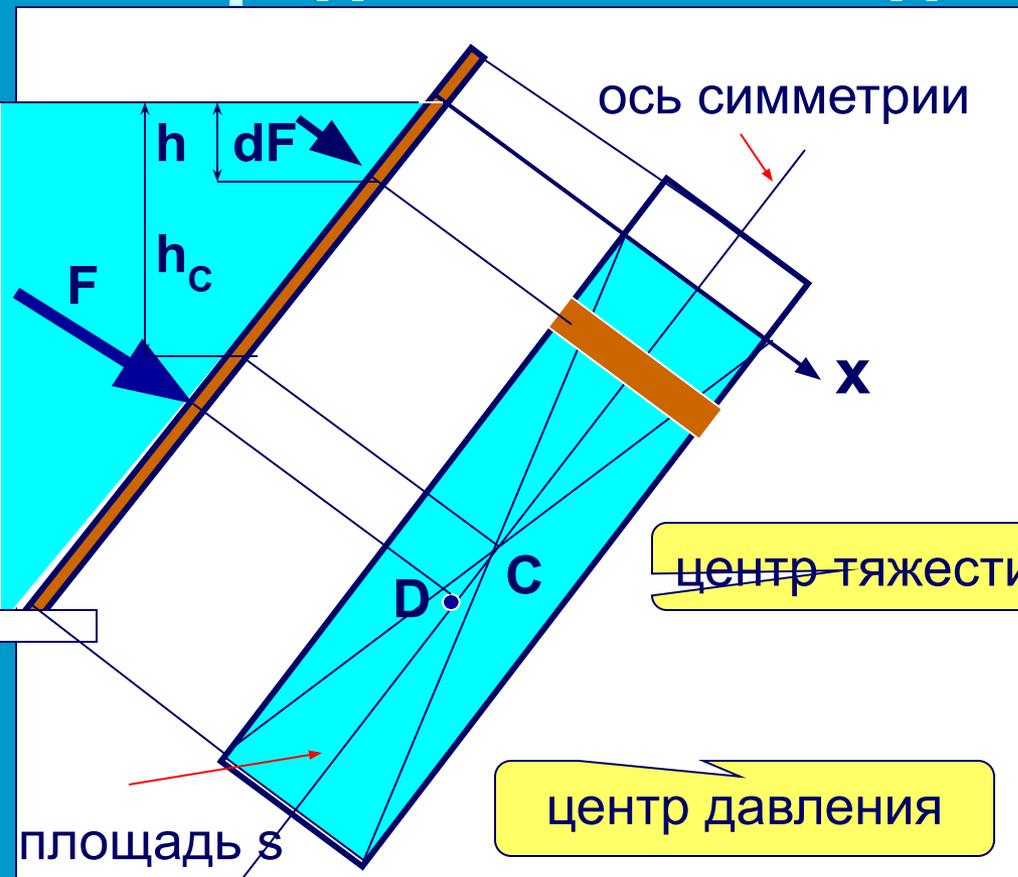
справа:  $p_{ат} + \rho \cdot g \cdot h$

Абсолютное давление:

1. Модуль сжимающего напряжения
  2. Одинаково во всех точках горизонтальной плоскости
  3. В данной точке одинаково по всем направлениям
  4. Передается через жидкость без изменения
- $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot H$  – осн. ур. гидростатики, закон Паскаля
5. По показаниям приборов равно:  $p = p_{ат} + p_m$ ;  $p = p_{ат} - p_v$



# Определение силы давления столба



по

Сила давления (**вектор**) характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения

