Тема урока:

«Перпендикулярные прямые в пространстве.

Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости»

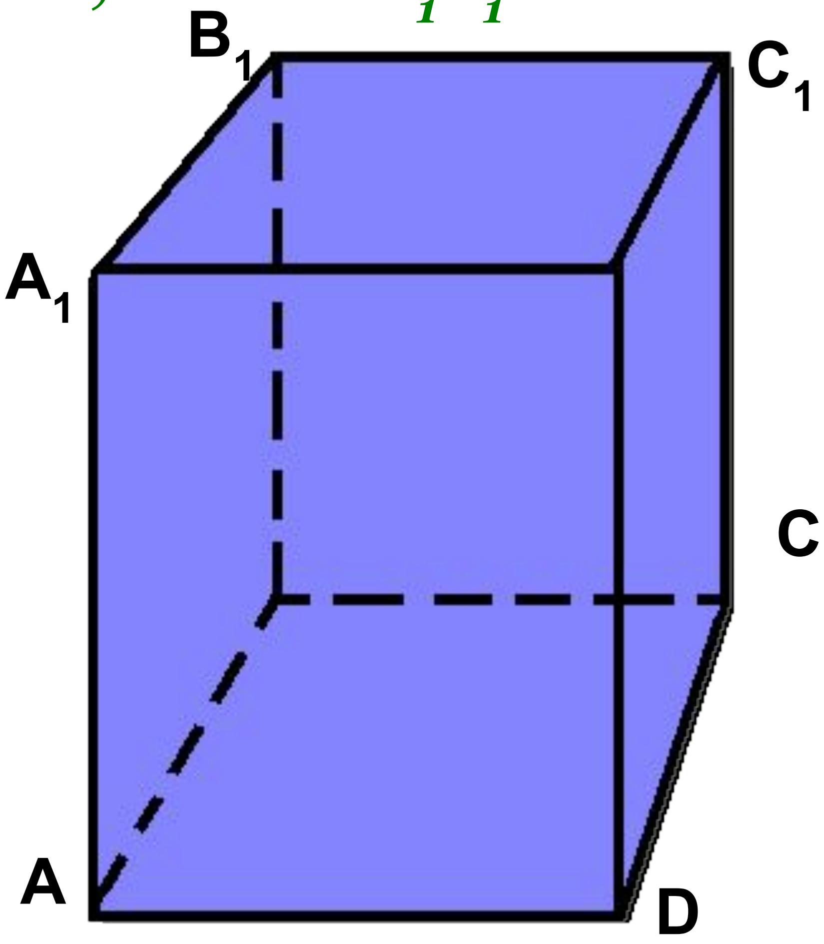
Определение

- Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними 90^o
- Такие прямые могут

  пересекаться

  быть скрещивающимися

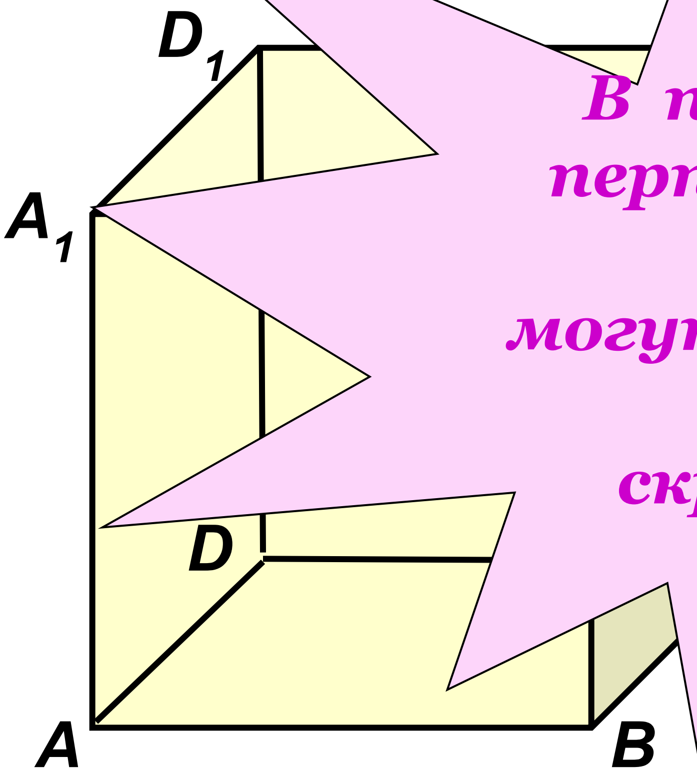
- *Что такое перпендикулярные прямые на плоскости?*
- *Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед, угол BAD равен 30^o. Найдите углы между прямыми AB и A_1D_1; A_1B_1 и AD; AB и B_1C_1.*



