Тепломассообмен 12

Вынужденная конвекция

Моделирование процессов конвективного теплообмена

После проектирования и перед изготовлением энергетической установки ее работу проверяют на модели, потом делают опытный экземпляр. Чтобы можно было перенести результаты испытаний на модели на натурную установку, надо выдержать условия подобия: геометрические, физические, граничные.

Для геометрического подобия модель должна быть точной копией натуры в масштабе $c_\ell = \ell_{мод} / \ell_{нат}$.

Для физического подобия необходимо условие $\nu_{нат} = c_\nu \nu_{мод}; \lambda_{нат} = c_\lambda \lambda_{мод}$

Подобие граничных условий выдержать сложно, поэтому ограничиваются соблюдением условий подобия на входе жидкости в модель и натуру, то есть определяющие числа подобия на входе должны быть равными.

Условия моделирования процессов

$$\boxed{Re_н = \frac{w_н \ell_н}{\nu_н} = \frac{w_м \ell_м}{\nu_м} = Re_м}$$

значит скорость жидкости на входе в модель должна быть:

$$w_м = w_н \frac{\ell_н}{\ell_м} \frac{\nu_м}{\nu_н}$$

Если жидкость одна и та же, то $\nu_м / \nu_н = 1$

то есть при $\ell_н / \ell_м = 10 \rightarrow w_м = 10 w_н$

Необходимо также равенство чисел Прандтля $Pr_м = Pr_н$

Для разных жидкостей это трудно выдержать, например,

$Pr_{вод} = Pr_{возд}$ $при: t_{вод} = 150...300^{\circ}C,$ что соответствует давлению насыщения воды $p_н > 5$. Если учитывать еще и влияние температуры на физические свойства жидкости, то точное моделирование обеспечить сложно. Поэтому прибегают к методам приближенного моделирования, например, используют автомодельность (независимость) процесса от какого то критерия. Тогда его влияние на процесс не учитывается.

«Вырождение» критериев подобия

Число Рейнольдса – это соотношение сил инерции и трения. Если одна из этих сил бесконечно велика или мала, то число Рейнольдса очень большое или очень малое, то есть происходит его «вырождение» – оно выпадает из числа определяющих критериев подобия.

Например, при рассмотрении дифференциального уравнения движения Навье-Стокса мы считали жидкость несжимаемой.

Но из $\boxed{\beta=\dfrac{\rho_0-\rho}{\rho_0\theta}}$ следует, что $\rho=\rho_0(1-\beta\theta)$ и в уравнении движения должен быть член $\rho g=\rho_0 g-\rho_0 g\beta\theta,$ но он был упрощен $(\rho_0 g\approx 0).$ Если же не упрощать, то кроме числа Грасгофа появится еще критерий Галилея $\boxed{Ga=\dfrac{g\ell_0^3}{\nu^2},}$ то есть при выводе уравнения движения мы считали его вырожденным.

Обработка и обобщение результатов экспериментов

Часто вместо точного используется локальное моделирование. Например, при поперечном обтекании трубного пучка ставится только одна рабочая трубка ($\alpha -$ калориметр), остальные просто имитируют гидродинамику процесса. Это упрощает моделирование и дает достаточно точные результаты.