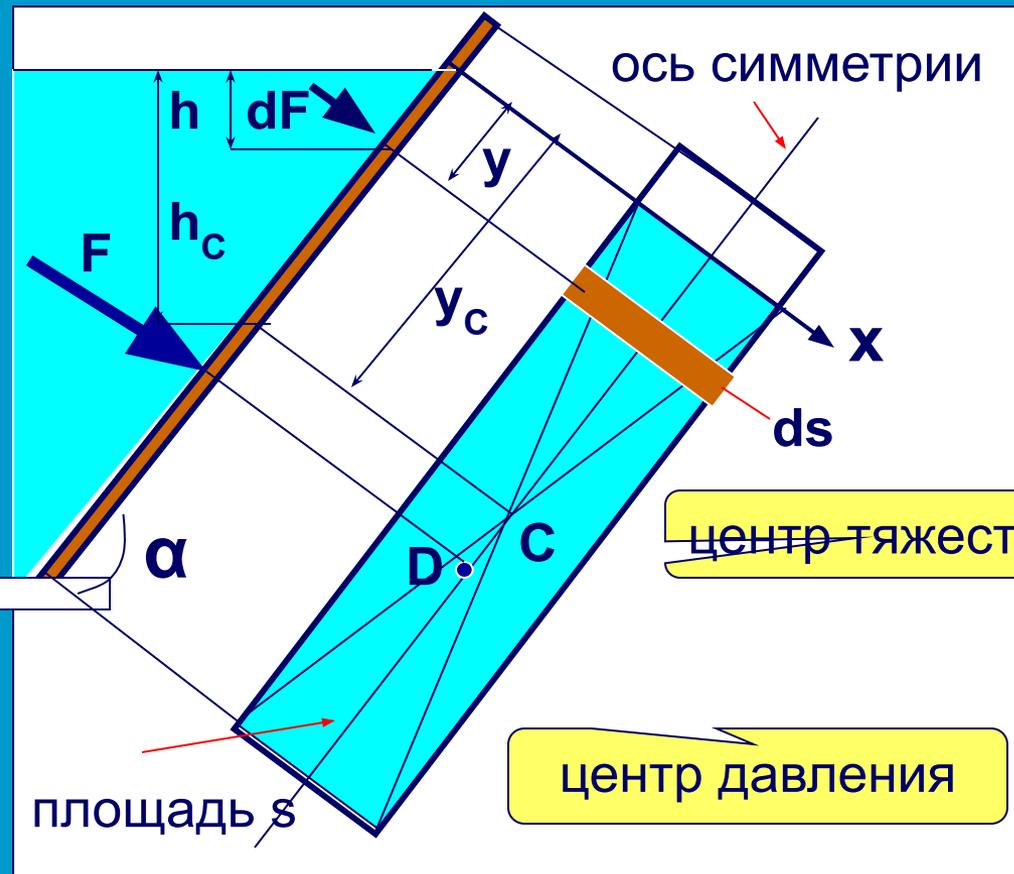
- о **Направление силы** всегда перпендикулярно площади стенки.
- о **Величина силы** равна произведению площади стенки на давление в центре тяжести этой площади

- о **Точка приложения (D)** расположена **ниже** центра тяжести (**C**) площади стенки