Модель куба.

1. Как [obscured] азываются
   пр[obscured]ые AB и BC?

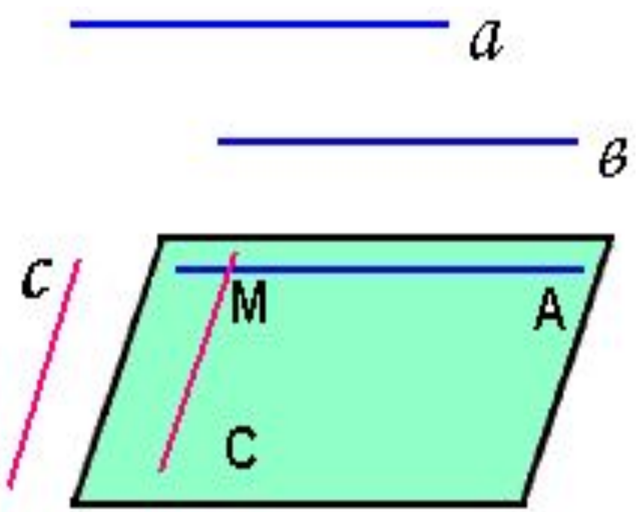
На[obscured]е угол между
[obscured] и DC;



В пространстве
перпендикулярные
прямые
могут пересекаться
и могут
скрещиваться.

ЛЕММА О ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ К ТРЕТЬЕЙ ПРЯМОЙ

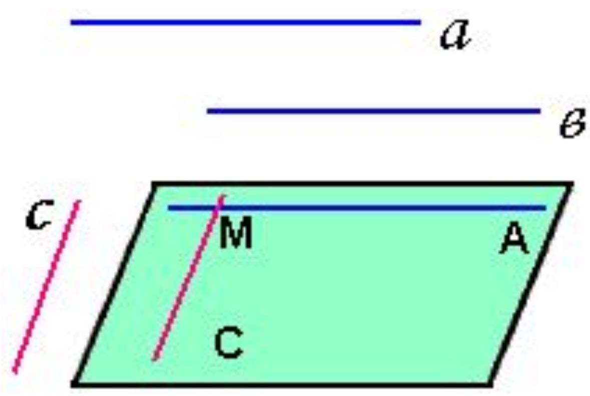
Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой,то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой



Дано:а IIв , а$\perp c$

Доказать:в $\perp c$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

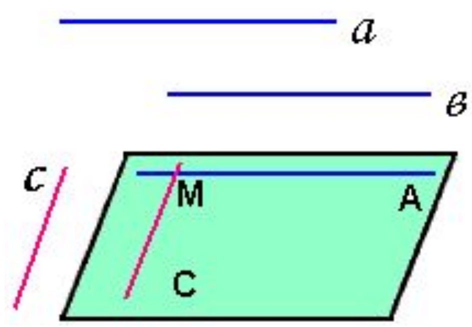


1)Через произвольную точку М пространства,не лежащую на данных прямых,проведем прямые МА и МС, параллельные соответственно прямым **а** и **с.**Так как **а** $\perp c$, то $\angle$ АМС =90°

2)По условию **в** $\parallel$ **а**, а по построению **а** $\parallel$ МА,потому **в** $\parallel$ МА. Итак,

