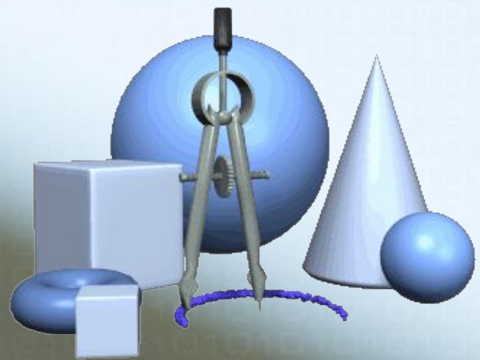
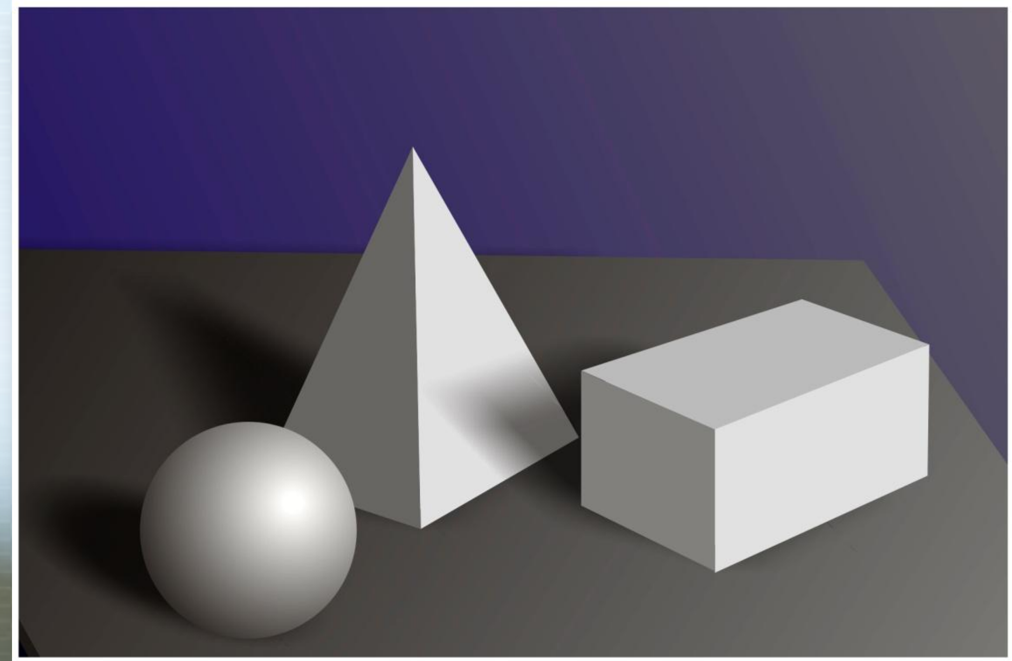


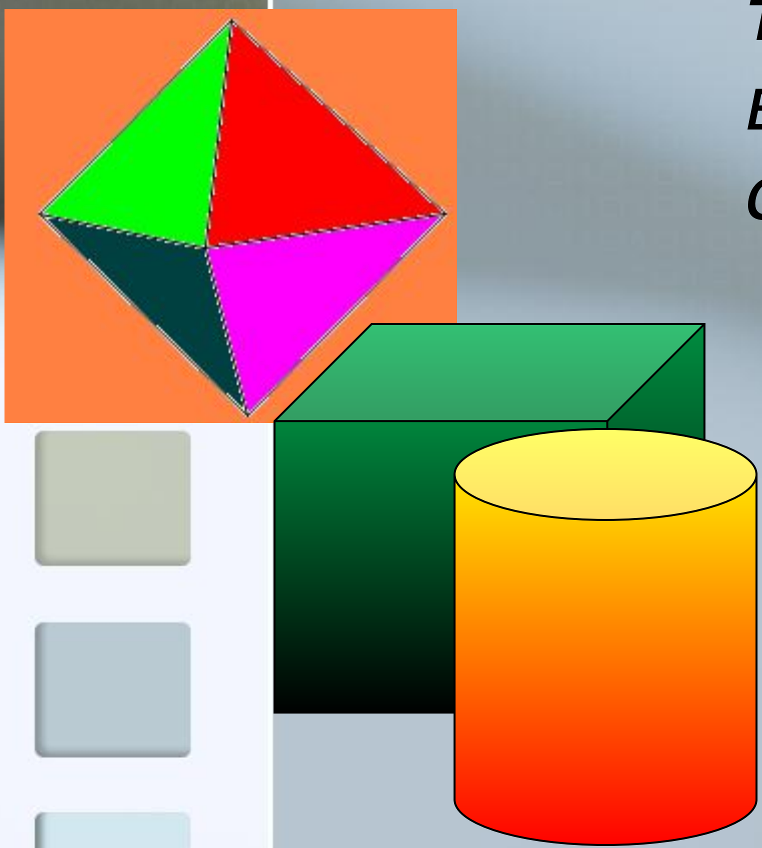


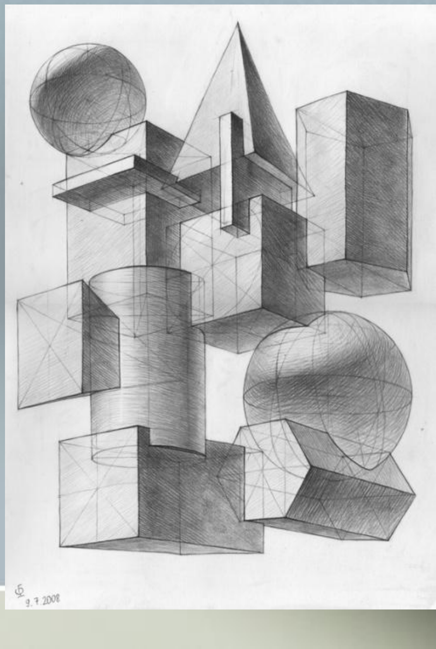
# ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

# Цель урока:

- Обеспечить усвоение понятия объема тела, его свойств, единиц измерения объёма.
- Сформировать представления о формулах для нахождения объёма параллелепипеда, куба, прямой и наклонной призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.
- Сформировать умения применять формулы объемов геометрических тел в решении практических задач.

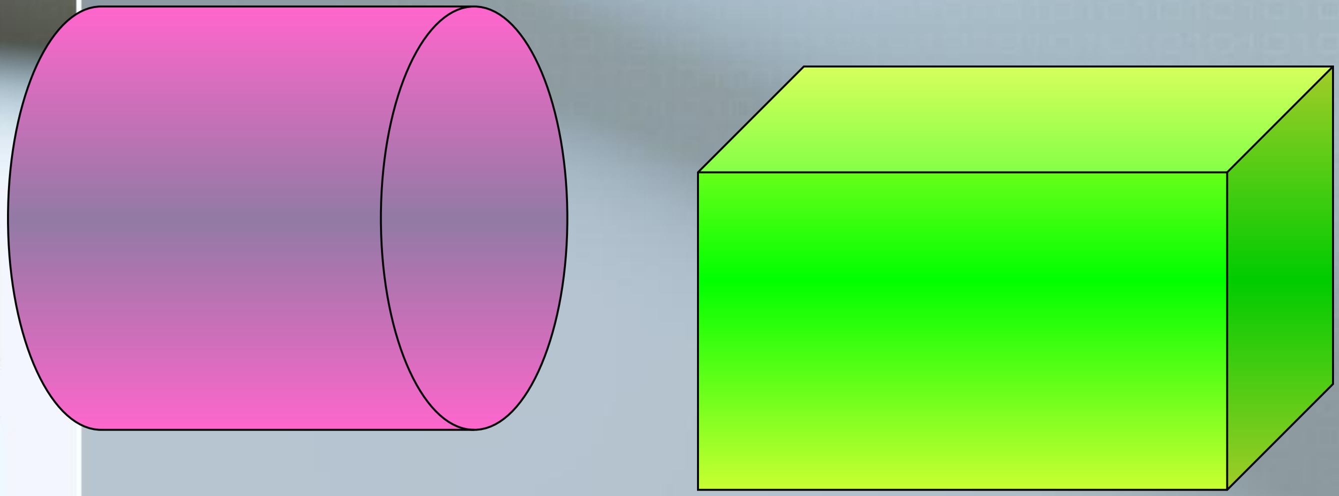
*Подобно тому как все искусства тяготеют к музыке,*
*все науки*
*стремятся к математике.*
*Д. Сантаяна*





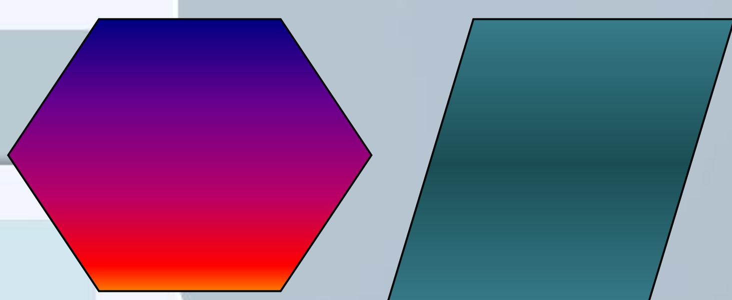
- Геометрия есть искусство правильно рассуждать на неправильных чертежах.