$$F = p_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot s$$



# Определение величины силы давления



$$F = \int dF = \int \rho \cdot g \cdot h \cdot ds$$

$$F = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int y ds$$

$\int y ds = y_c \cdot s$  –  
статический момент  
площади  $s$

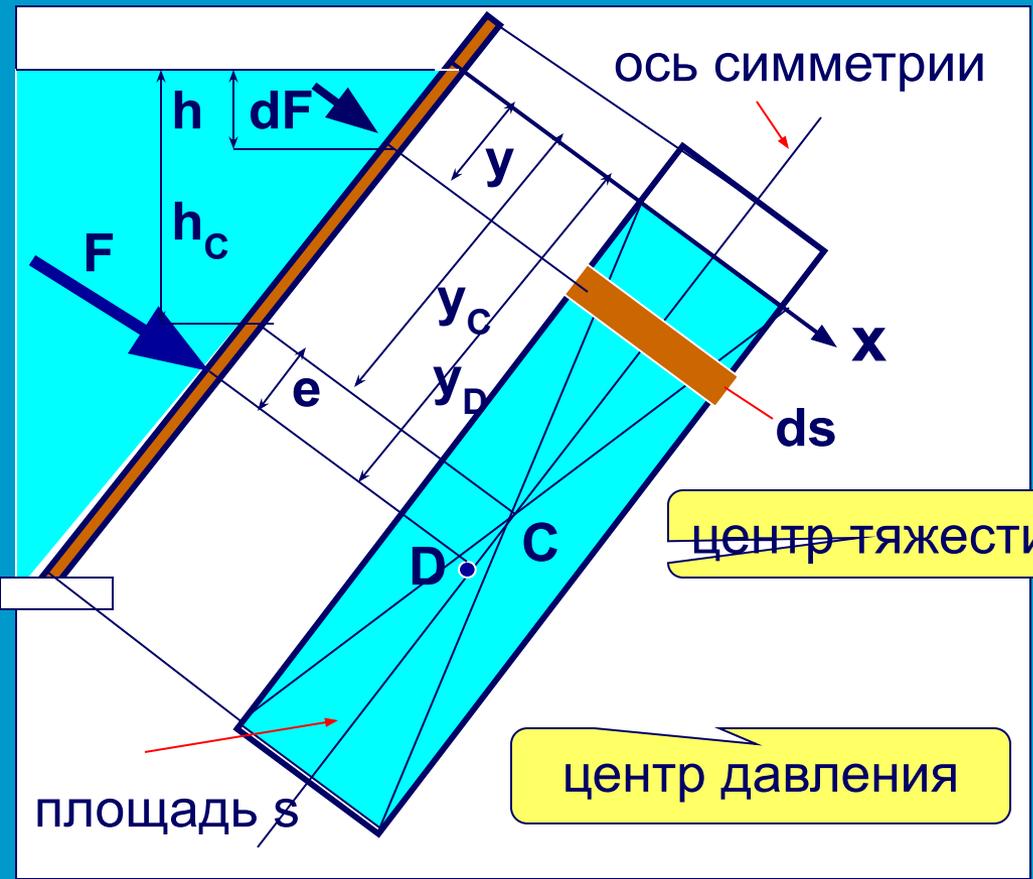
относительно оси  $x$   
 $F = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot y_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot$

$$F = p_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot s$$

*Величина силы равна произведению площади стенки на давление в центре тяжести этой площади*



# Определение координат центра давления



Теорема Вариньона:

$$F \cdot y_D = \int dF \cdot y$$

$$\int dF \cdot y =$$

$$\rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int y^2 ds$$

$$\int y^2 ds = I_C + y_C^2 \cdot S -$$

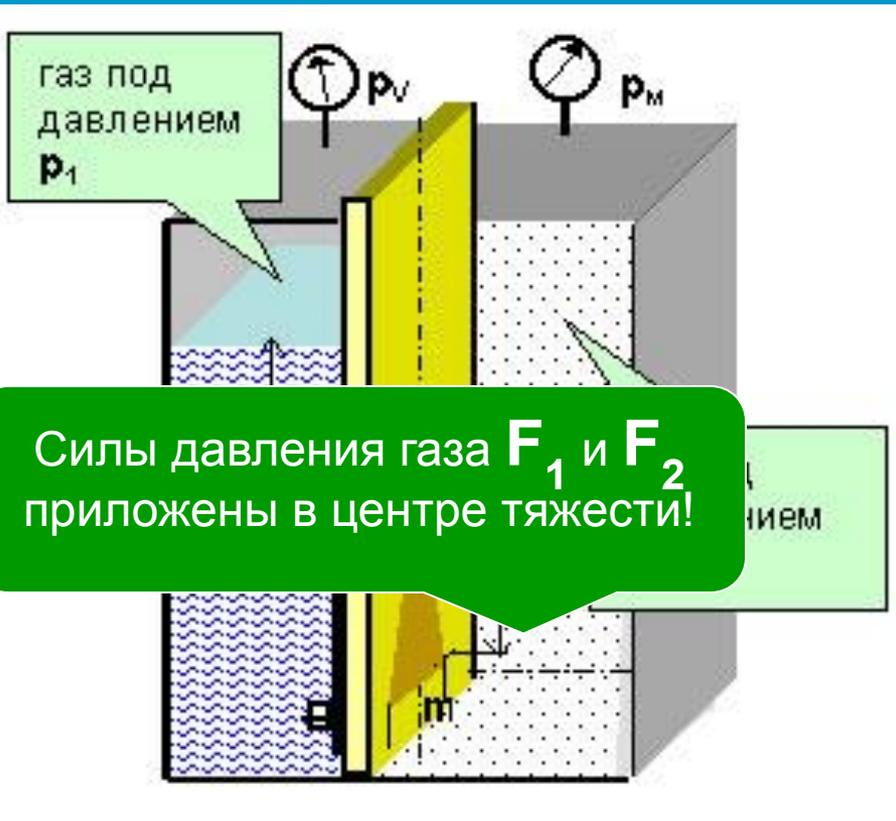
момент инерции  
площади  $S$  относительно  
оси  $x$