прямые **В** и **С** параллельны соответственно прямым МА и МС, угол между которыми равен 90°**.**Это означает, что угол между прямыми **В** и **С** также равен 90°**.**

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



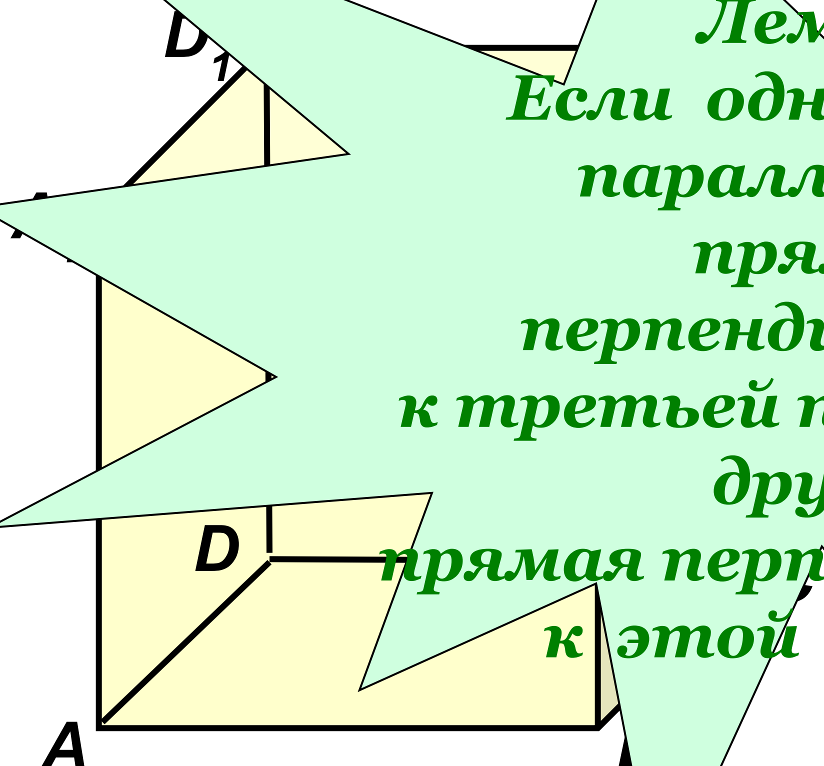
1) МА II *a*, *a* II в => МА II в

2) а ⊥ *c*, МС II с => МА ⊥ МС

3) МА ⊥ МС, МА II в, МС II с => в ⊥ с.

Рассмотрим прямые AA_1, CC_1 и DC.