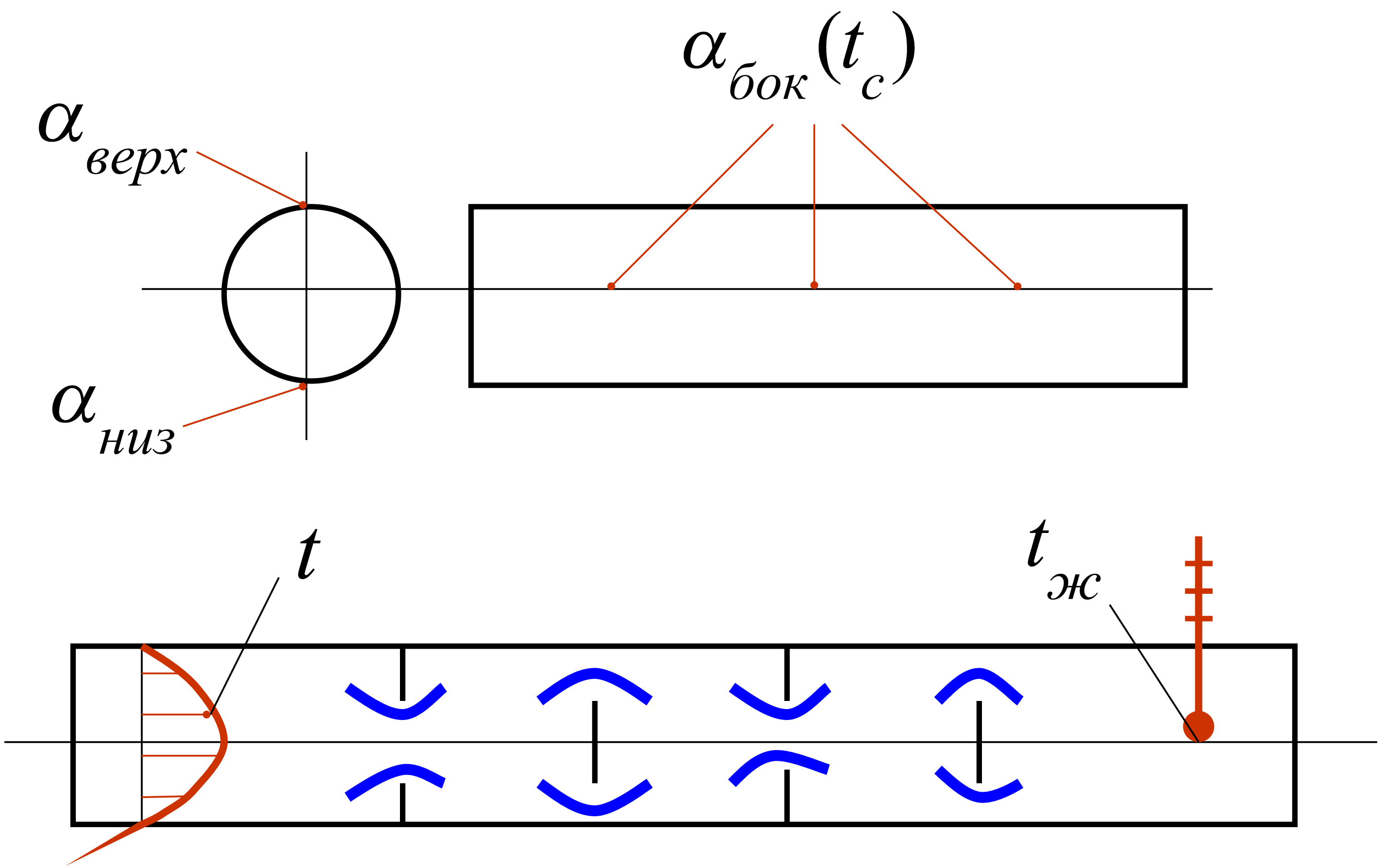
Во время эксперимента должны быть измерены все величины, входящие в числа подобия: тепловой поток, коэффициент теплоотдачи, температуры жидкости и стенки, скорость жидкости.

При определении среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи из уравнения подобия можно исключить координаты.