$I_C$  – момент инерции  
площади  $S$  относительно  
горизонтальной  
центральной оси,  
справочная величина

$$e = y_D - y_C = \frac{I_C}{y_C \cdot S}$$



# Сила внешнего давления. Суммарная сила



Сила давления газа слева

$$F_1 = (p_{ат} - p_v) \cdot Km/2$$

Сила давления газа справа

$$F_2 = (p_{ат} + p_m) \cdot Km/2$$

Сила давления жидкости

$$F_{ж} = \rho \cdot g \cdot (h + 2/3k) \cdot mk/2$$

$$e = (mk^3/36) / [(h + 2/3k)mk/2]$$

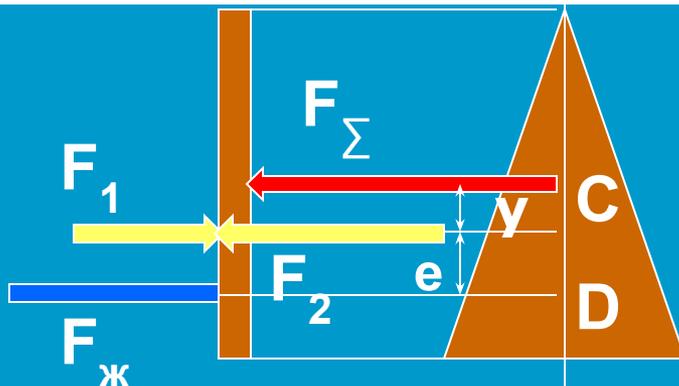
Суммарная сила

$$F_{\Sigma} = F_2 - F_1 - F_{ж}$$

