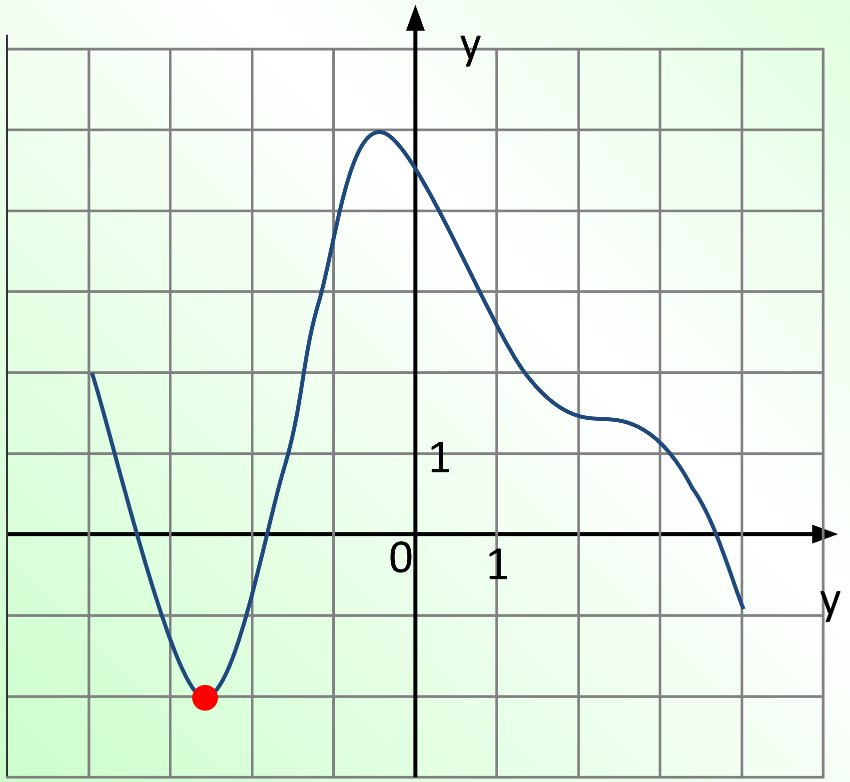
«ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ »

Содержание

Монотонность функции
Повторим теорию

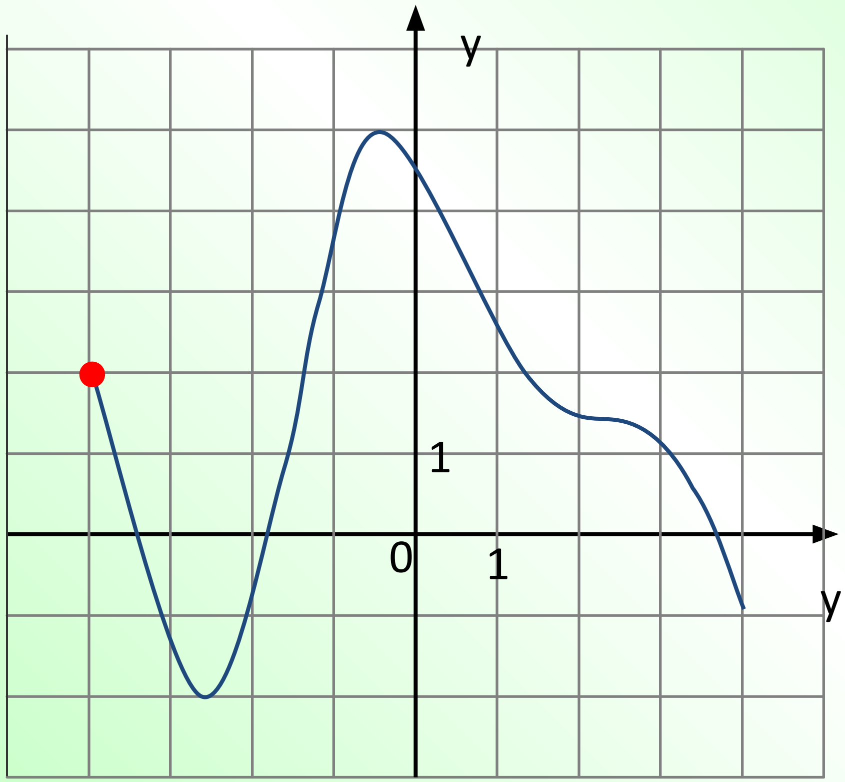
Функция *f* **возрастает** на множестве Р, если для любых x_1 и x_2 из множества Р, таких , что $x_1 > x_2$, выполнено неравенство $f(x_1) > f(x_2)$