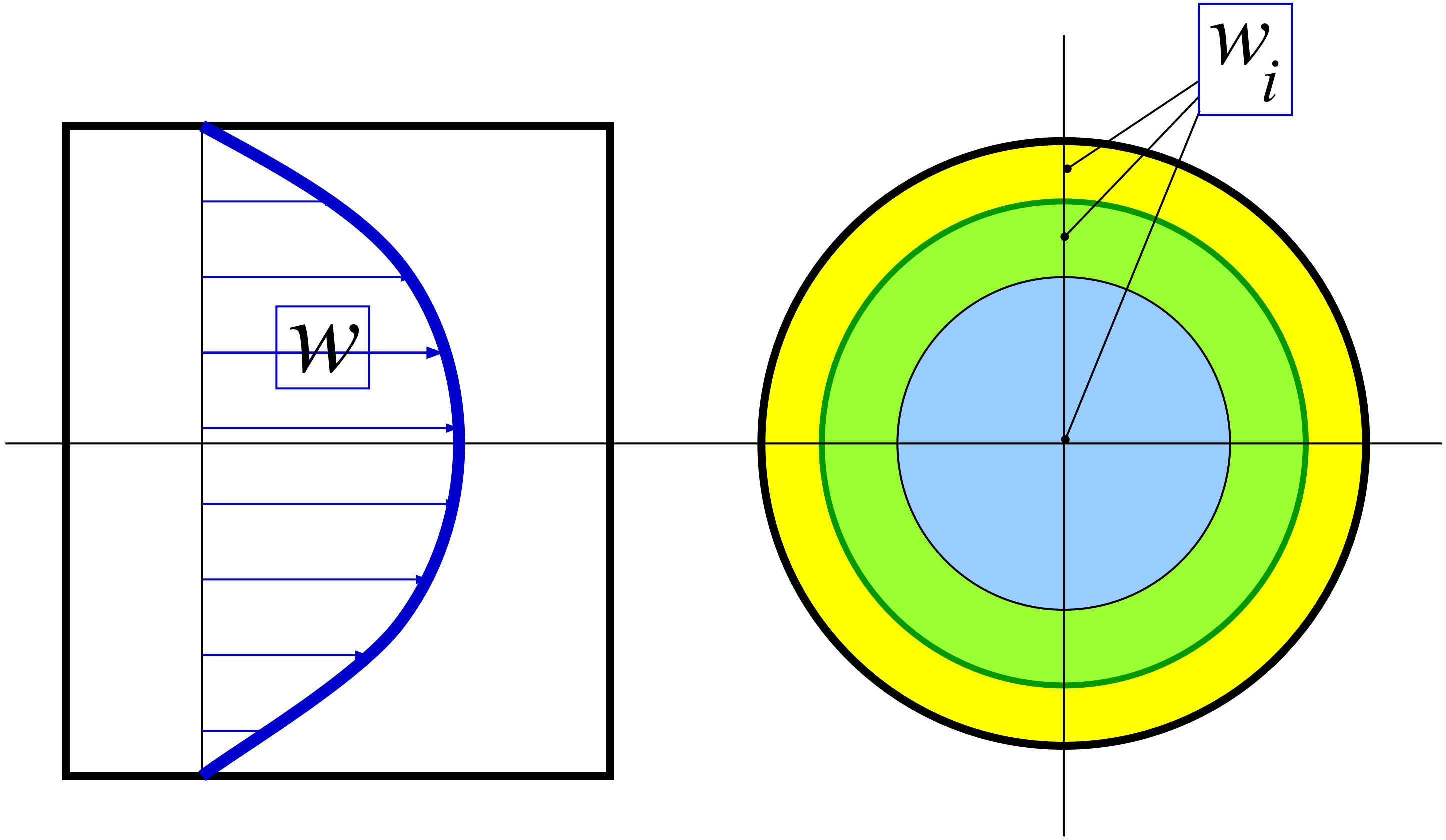
Тогда зависимость примет вид:

$$\boxed{Nu = f(\mathrm{Re}, Gr, \mathrm{Pr}).} \quad (1)$$

Измерение средних температур стенки и жидкости



Определение средней скорости жидкости в трубе



Уравнения подобия для вынужденной конвекции

С помощью трубки Пито в равновеликих сечениях $f_1 = f_2 = f_3$ измеряются динамические напоры потока, по которым находятся скорости жидкости в этих сечениях $w_i = \sqrt{2p_\partial / \rho}$. Тогда средняя скорость жидкости в трубе равна средне-арифметической:

$$\boxed{w_{ж} = \sum_1^n w_i / n.}$$

Для вынужденной конвекции число Грасгофа не является определяющим, то есть вместо уравнения (1) будет выражение $Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}).$ (2)