Пойа Д.



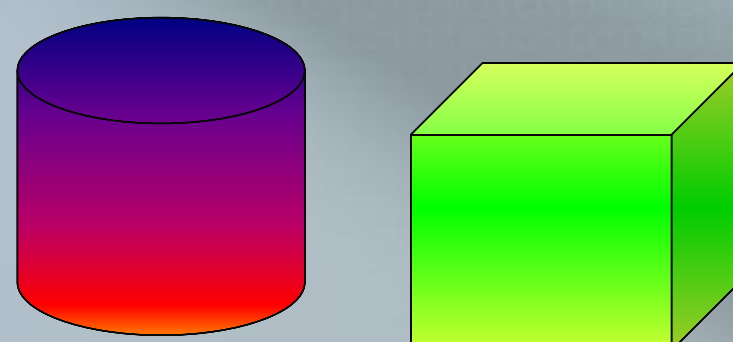
## Площадь

- это положительная величина той части плоскости , которую занимает многоугольник.



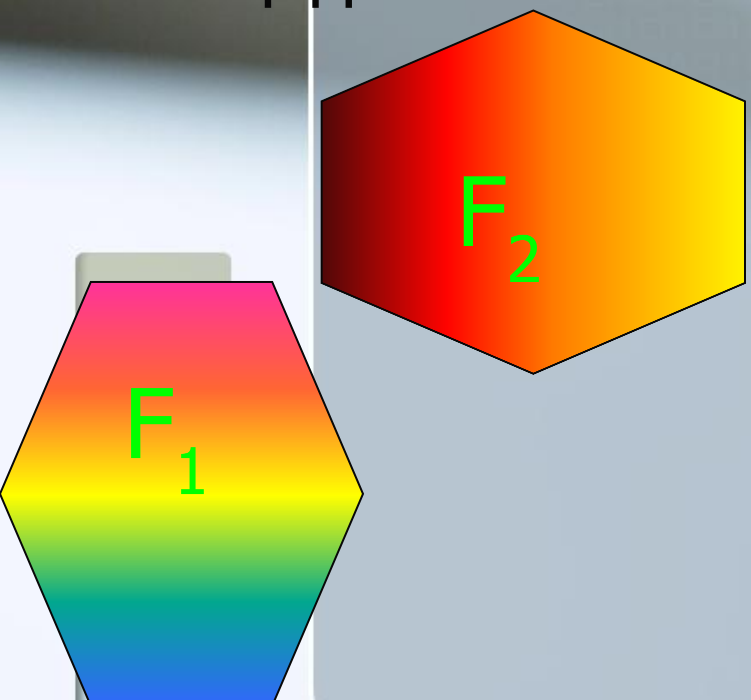
## Объем

– это положительная величина той части пространства , которую занимает геометрическое тело.



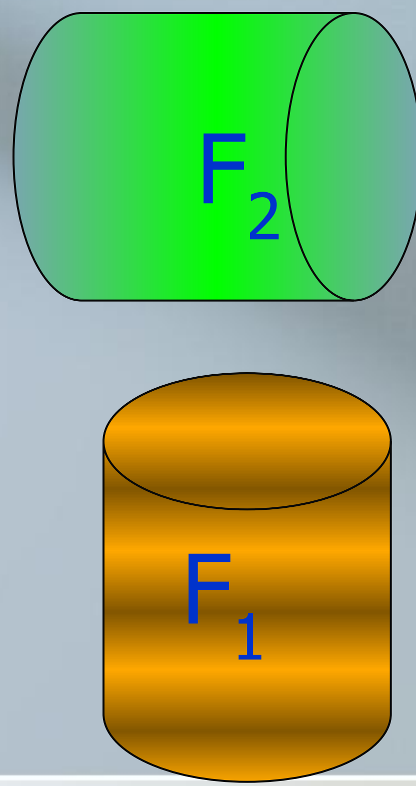
## Свойства площадей:

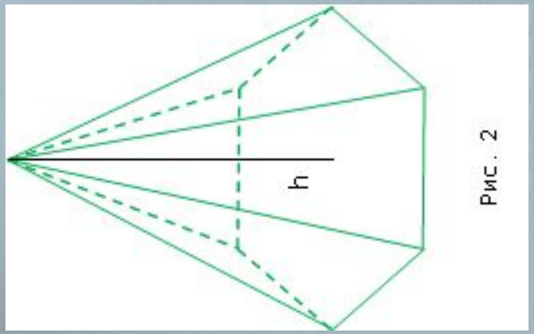
1. Равные многоугольники имеют равные площади

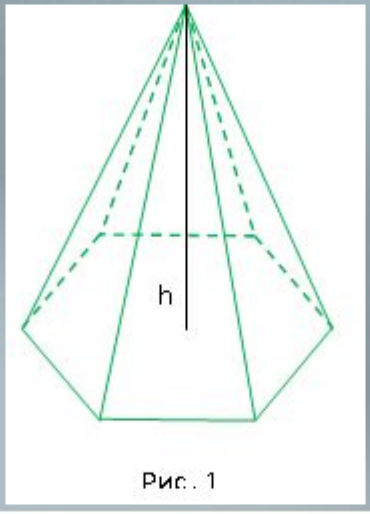



## Свойства объемов:

1. Равные тела имеют равные объемы

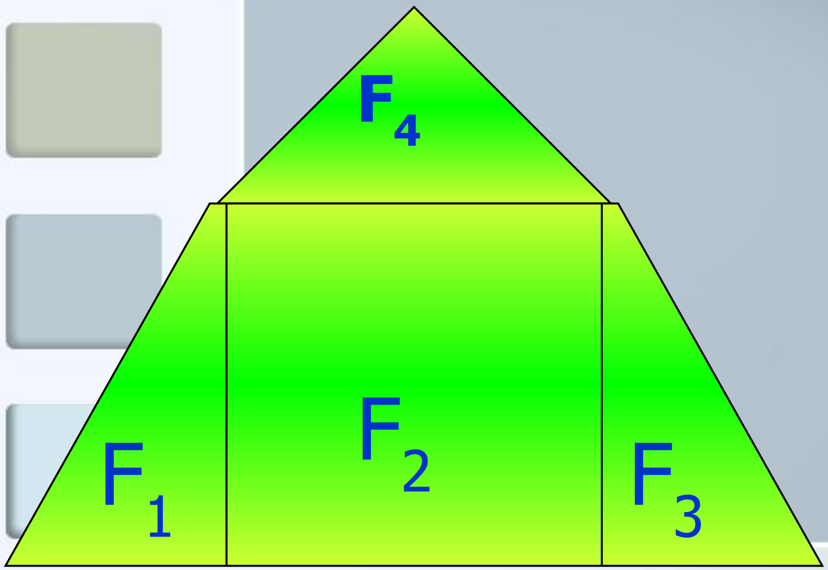


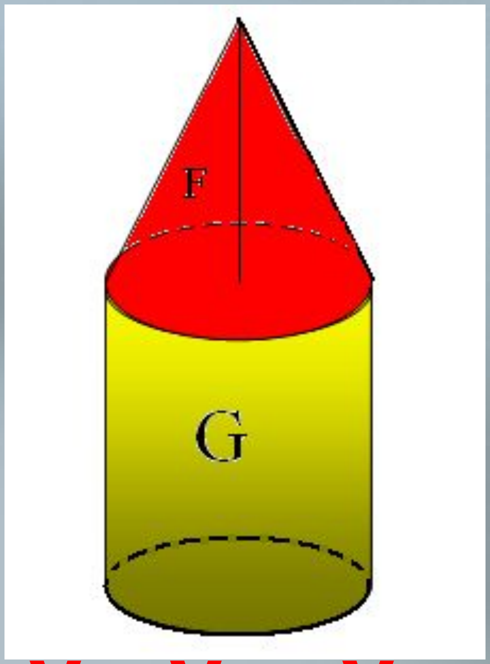



2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников , то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

$S_F = S_{F1} + S_{F2} + S_{F3+} S_{F4}$




2. Если тело составлено из нескольких тел , то его объем равен сумме объемов этих тел.