Монотонность функции

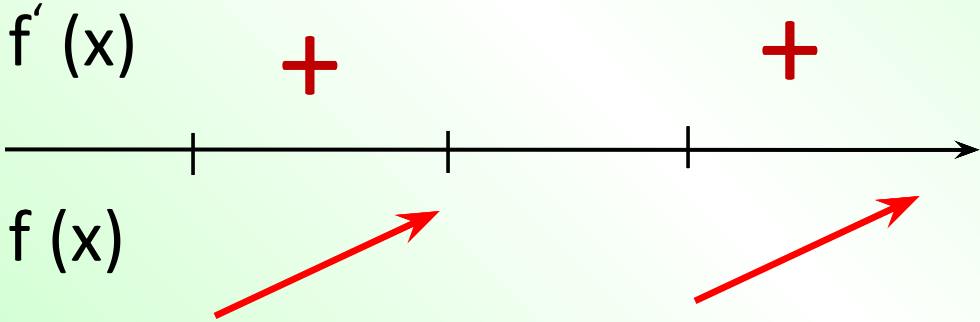
Повторим теорию

Функция f **убывает** на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P, таких , что $x_1>x_2$, выполнено неравенство $f(x_1)<f(x_2)$

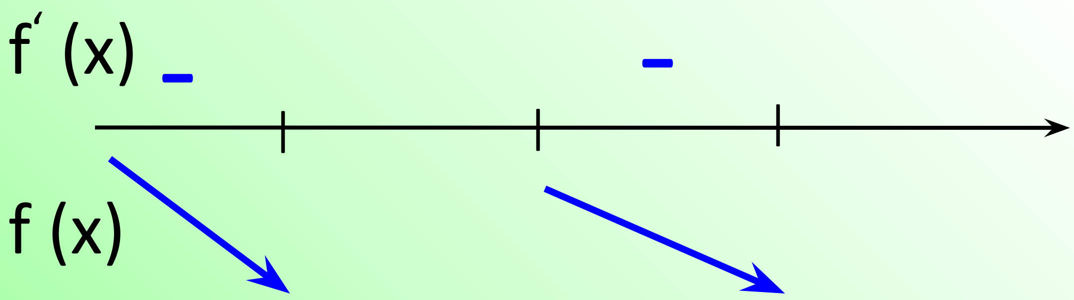


Достаточный признак возрастания (убывания) функции

Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала Р, то функция возрастает на Р.



Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала Р, то функция убывает на Р.



Исследование функции на монотонность с помощью производной

$$y = x^4 - 8x^2 + 8$$

D(y)=R

$$y' = 4x^3 - 16x$$

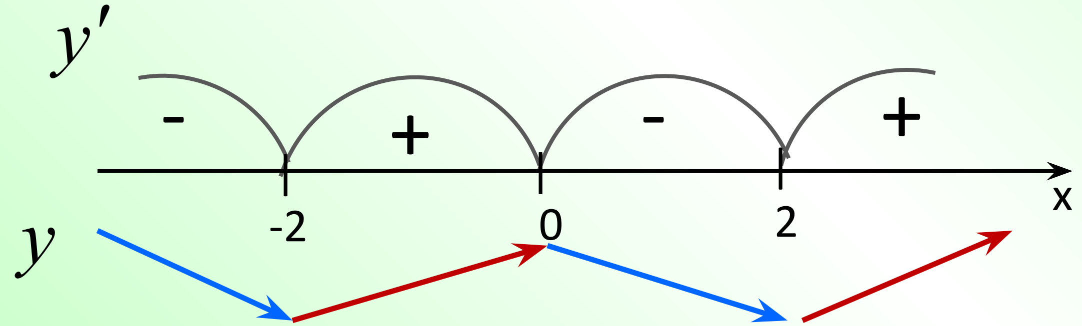
$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 2$$



Функция убывает на промежутке ?

Функция возрастает на промежутке ?

Функция y=f(x) задана на отрезке [a; b]. На рисунке изображен график ее производной. Исследуйте на монотонность функцию y=f(x). В ответе укажите количество промежутков, на которых функция убывает.