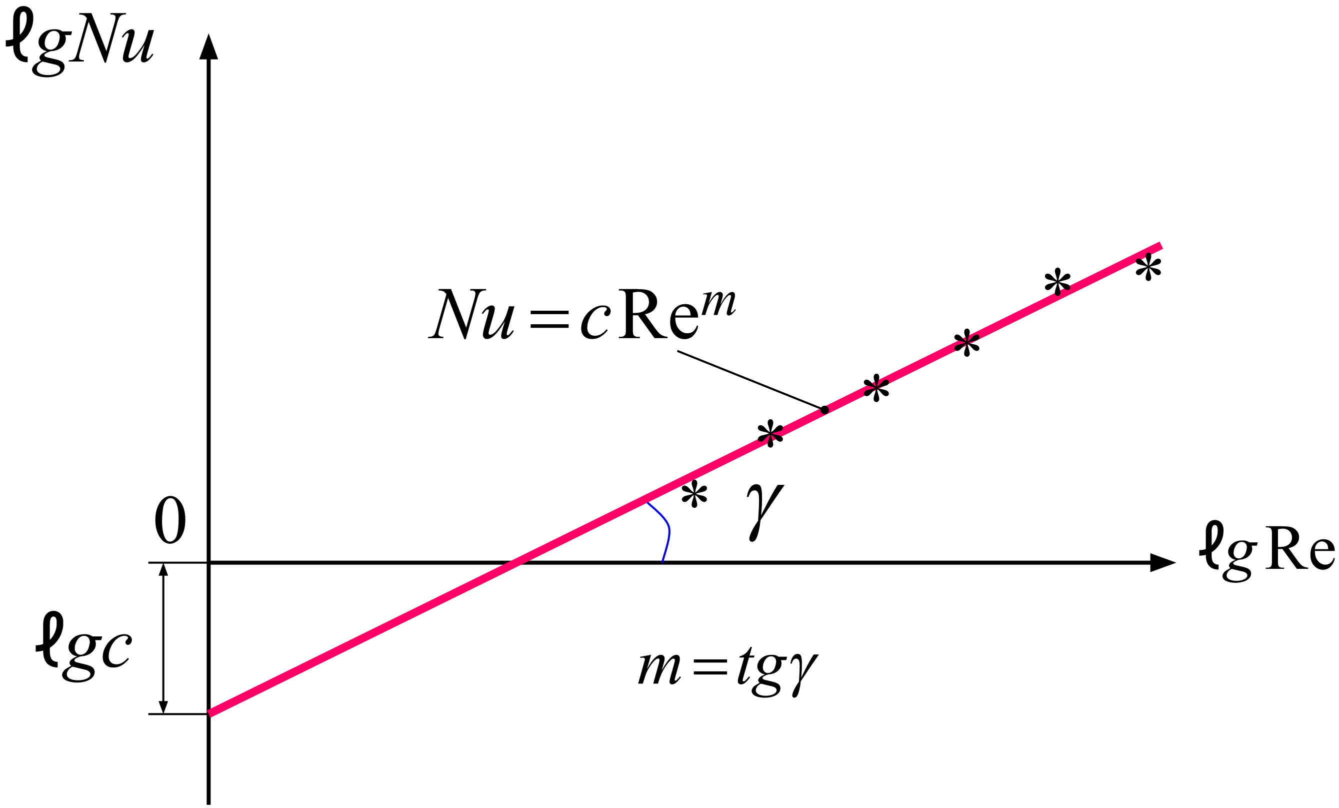
Обычно это степенная зависимость $\boxed{Nu = c\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^n.}$ (3)

Для одной жидкости, без учета влияния температуры, можно считать $\mathrm{Pr} = Const,$ то есть $\boxed{Nu = c\,\mathrm{Re}^m,}$ (4)