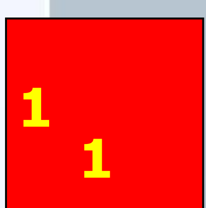



$V_F = V_{F1} + V_{F2}$

## Площадь

За единицу измерения площадей берут квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

1 км$^2$, 1 м$^2$, 1 дм$^2$, 1 см$^2$, 1 мм$^2$ , 1 а, 1 га и т.д.

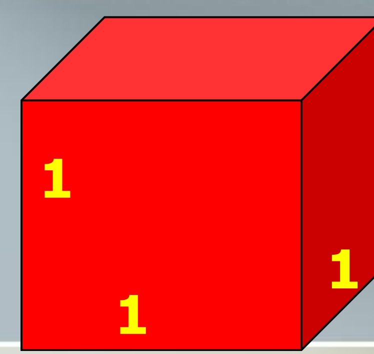



## Объем

За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков.

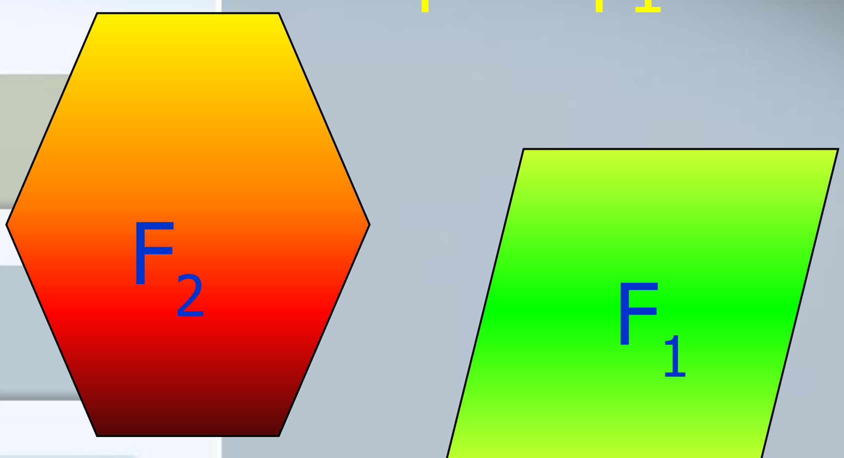
Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см$^3$.

Аналогично определяют 1 м$^3$, 1 дм$^3$, 1 см$^3$ , 1 мм$^3$ и т.д.

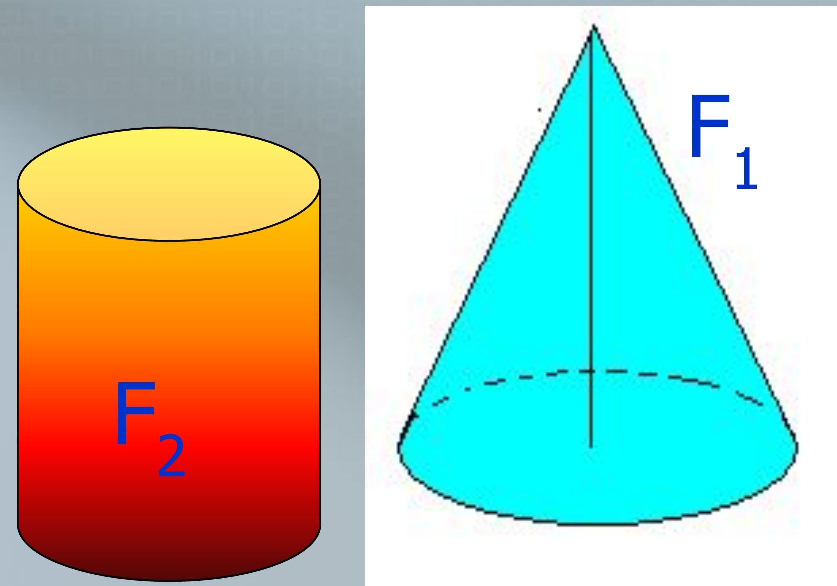


| Площадь | Объем |
| --- | --- |
| Равновеликими называются геометрические фигуры, имеющие равные площади | Равновеликими называются тела, объемы которых равны |

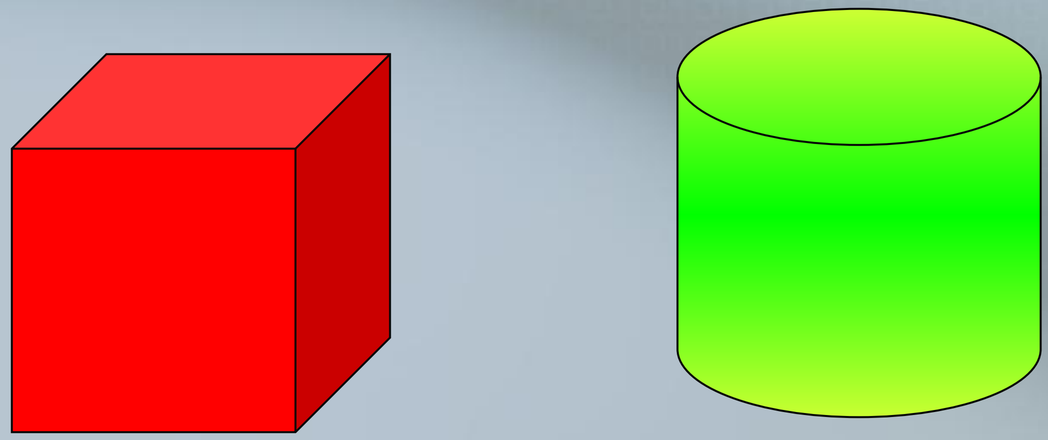
$$S_F = S_{F1}$$



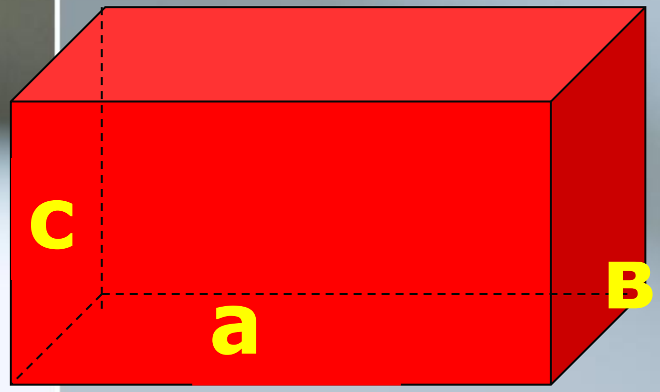

$$V_F = V_{F1}$$



В стереометрии рассматриваются объемы многогранников и объемы тел вращения.