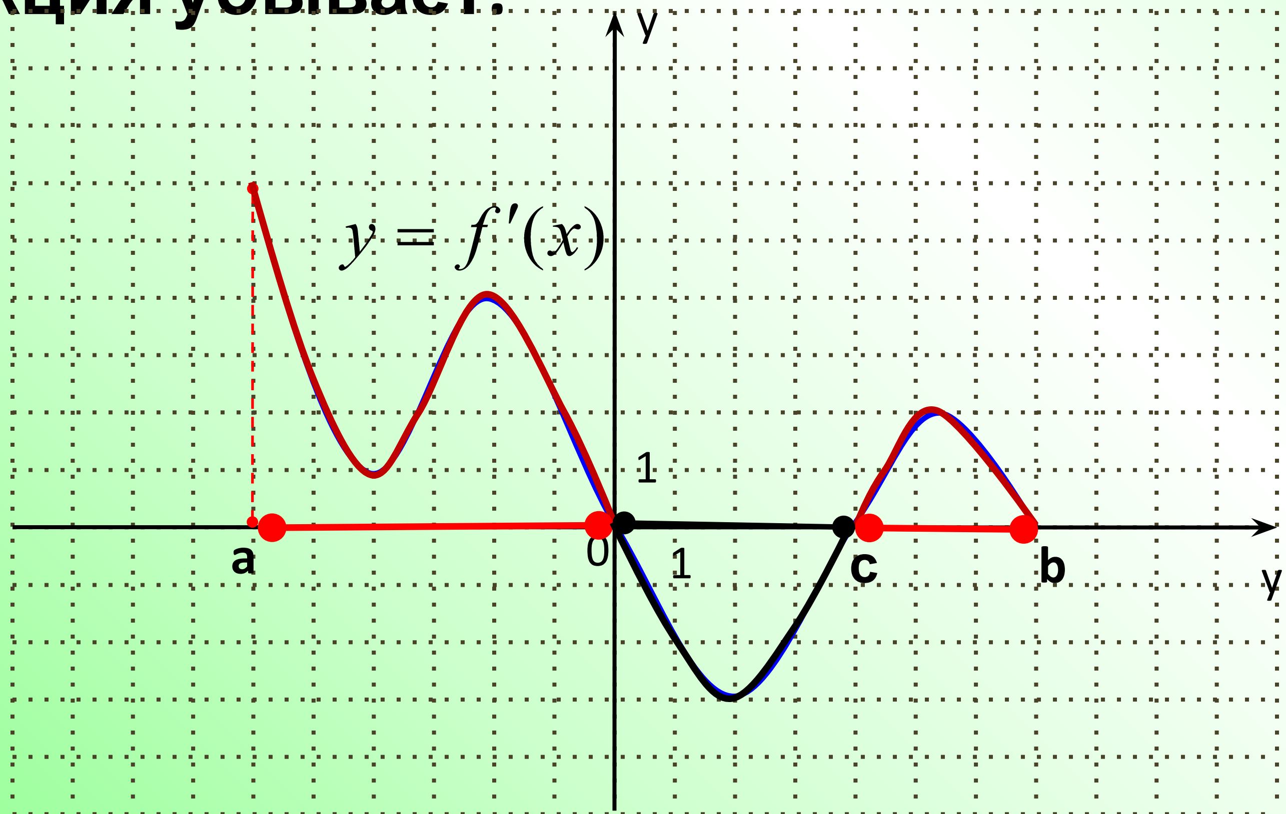
Функция
возрастает
убывает

$f'(x) > 0$
$f'(x) < 0$

при

$$x \in [a;0]$$

$$x \in [c;b]$$



Ответ: 1

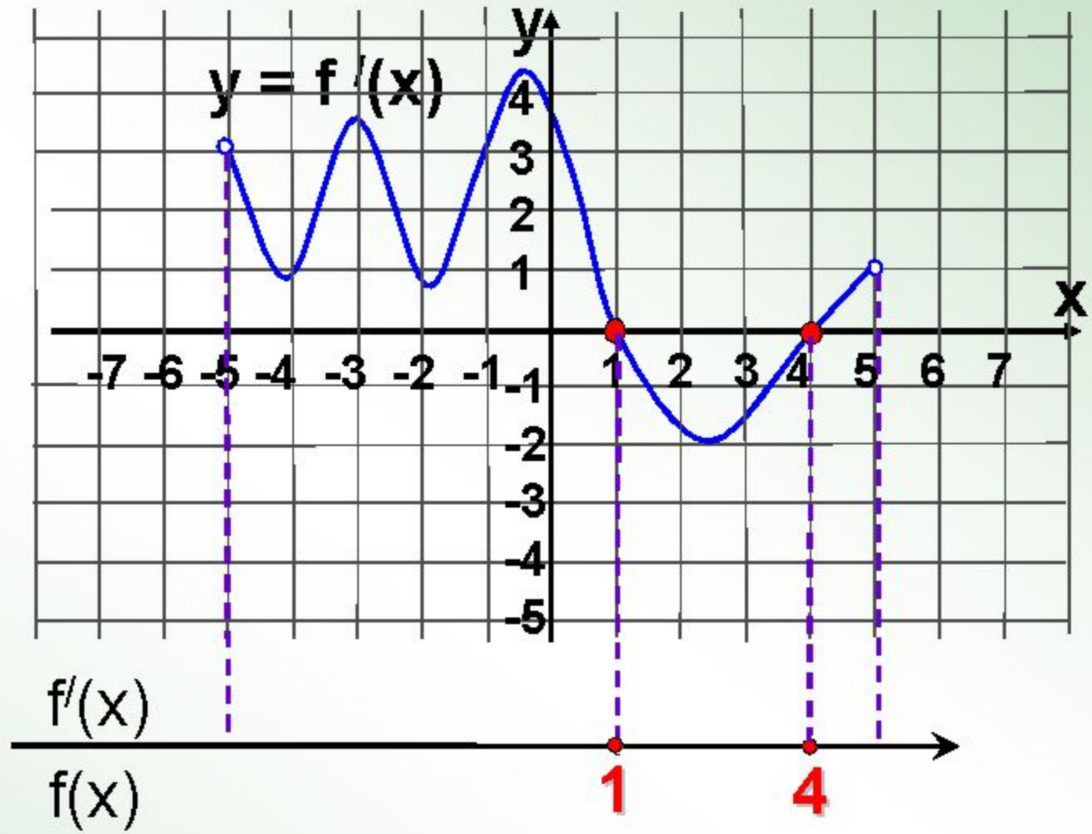
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке (- 5; 5). Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.