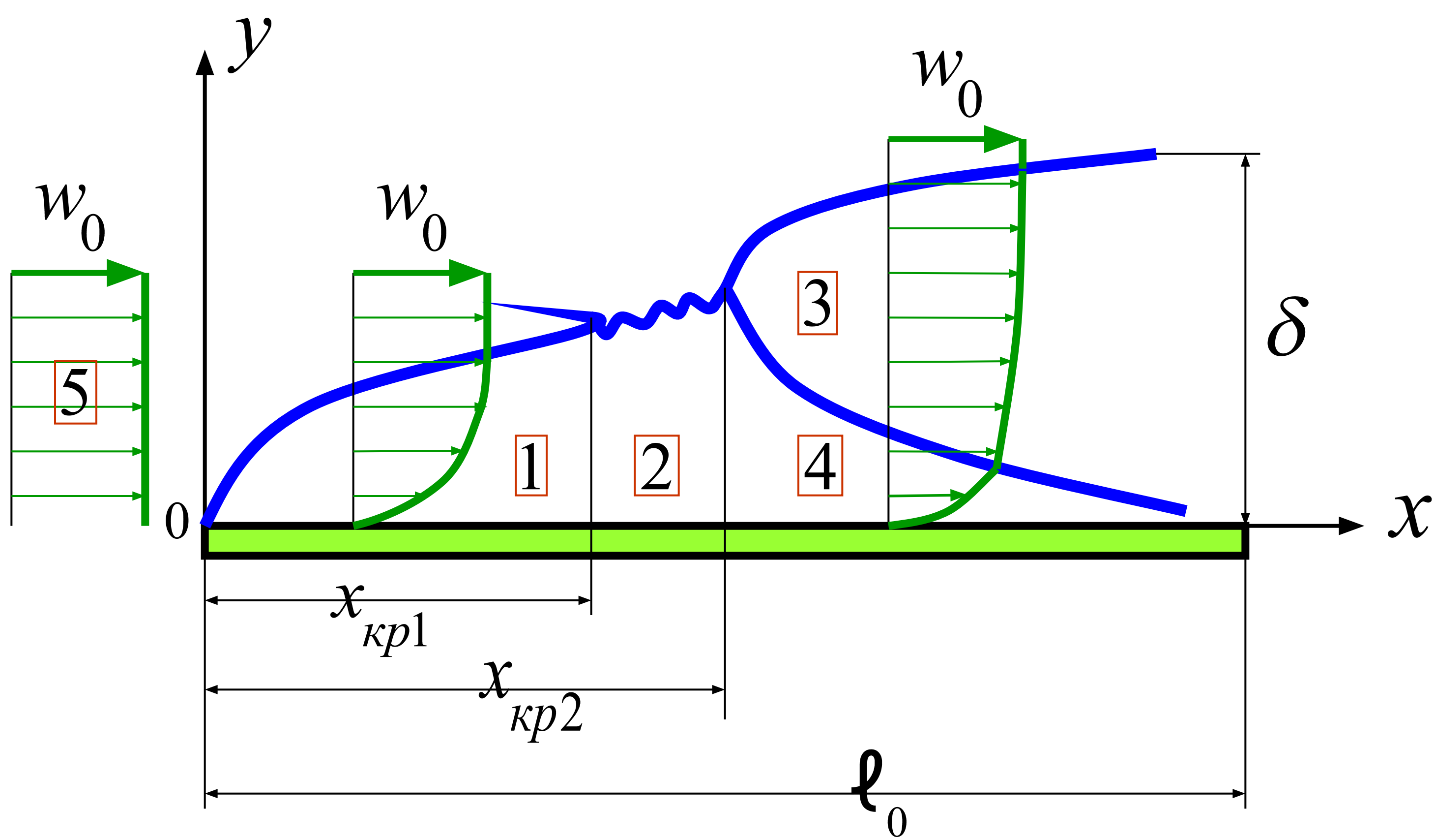
или в логарифмических координатах $\lg Nu = \lg c + m \lg \mathrm{Re}.$ (5)

Таким образом, выражение (5) представляет собой уравнение прямой линии (см. следующий слайд).

Экспериментальное определение постоянных «*c*» и «*m*»



Продольное обтекание плоской поверхности



Теплоотдача при продольном обтекании горизонтальной поверхности

1 – ламинарный пограничный слой; 2 – переходный режим; 3 – турбулентный пограничный слой; 4 – ламинарный подслой; 5 - невозмущенная жидкость.

Обычно для простоты принимают $x_{кр1} = x_{кр2} = x_{кр}$.