AA CC_1 ; $DC \perp CC_1$

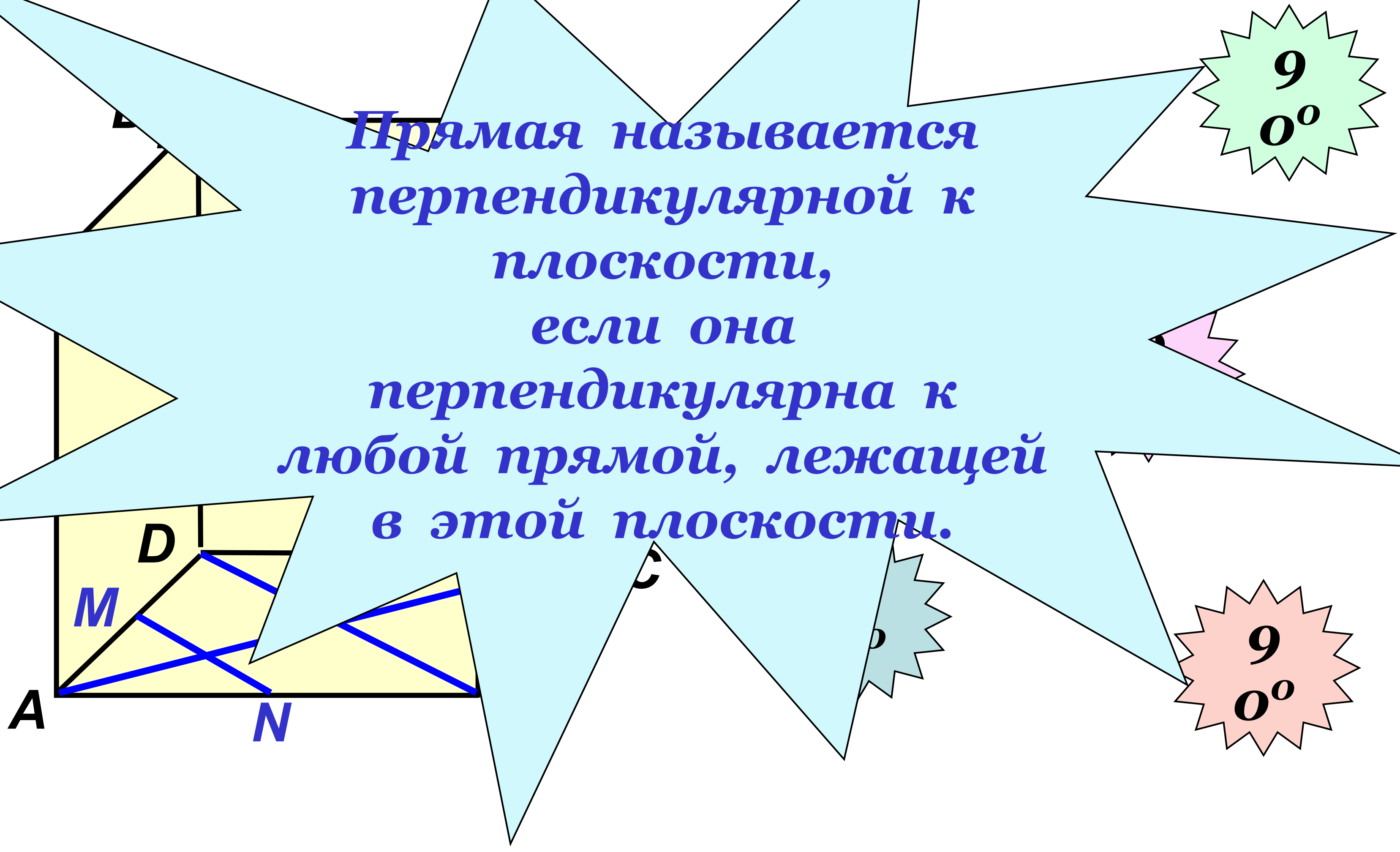


Лемма:
Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

Модель куба.

Найдите угол между прямой AA_1 и прямыми плоскости (ABC):

AB, AD, AC, BD, …N.