1 — 3

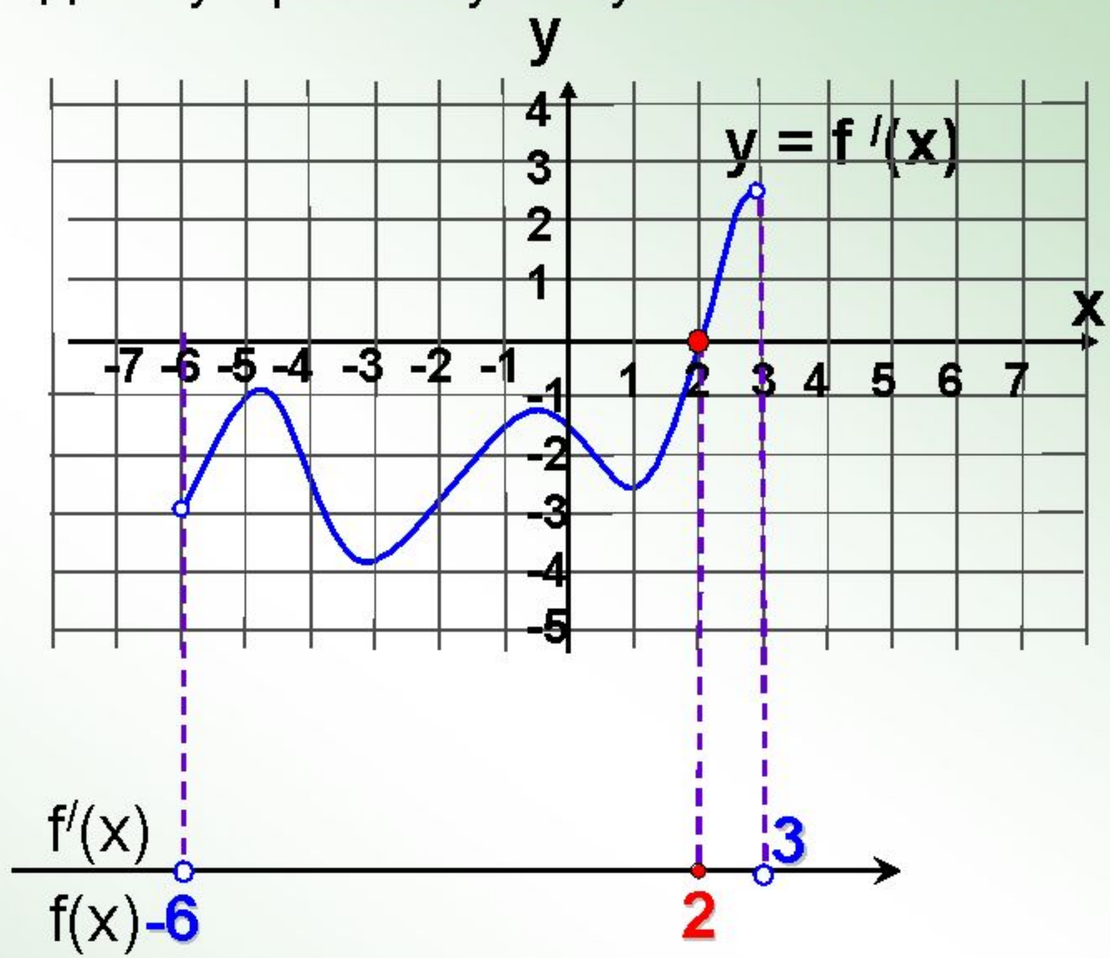
2 — 2

3 — 1

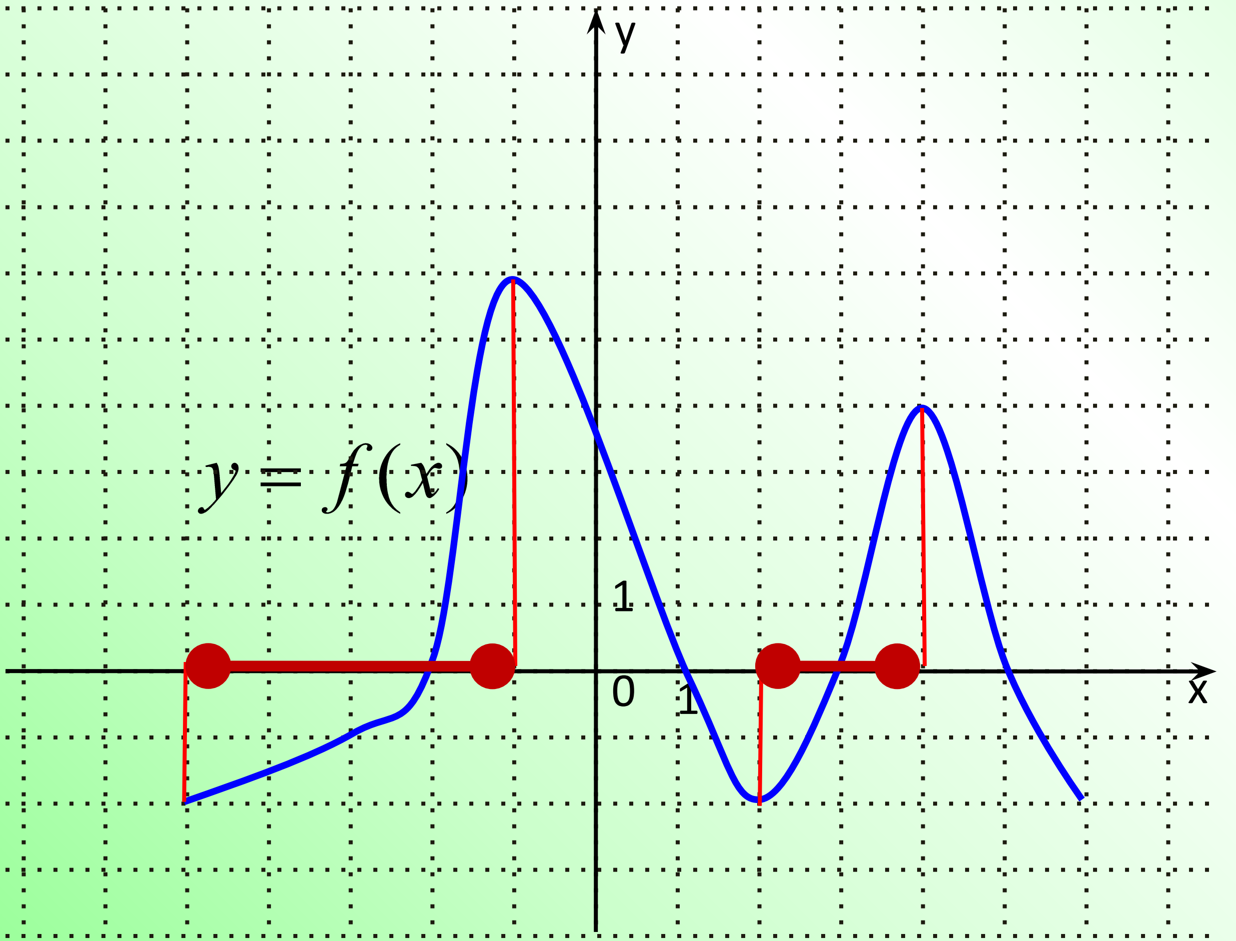
4 — 4



Функция y = f(x) определена на промежутке на промежутке (- 6; 3). На рисунке изображен график ее производной. Найдите длину промежутка убывания этой функции.