# Объем прямоугольного параллелепипеда:



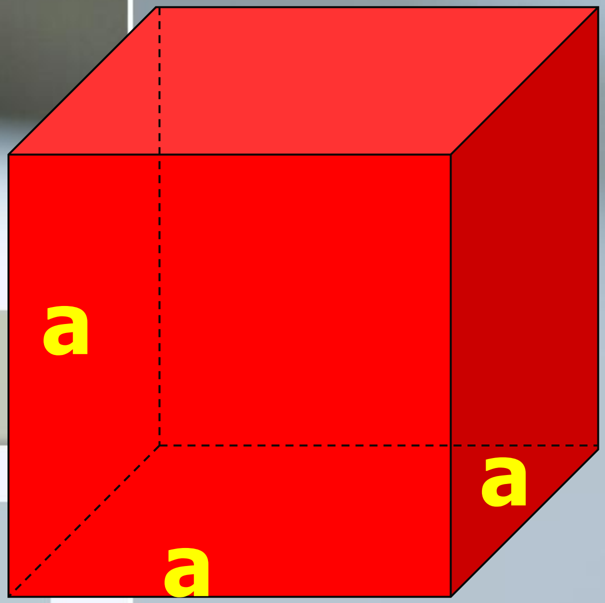

*a* – *длина*
*b* – *ширина*
*c* – *высота*

$$\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$

$$S_{осн} = a \cdot b$$

$$\boxed{V = S_{осн} \cdot h}$$

# Объем куба:

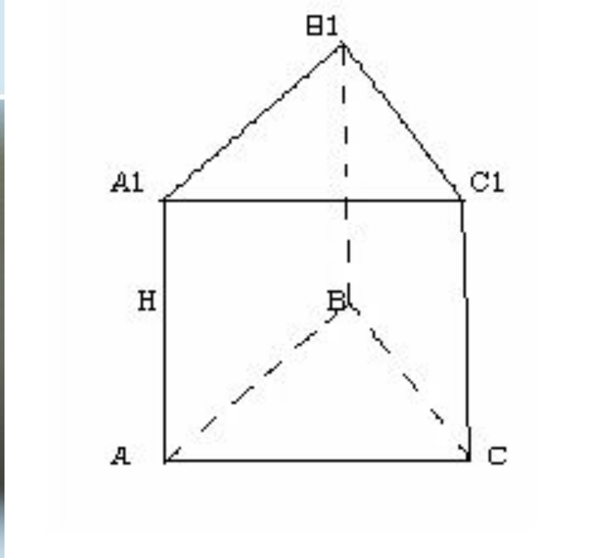



$$S_{осн}=a^2$$

$$\boxed{V=a^3}$$

$$\boxed{V=S_{осн}\cdot h}$$

# Объем прямой призмы:




$V_{парал} = S_{осн} \cdot h$

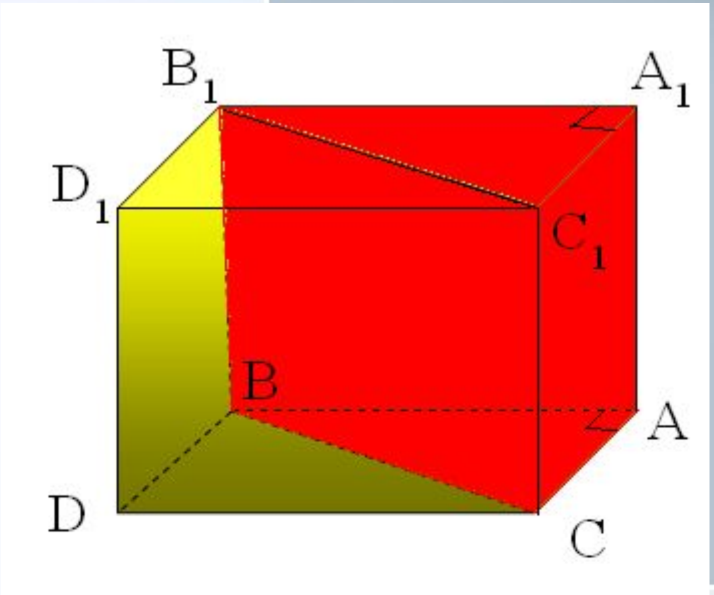
$S_{осн} = 2 \cdot S_{ABC}$

*По свойству объемов*

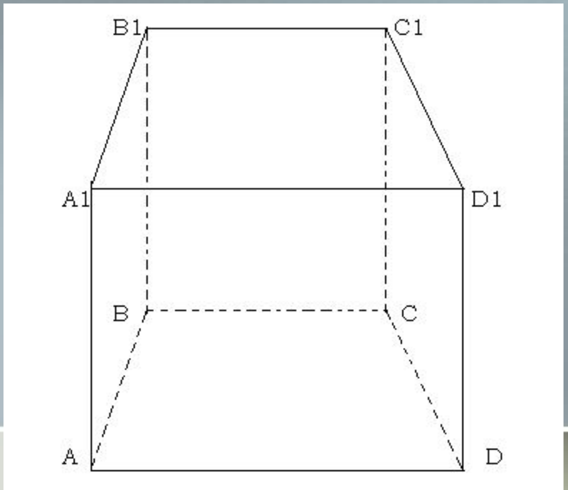
$V_{парал} = 2 \cdot S_{ABC} \cdot h$

$V_{призмы} = (V_{парал}) : 2$

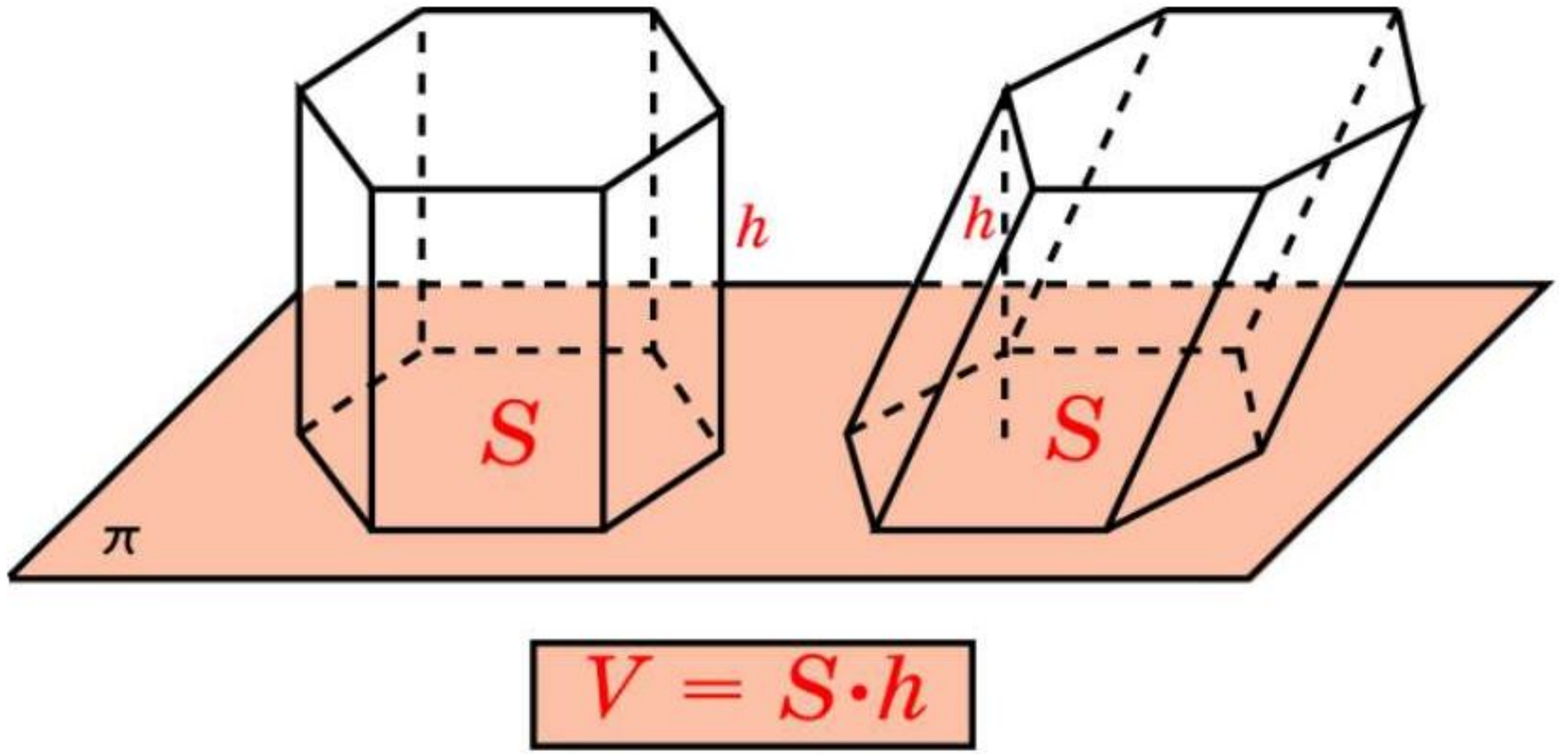
$V_{призмы} = (2 \cdot S_{ABC} \cdot h) : 2$




$$\boxed{V = S_{осн} \cdot h}$$



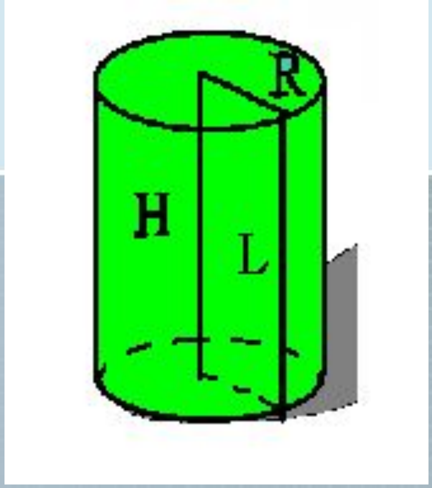
# Объем наклонной призмы:

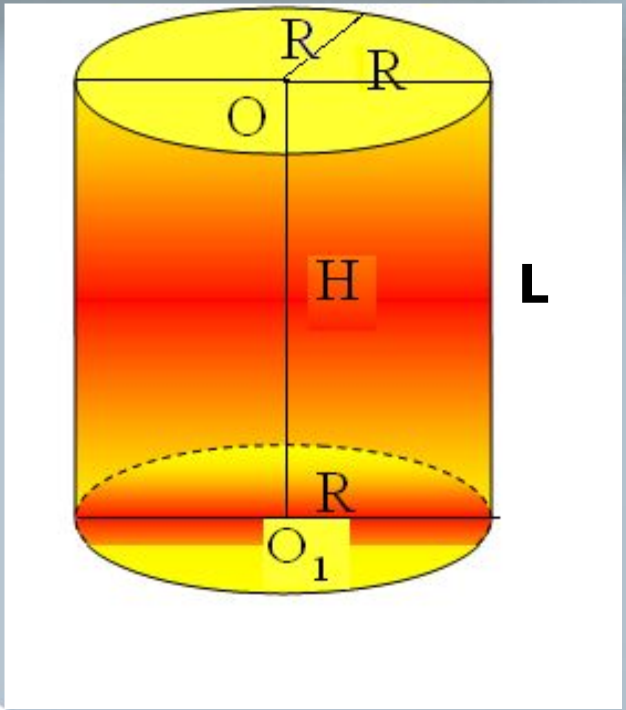


# Объем цилиндра:

*Обозначения:*

*R - радиус основания*
*H - высота*
*L - образующая*
*L=H*
*V - объем цилиндра*



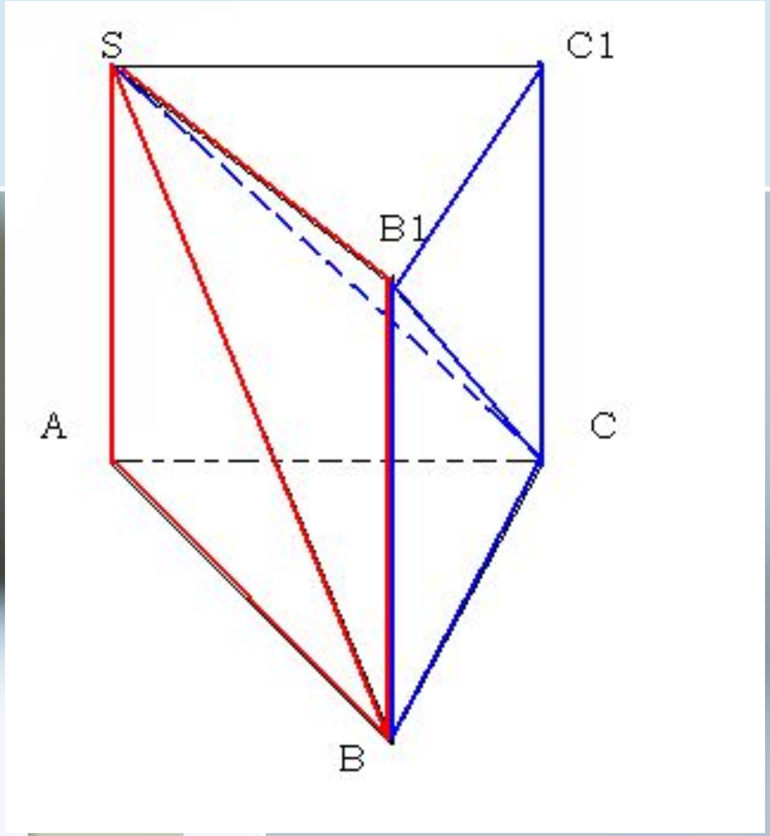

L

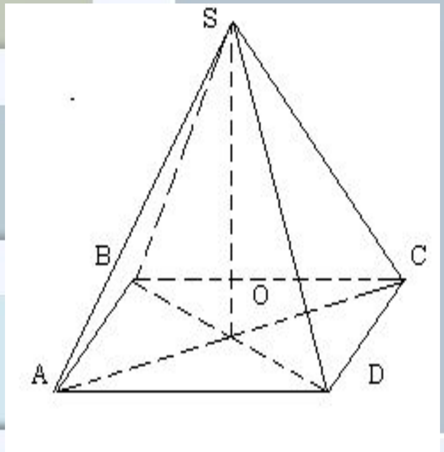
$$\boxed{V = \pi R^2 h}$$

$$V = S_{осн} \cdot h$$

$$S_{осн} = \pi R^2$$

# Объем пирамиды:




*Достроим пирамиду ABCS до призмы. Достроенная призма будет состоять из 3 пирамид – SABC, $SCC_1B_1$, $SCBB_1$*

*У II и III пирамиды – SC – общая,*

*$\Delta CC_1B_1 = \Delta CBB_1$*

*У I и III пирамиды – CS – общая,*

*$\Delta SAB = \Delta BB_1S$*

*$V_1 = V_2 = V_3$*

*V призмы= 3 V пирам*

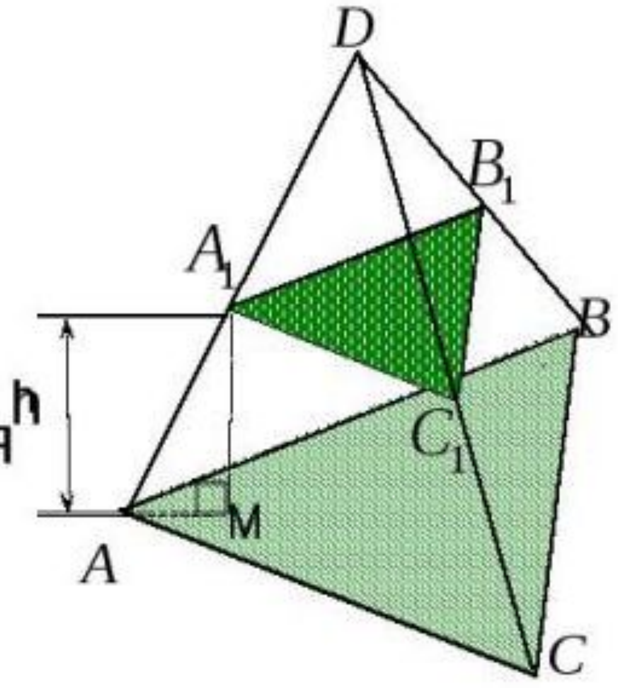
*Vпирамиды=1/3 V призмы*

**V=1/3 Sосн ·h**

# Объем усеченной пирамиды:

Объем усеченной пирамиды, высота которого равна **h**, а площади оснований равны **S** и $\mathbf{S_1}$, вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