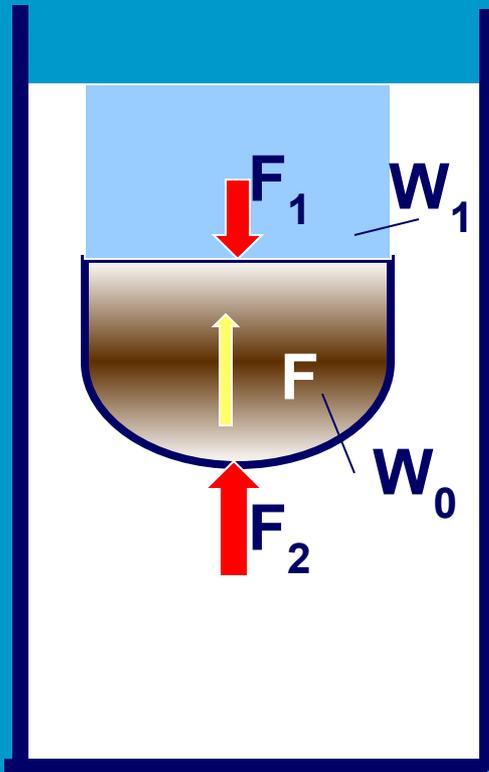
Теорема Вариньона отн. точки С

$$F_{\Sigma} \cdot y = F_{ж} \cdot e$$

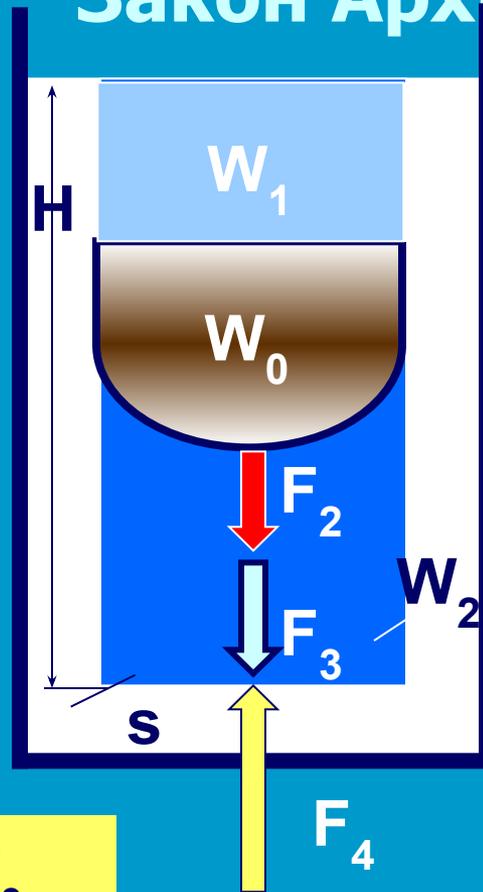
$y = ?$



# Закон Архимеда



$$F = \rho g W_0$$



$$F = F_2 - F_1; F_1 = \rho g W_1;$$

$$F_2 = F_4 - F_3; F_3 = \rho g W_2$$

$$F_4 = \rho g H s = \rho g (W_1 + W_0 + W_2)$$

Суммарная сила

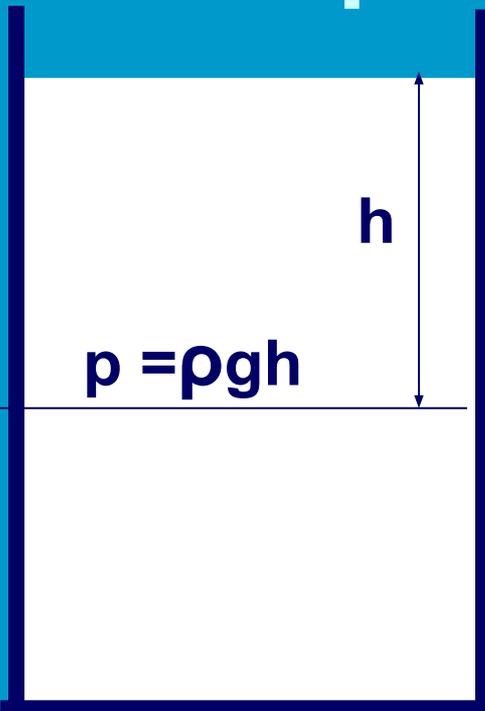
$$F = F_4 - F_3 - F_1;$$

$$F = \rho g (W_1 + W_0 + W_2 - W_2 - W_1)$$

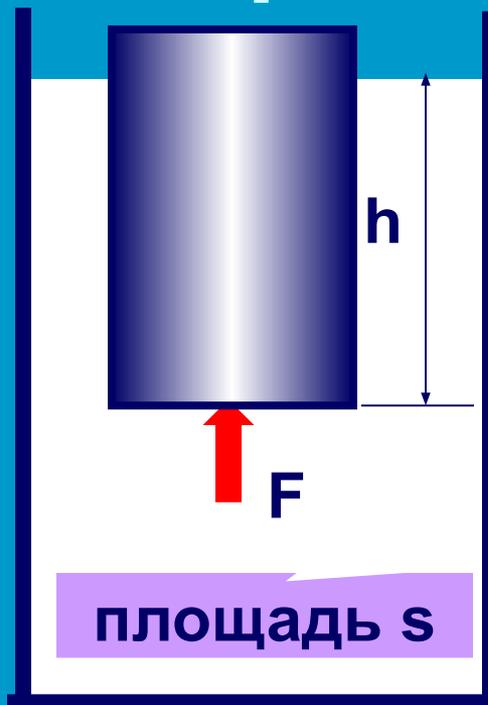
*Выталкивающая сила равна весу жидкости в объёме погруженной части тела*