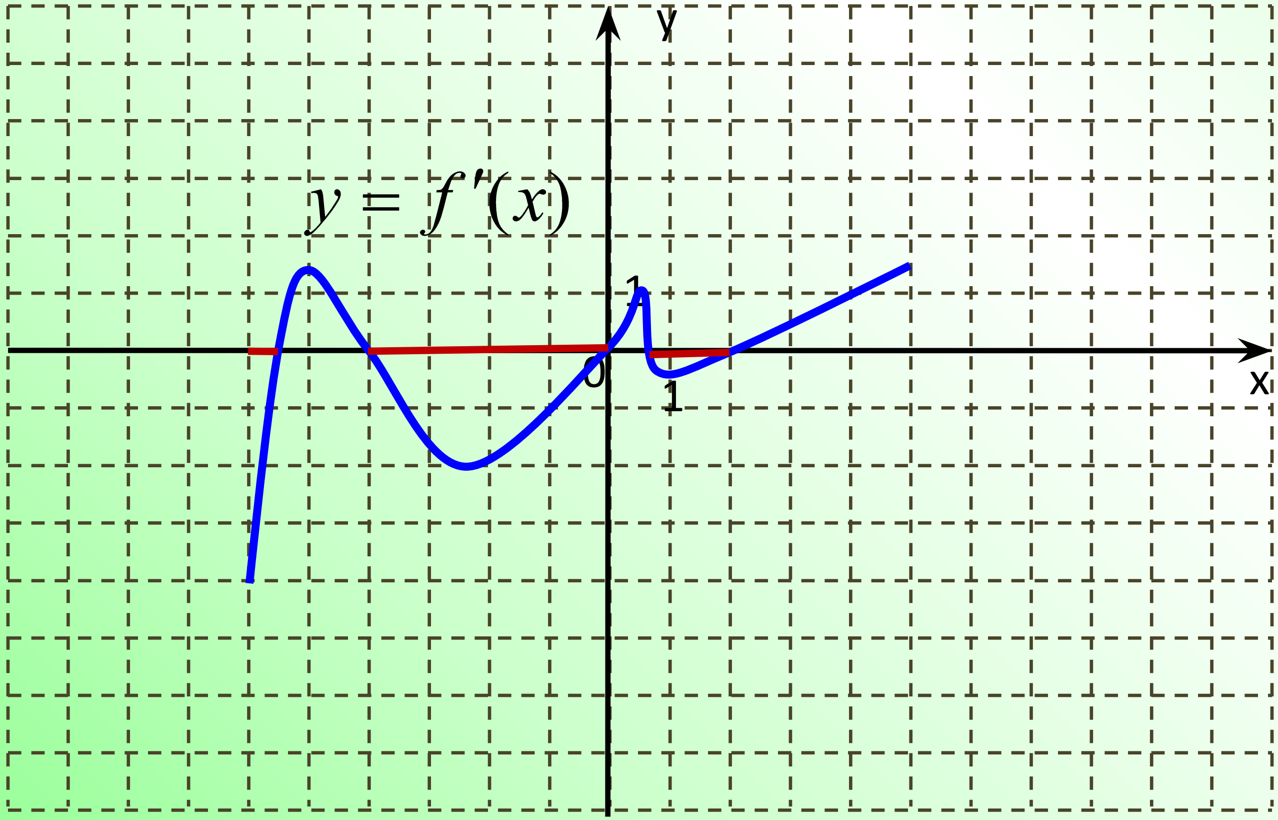
На рисунке изображен график функции y=f(x). Укажите длину наибольшего промежутка возрастания этой функции.



Ответ: 4

Функция y=f(x) задана на промежутке (-6; 5). На рисунке изображен график ее производной. Найдите наибольшую из длин промежутков убывания функции.