# Объем конуса:

*ОБОЗНАЧЕНИЯ:*

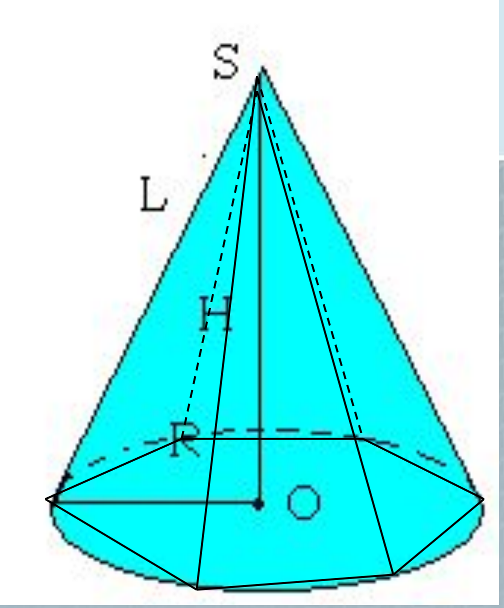
*R - радиус основания*

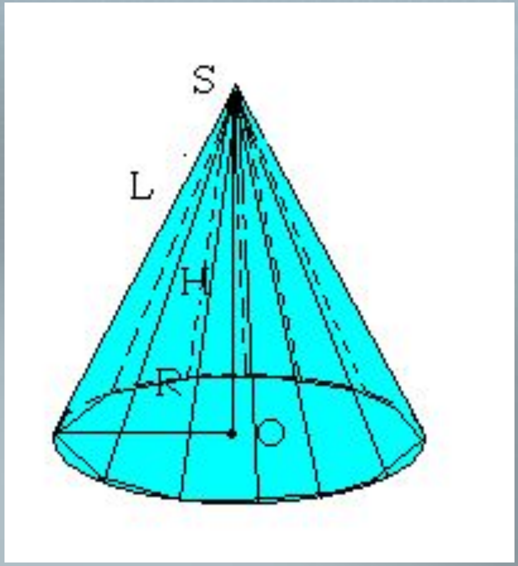
*L - образующая конуса*

*h – высота*

*V – объем*

$$V=1/3\pi R^2 h$$



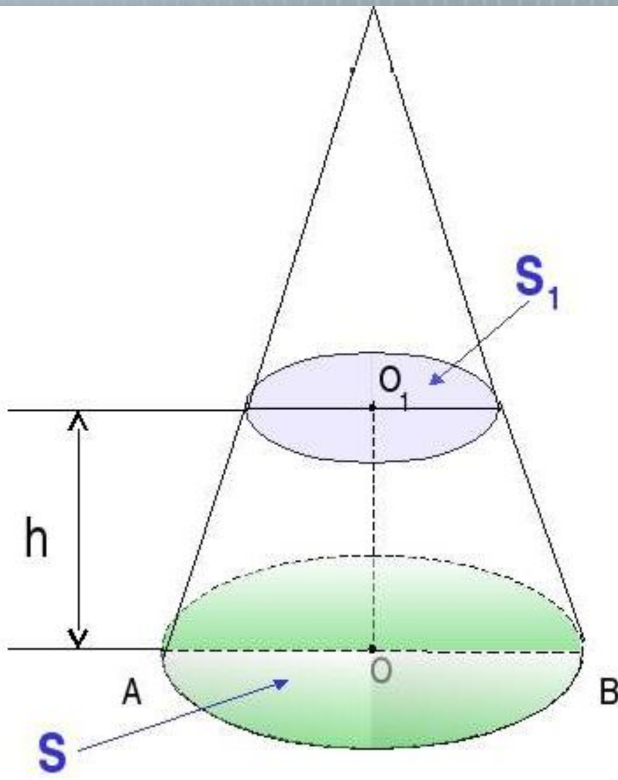
# Объем усеченного конуса:

Объем усеченного конуса вычисляется по формуле:

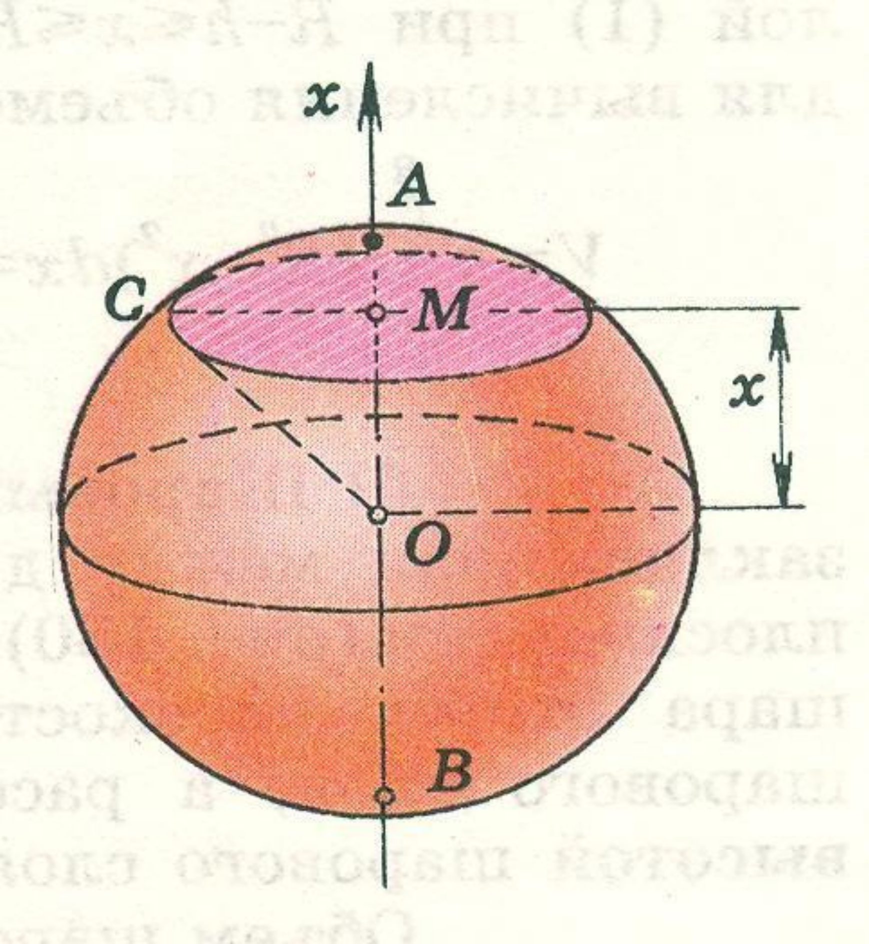
$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