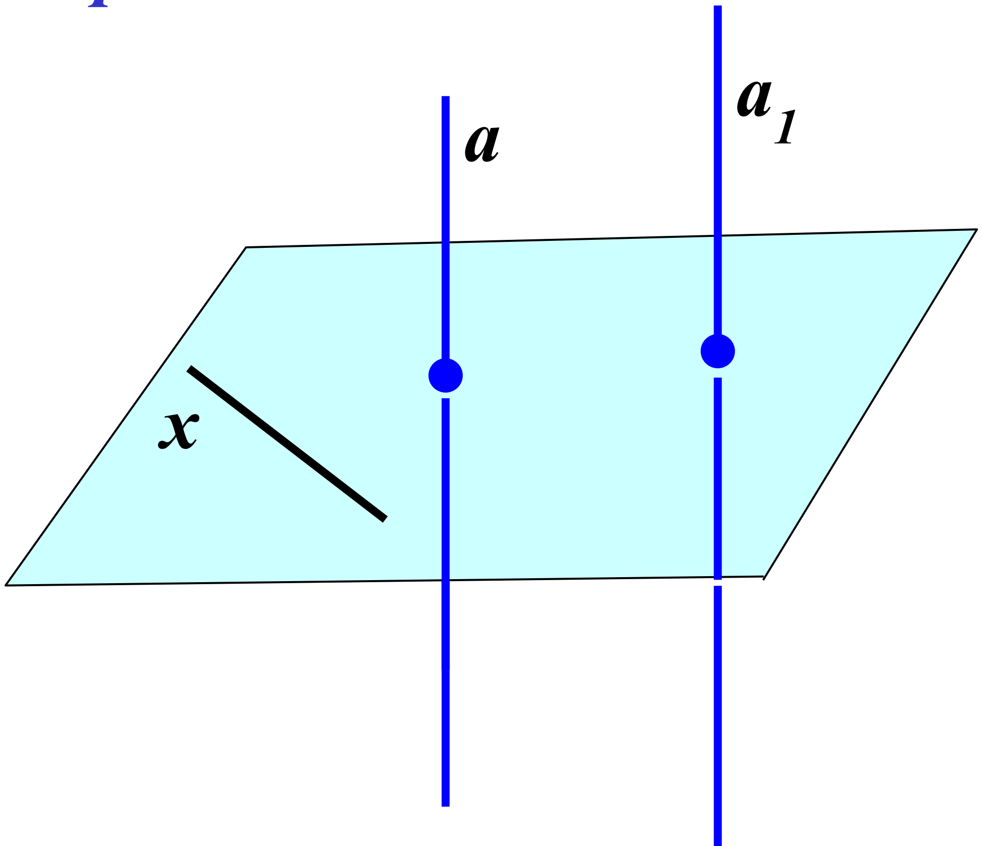


Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

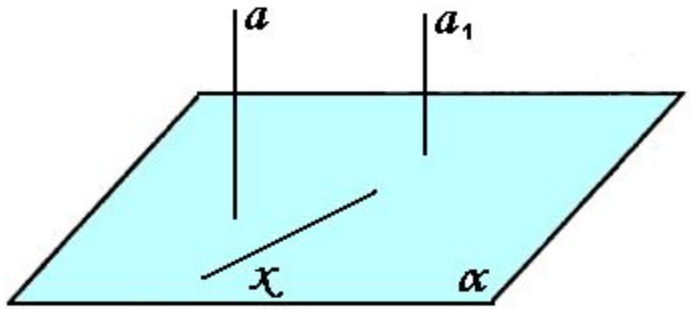
Теорема: ***Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.***

Дано: ***прямая*** a ***параллельна прямой*** a_1 ***и перпендикулярна плоскости*** α.

Доказать: $a_1 \perp \alpha$



ТЕОРЕМА О ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ, ОДНА ИЗ КОТОРЫХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА К ПЛОСКОСТИ



Дано: $a \perp \alpha$, $a \parallel a_1$

Доказать: $a_1 \perp$
α

Доказательство:

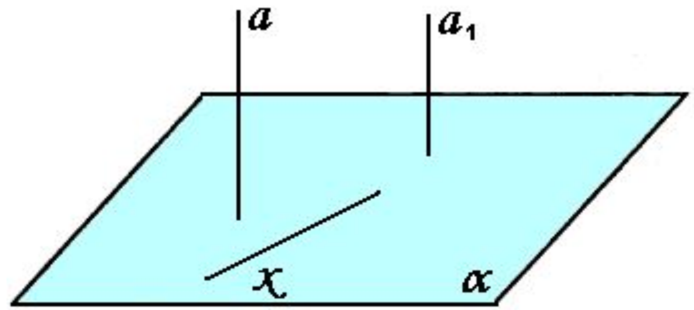
Проведем какую-нибудь прямую x в плоскости α. Так как $a \perp \alpha$, то

$a \perp x$. По лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к

третьей $a_1 \perp x$. Таким образом, прямая a_1 перпендикулярна к любой

прямой, лежащей в плоскости α, т.е. $a_1 \perp \alpha$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