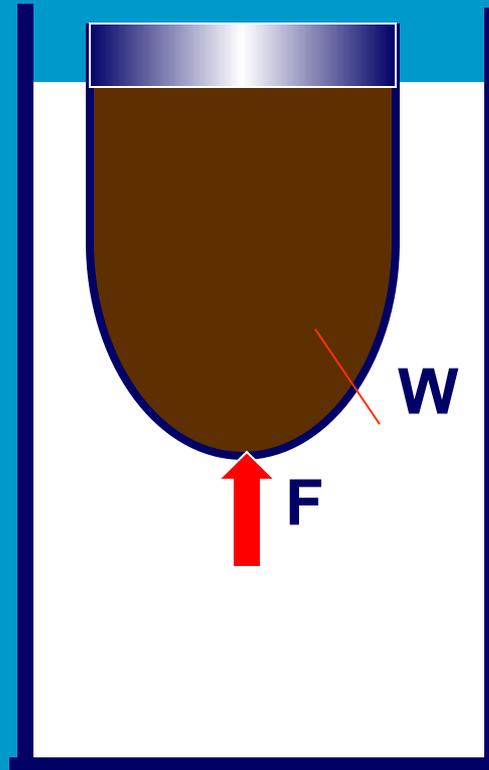
# Сила Архимеда – физический смысл



$\rho$ - сжимающее  
напряжение за  
счет веса столба  
жидкости



$$F = \rho g h \cdot s$$



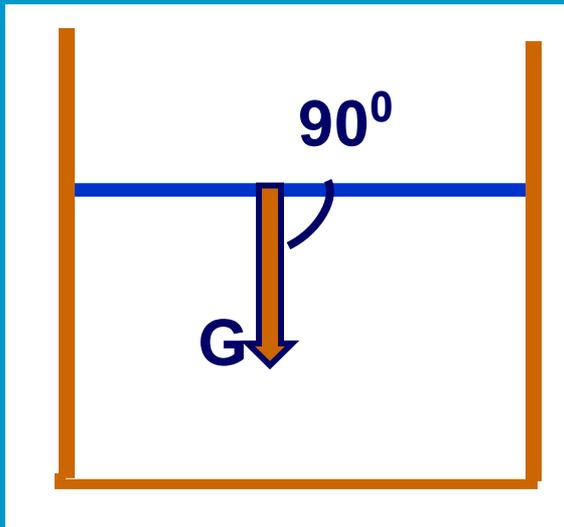
$$F = \rho g W$$

*Выталкивающая сила равна весу  
жидкости в объёме погруженной части  
тела*



# Равновесие жидкости в движущемся сосуде

Абсолютный покой – сосуд неподвижен



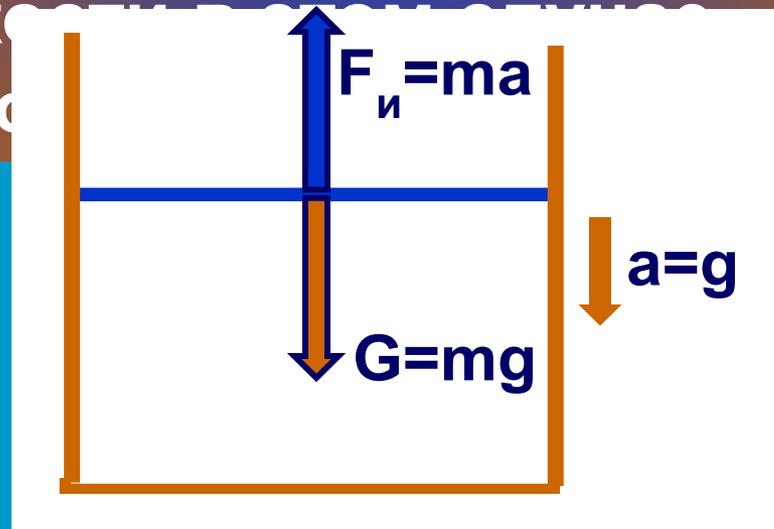
Массовая сила должна быть  
 $R=mg-ma$ ;

При  $a=g$ :  $R=0$  – невесомость!