Где $h$ – высота конуса,

$S$ и $S_1$ – площади оснований



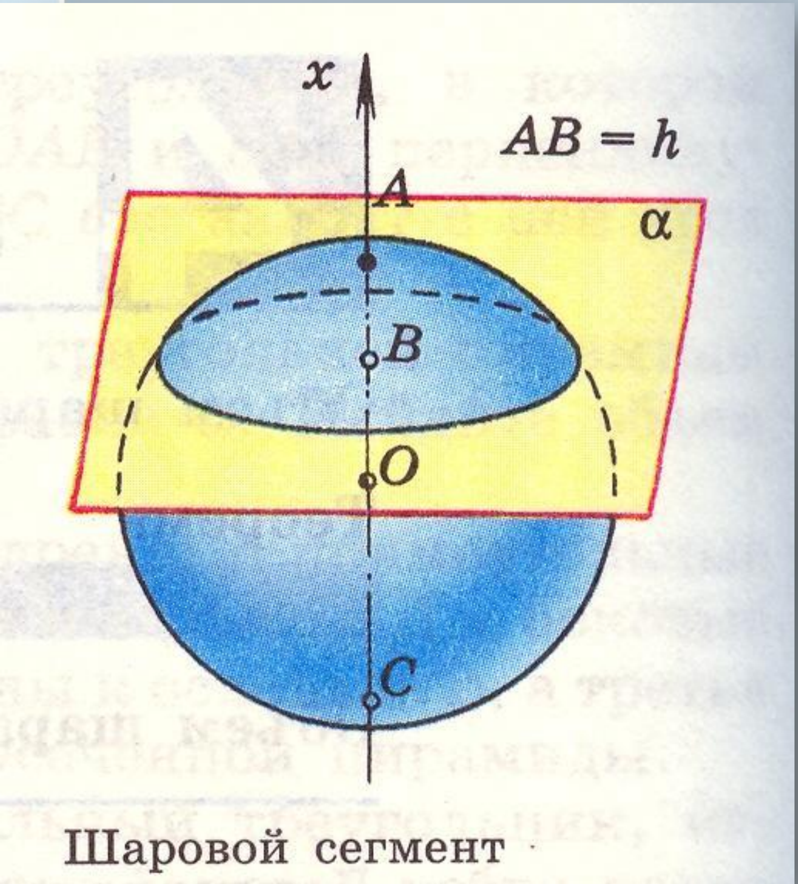
# Объём шара




Объём шара радиуса R

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

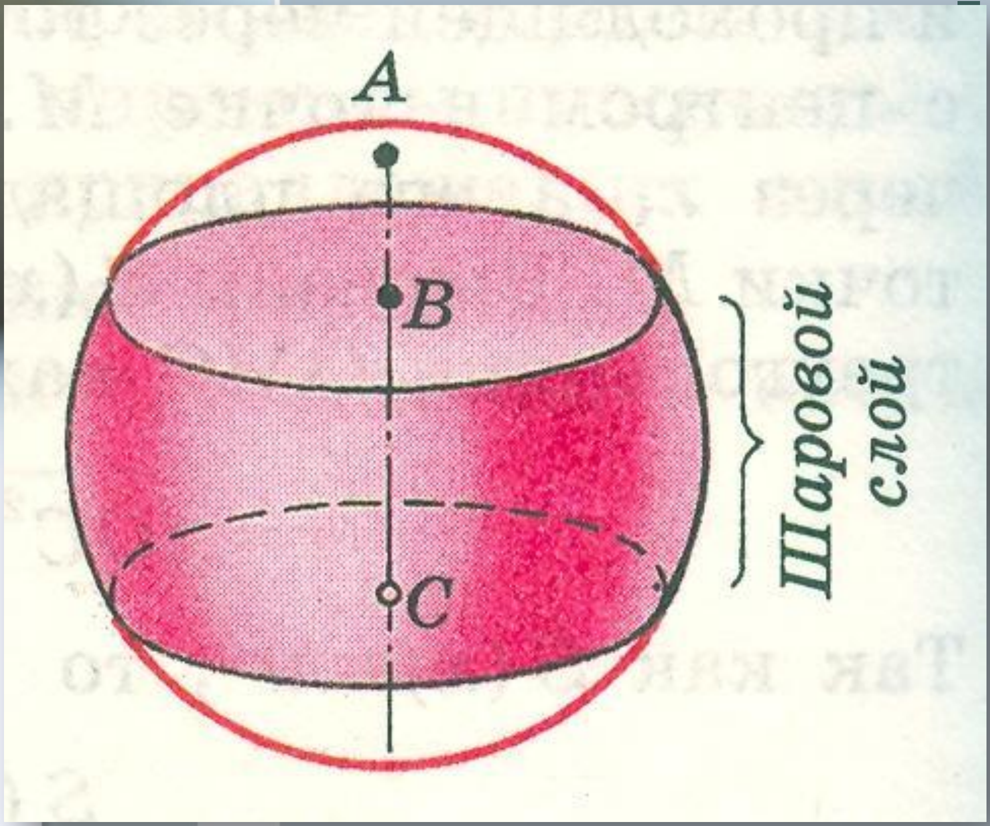
# Шаровой сегмент




- это часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3} h \right).$$

# Шаровой слой

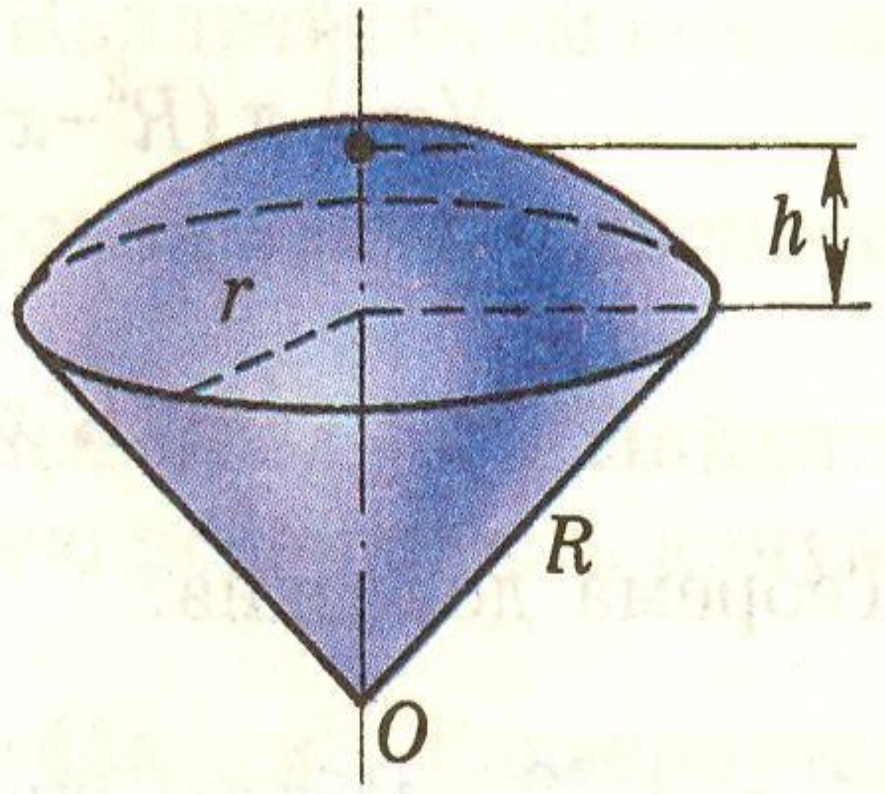



– это часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими шар.

Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются **основаниями шарового слоя.**

Расстояние между плоскостями называется **высотой шарового слоя**.

# Шаровой сектор

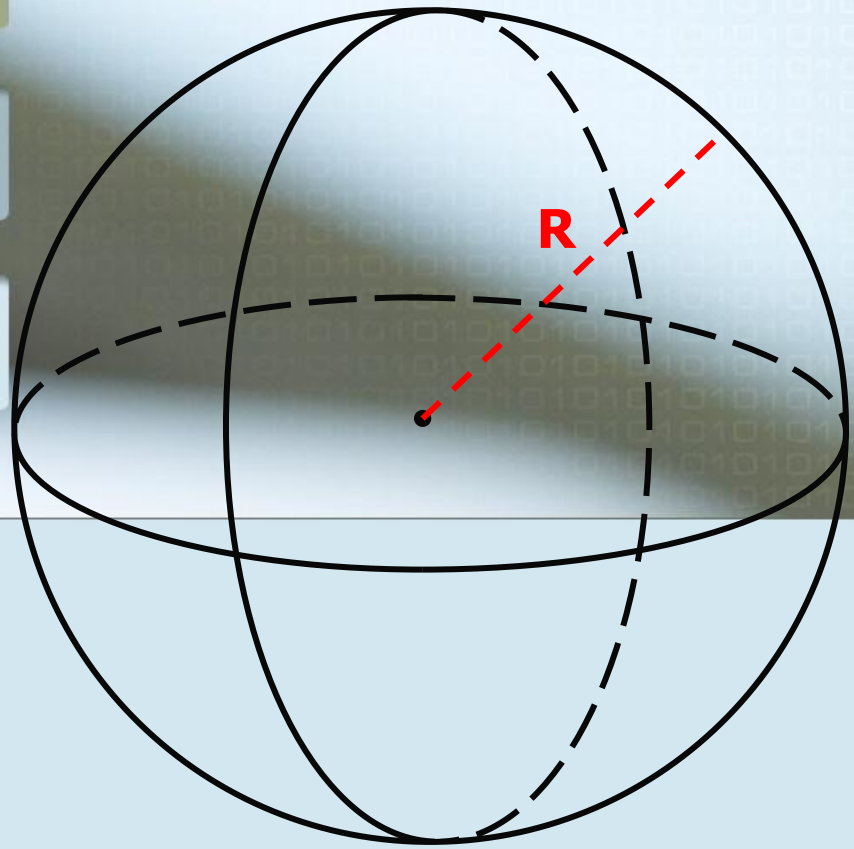


Шаровой сектор

- это тело, получаемое вращением кругового сектора с углом, меньше 90°, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h.$$

# Площадь сферы

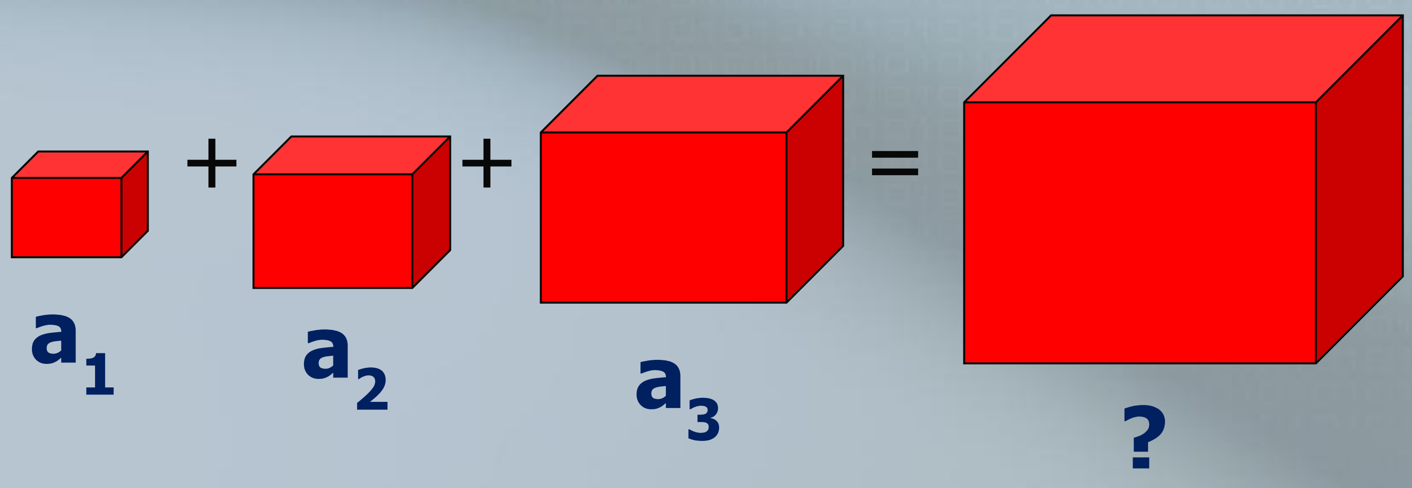



$$S_{сферы} = 4\pi R^2$$

# Закрепление пройденного материала:

## Задача №1

Три латунных куба с ребрами 3см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?