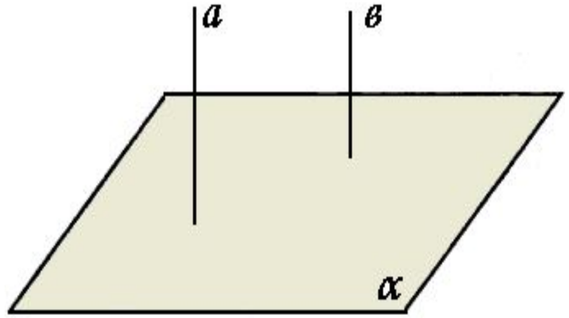


1) $a \perp \alpha$, $x \subset \alpha$ => $a \perp x$

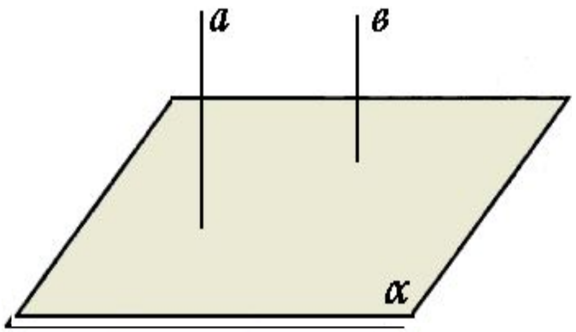
2) $a \parallel a_1$, $a \perp x$ => $a_1 \perp x$ => $a_1 \perp \alpha$, т.к. x – произвольная прямая плоскости α.

Обратная теорема:

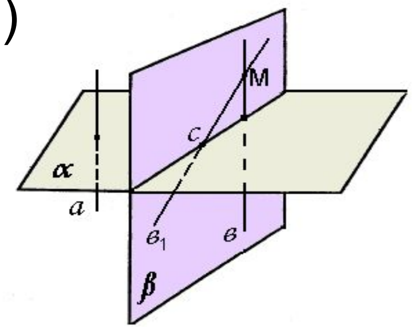
Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



ТЕОРЕМА О ДВУХ ПРЯМЫХ, ПЕРПЕНДУКУЛЯРНЫХ К ПЛОСКОСТИ



Б)



Дано: а $\perp \alpha$, в $\perp \alpha$

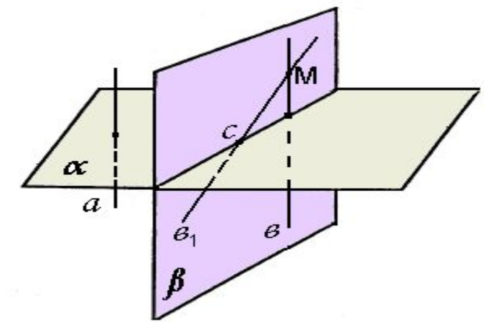
Доказать: а II в

Доказательство:

1)Через какую-нибудь точку М прямой в проведём прямую $в_1$, параллельную прямой а. По предыдущей теореме $в_1 \perp \alpha$.Докажем, что $в_1$ совпадает с прямой в. Тем самым будет доказано,что а II в.

2)Допустим,что прямые в и $в_1$ не совпадают.Тогда в плоскости β, содержащей прямые в и $в_1$,через точку М проходят две прямые, перпендикулярные к прямой с , по которой пересекаются плоскости α и β.Но это невозможно,следовательно, а II в

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



1) Пусть в не $\parallel$ а. Проведем $в_1 \parallel а$ ($М \in в, М \in в_1$)