$f'(x) < 0$



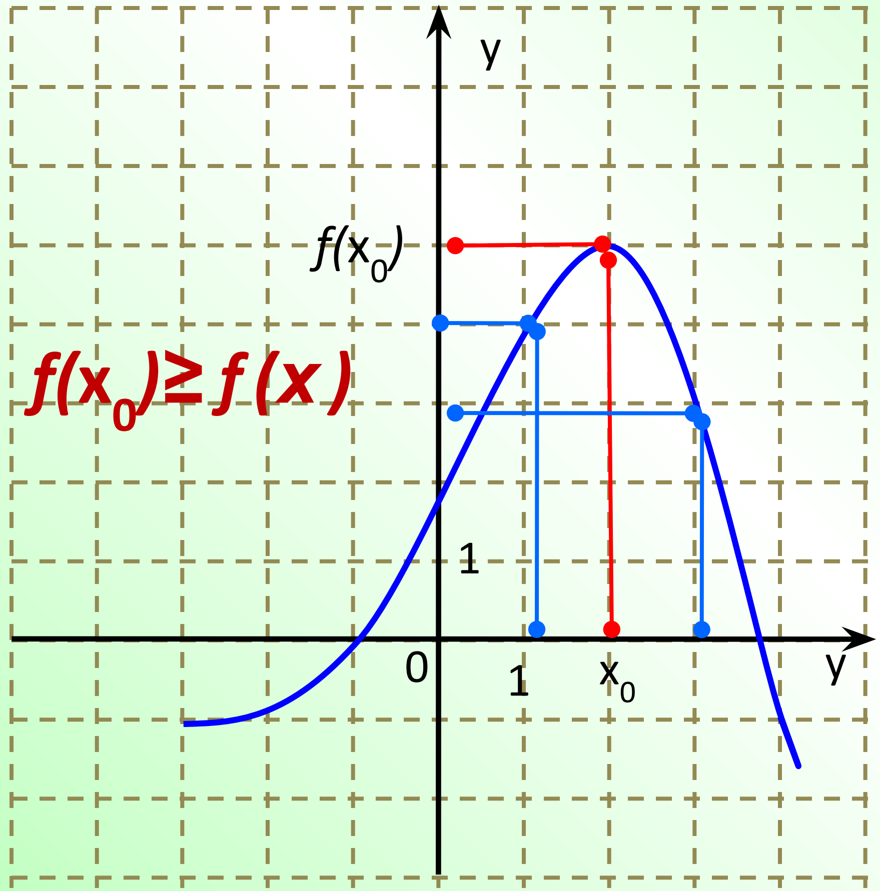
Ответ: 4

Точки экстремума. Экстремумы функции.

Точки экстремума, экстремумы функции

Точка **x_0** называется **точкой максимума** функции, если для всех x из некоторой окрестности выполнено неравенство :

$$f(x_0) \geq f(x)$$

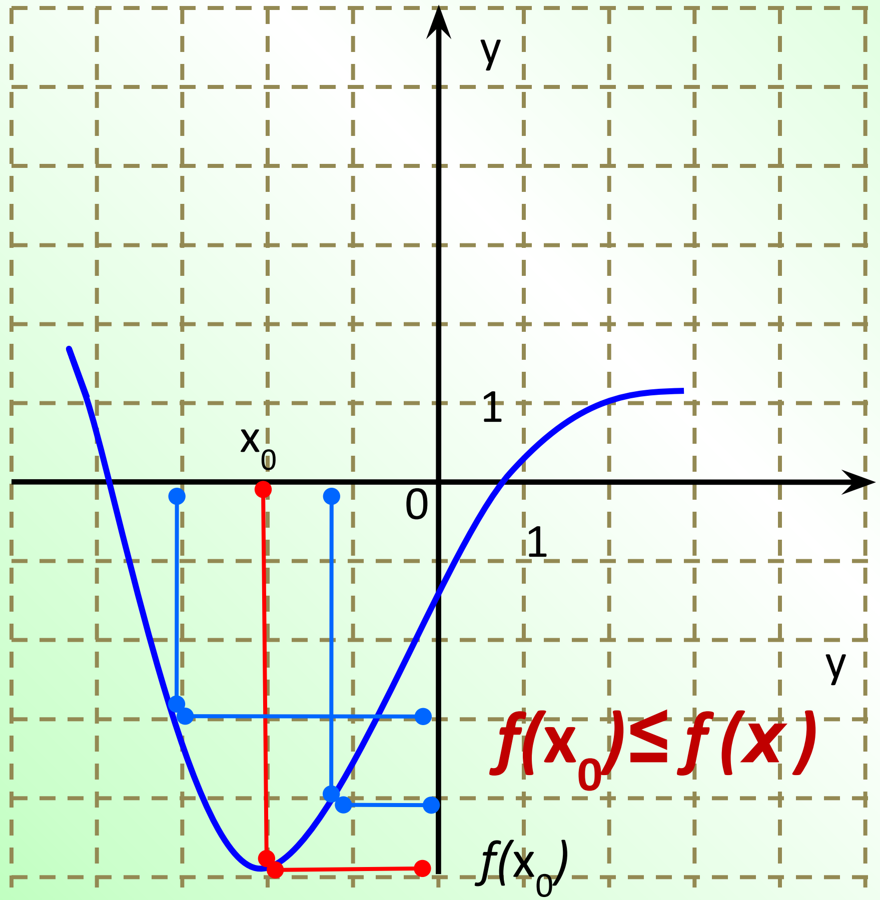


$f(x_0)$- максимум функции

Точки экстремума, экстремумы функции

Точка **x_0** называется **точкой минимума** функции, если для всех x из некоторой окрестности выполнено неравенство :

$$f(x_0) \le f(x)$$



$f(x_0)$- минимум функции

$$\left.\begin{array}{r} x_{\max} \\ x_{\min} \end{array}\right\}$$ **Точки экстремума**

$$\left.\begin{array}{r} y_{\min} \\ y_{\max} \end{array}\right\}$$ **Экстремумы функции**

Критические точки

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются **критическими точками** этой функции.