становится или «легче», или  
«тяжелее»

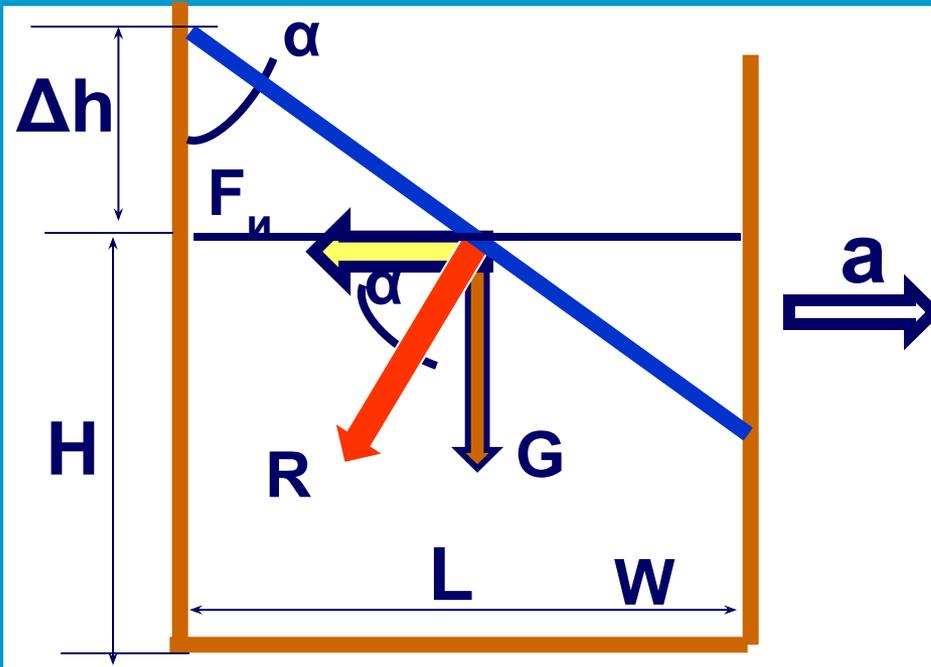
жидкости в движущемся сосуде  
располагается горизонтально

Относительный покой –  
сосуд вместе с  
жидкостью движется  
с ускорением  $a$



## Практические задачи

- Основа:**
1. Сила  $R \perp$  свободной поверхности;
  2. Равенство объёмов жидкости до и после движения



$$\begin{aligned} \text{Ctg}\alpha &= 2 \cdot \Delta h / L = \\ &= ma/mg = a/g; \\ \Delta h &= L \cdot a / 2g \end{aligned}$$

Изменение давления:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h;$$

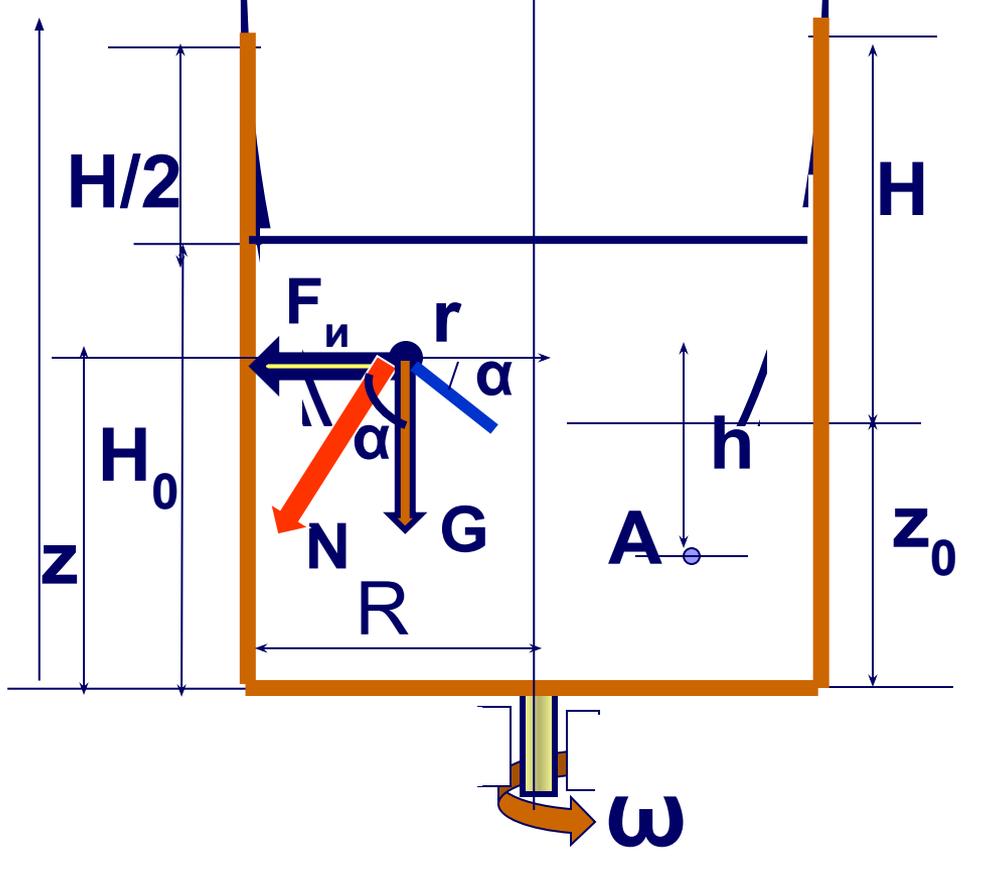
$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot L \cdot a / 2g$$