2) $в \perp \alpha$, $с \subset \alpha$ => $в \perp с$

3) $а \perp \alpha$, $с \subset \alpha$ => $а \perp с$

4) $а \perp с$, $в_1 \parallel а$ => $в_1 \perp с$

5) $в \perp с$, $в_1 \perp с$, $М \in в$, $М \in в_1$ => $в \equiv в_1$

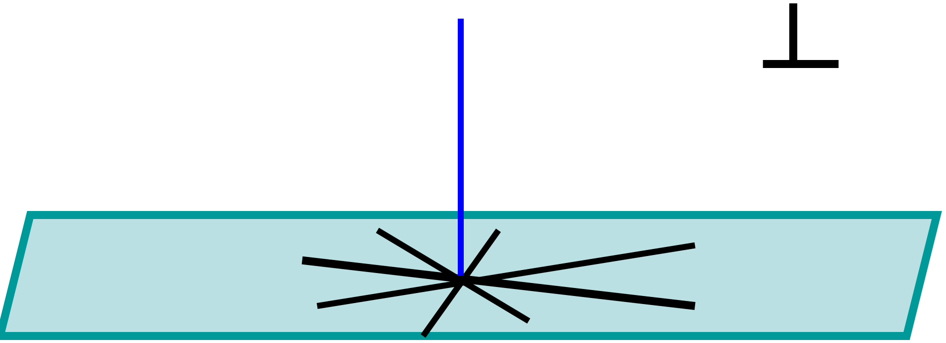
6) $в_1 \parallel а$, $в \equiv в_1$ => $а \parallel в$

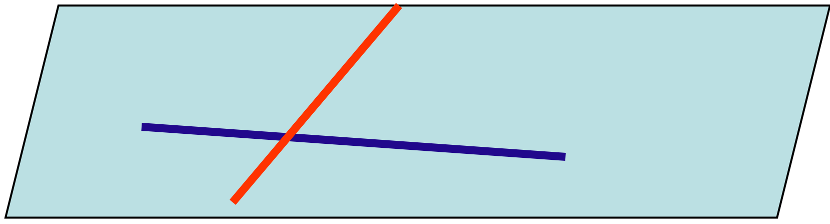
Продолжи

- Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая …
- Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она …

$\perp$

$\perp$





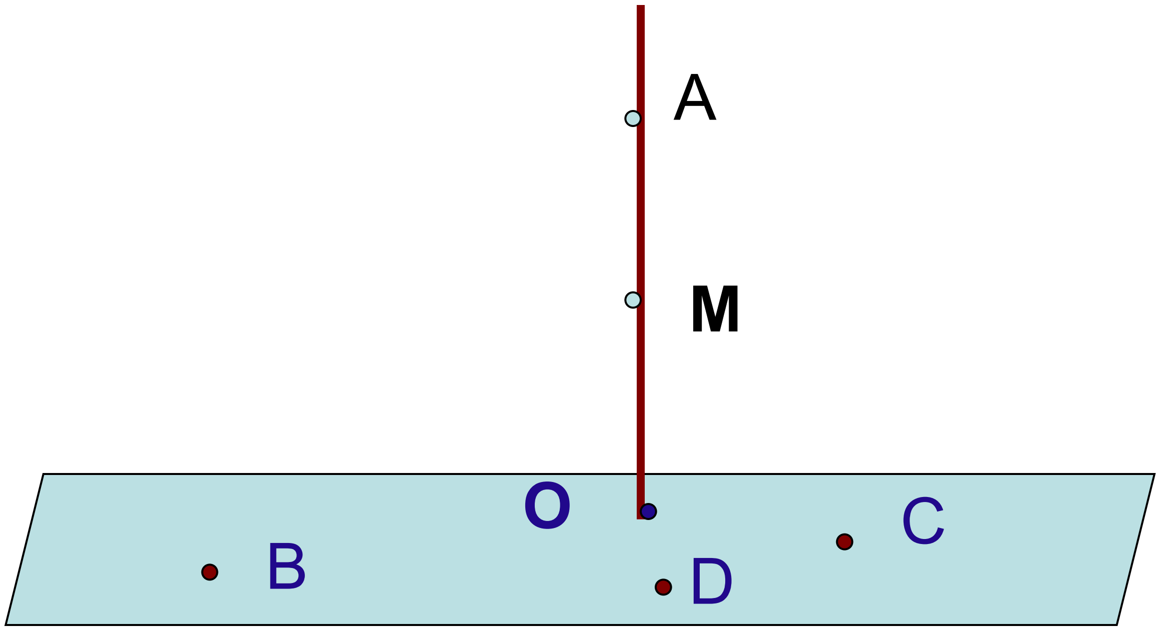
В классе №116, 118

Домашнее задание

п. 15,16 стр.34-36

- №117, 119а

Задача 118



Какие из следующих углов являются прямыми:
АОВ, МОС, ДАМ, ДОА, ВМО?