*Решение:*

$V_F = V_{F1} + V_{F2} + V_{F3}$

$V_{F1} = 3^3 = 27$ (см$^3$)

$V_{F2} = 4^3 = 64$ (см$^3$)

$V_{F3} = 5^3 = 125$ (см$^3$)

$V_F = 27 + 64 + 125 = 216$ (см$^3$)

$V_F = a^3$

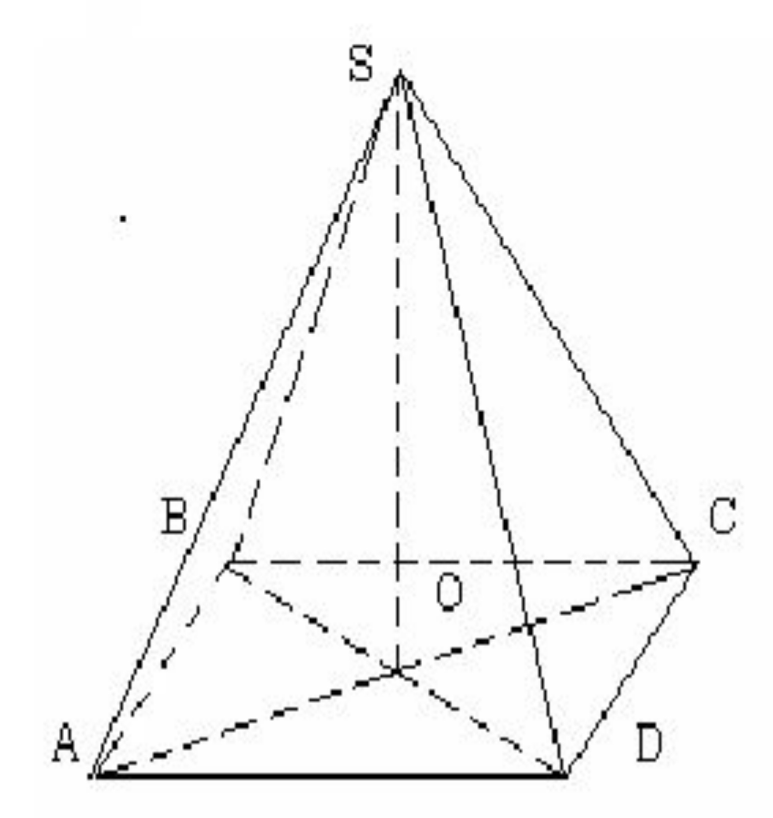
$a^3 = 216$ (см$^3$)

$a = 6$ (см)

*Ответ: ребро куба равно 6 см.*

# Задача №2

*Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания 13 см.*



# Решение:

$V=1/3\ S_{осн} \cdot h$

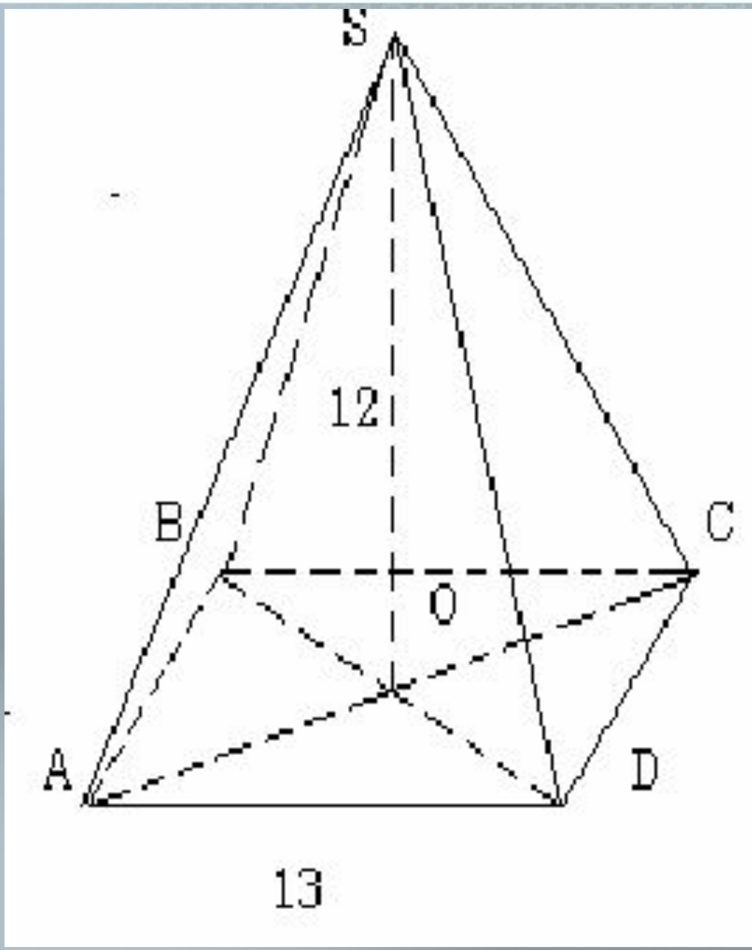
$ABCD$- квадрат

$S_{ABCD}=a^2$

$S_{ABCD}=13^2=169$ (см²)

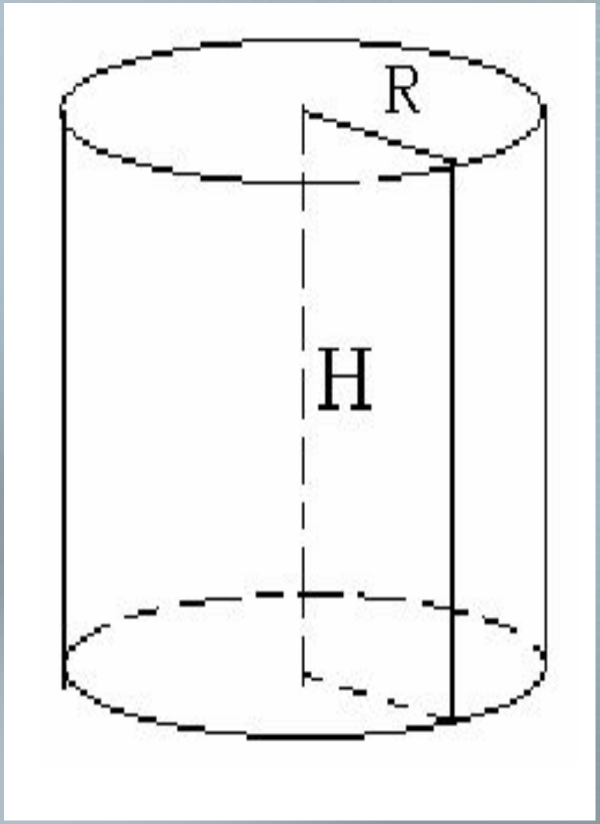
$V=1/3 \cdot 169 \cdot 12 =676$ (см$^3$)

Ответ : Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 676 см$^3$



# Задача №3

*Найдите объем цилиндра, если радиус его основания равен 6см, а высота 8 см.*

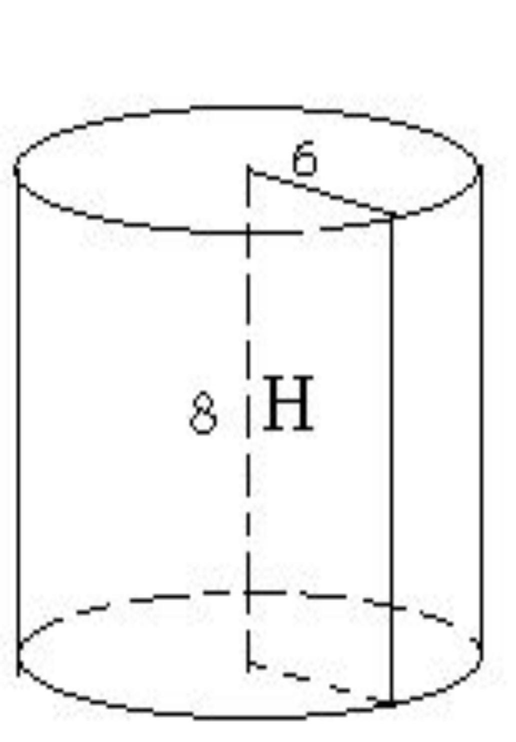


# Решение:

$V = \pi R^2 H$

$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi (см^3)$

*Ответ: объем цилиндра равен 288 π см³.*



**№ 658** Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC=90^0$, BC=37см, AB=35см, $AA_1$=1,1дм

***Дано:*** ***$ABCA_1B_1C_1$- прямая призма. $\angle BAC=90^0$ BC=37см, AB=35см, $AA_1$=1,1дм***

***Найти: V-?***

***Решение: $V= S_{ABC} \cdot AA_1$ (по следствию 2)***

***$S_{ABC} =1/2\ BA\cdot AC \cdot \cos A=1/2\ BA\cdot AC$***

***$AC= \sqrt{BC^2- AB^2}$ AC=12см.***

***$S_{ABC}=1/2\cdot 35\cdot 12=210(см^2)$***

***$V=S_{ABC}\cdot AA_1$***

***$V=210\cdot 11=2310(см^3)$***

***Ответ: V= 2310 ($см^3$)***