Силы давления определяются обычным образом.

На плоскую стенку:  $F = p_{\text{ц.т.}} \cdot S$



# Равновесие жидкости во вращающемся сосуде



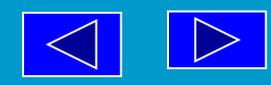
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= dz/dr = \\ &= ma/mg = \omega^2 r/g; \\ dz &= \omega^2/g \cdot r dr \end{aligned}$$

$$\int_z^{z_0} dz = \int_r^0 \frac{\omega^2 r dr}{g}$$

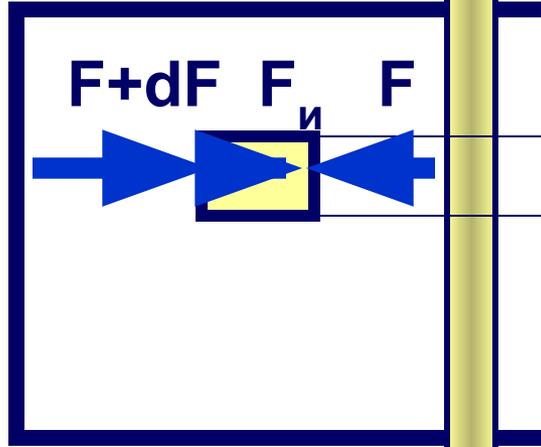
$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

$$H = \frac{\omega^2 R^2}{2g}$$

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

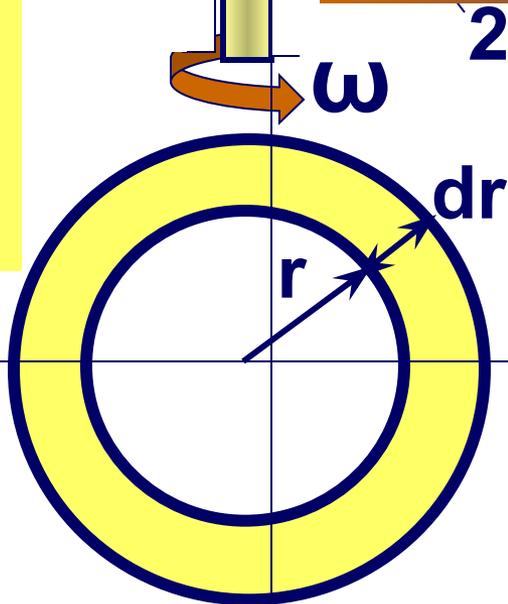


# Осевое давление



Этот способ применяют для определения силы осевого давления жидкости на рабочие колеса центробежных насосов, на крышки центрифуг а также при определении сил сцепления валов в фрикционных муфтах

**N** — сила давления на крышки 1 и 2



$$p = p_0 + \rho \cdot \omega^2 \cdot (r^2 - r_0^2) / 2$$

$$dp = \rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr$$

Определение осевых сил

$$dN = p \cdot ds = p \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

$$N = \int_{r_0}^r p \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