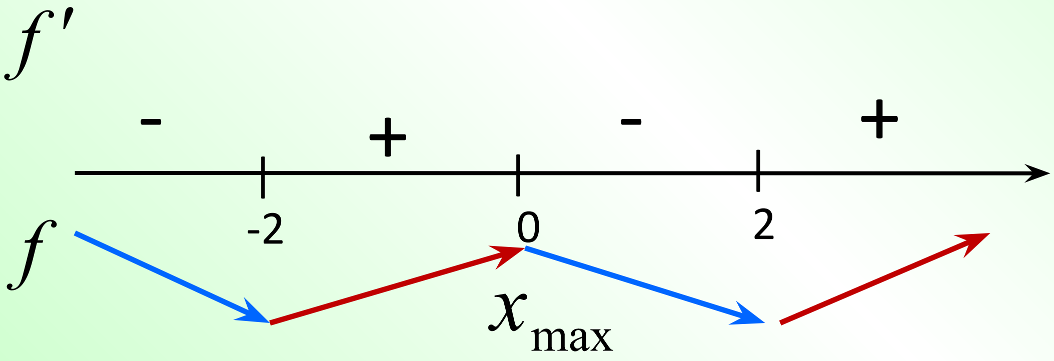
Необходимое условие экстремума

Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная $f'(x)$, то она равна нулю:

$$f'(x) = 0$$

Признак максимума функции.

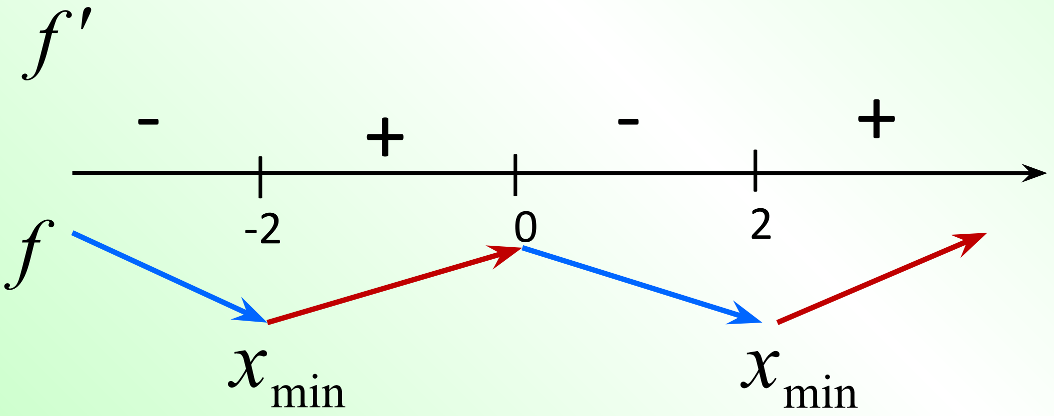
Если функция f непрерывна в точке x_0, а $f'(x)>0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)<0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой максимума функции f



Упрощенное правило:
Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума .

Признак минимума функции.

Если функция f непрерывна в точке x_0, а $f'(x)<0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)>0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой минимума функции f.



Упрощенное правило:
Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума .

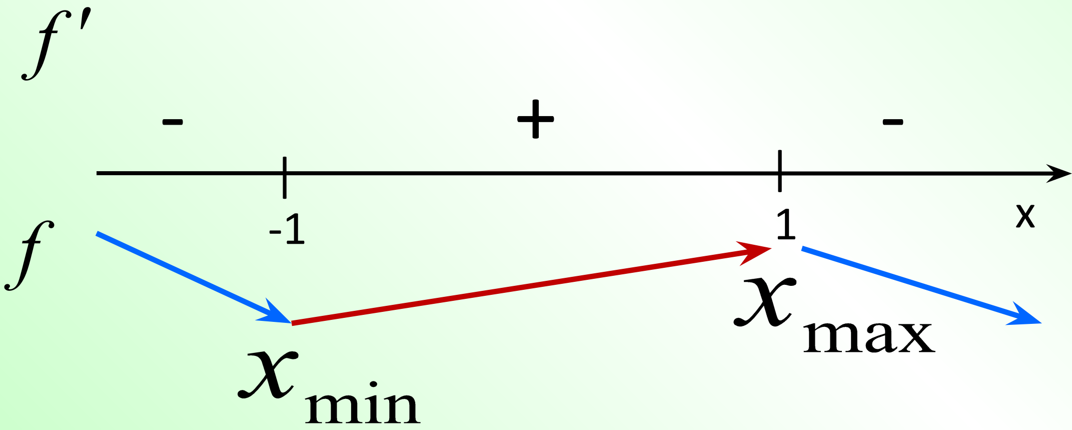
Пример

Найдите точки экстремума функции

$f(x)=3x-x^3$

$D(y)=R$

$f'(x)=3-3x^2$



Критические точки

$f'(x)=0$

$x=\pm 1$

$f'(x)$- не существует

Таких значений x нет.

Ответ: $x_{\min}=-1$

$x_{\max}=1$

График функции