Тогда критическое значение числа Рейнольдса для перехода от ламинарного пограничного слоя к турбулентному:

$$\boxed{\mathrm{Re}_{кр} = \frac{w_0 x_{кр}}{\nu} \quad (1)}$$

В ламинарном пограничном слое скорость жидкости изменяется по закону кубической параболы:

$$\boxed{\frac{w_x}{w_0} = 1{,}5\left(\frac{y}{\delta}\right) - 0{,}5\left(\frac{y}{\delta}\right)^3, \quad (2)}$$

где $\delta \rightarrow$ толщина гидродинамического пограничного слоя:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4{,}64}{\mathrm{Re}_x}. \quad (3)$$

Соотношение между толщинами пограничных слоев

Внутри ламинарного пограничного слоя движение жидкости слоистое, перемешивания нет, поэтому теплота передается только теплопроводностью, в этом случае распределение температур в тепловом пограничном слое аналогично распределению скоростей в гидродинамическом пограничном слое:

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_0} = 1{,}5\left(\frac{y}{k}\right) - 0{,}5\left(\frac{y}{k}\right)^3,} \quad (4)$$

где k – толщина теплового пограничного слоя:

$$\frac{k}{\delta} = \frac{1}{\sqrt[3]{\Pr}}. \quad (5)$$

Для газов $Pr \approx 1$, поэтому $k = \delta$.

Подставив δ из (3) в (5), получим толщину теплового пограничного слоя:

$$k = \frac{4{,}64x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}\,\sqrt[3]{\Pr}}. \quad (6)$$

При постоянной температуре плоскости локальный коэффициент теплоотдачи можно найти по уравнению подобия Михеева:

Уравнения подобия для теплоотдачи в ламинарном пограничном слое

$$Nu_{ж,x} = 0{,}33 \mathrm{Re}_{ж,x}^{0,5} \mathrm{Pr}_{ж}^{0,33} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25}, \quad (7)$$

где $t_{ж}$ → средняя температура жидкости;

x – характерный линейный размер.

Если температура поверхности переменная. Обычно это степенная зависимость вида: $\theta_c = Ax^m,$ (8)

где *A* и *m* – постоянные, независимые от *x*.

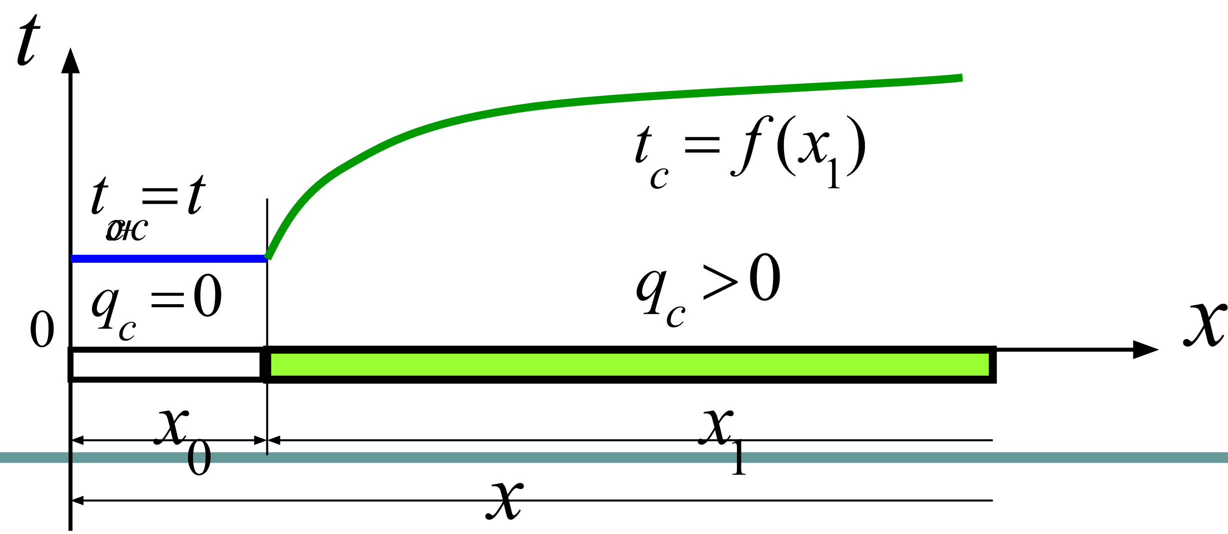
Для этого случая справедливо критериальное уравнение:

$$Nu_{ж,x} = 0{,}33 \varepsilon \mathrm{Re}_{ж,x}^{0,5} \mathrm{Pr}_{ж}^{0,33} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25}. \quad (9)$$

Поправки ε на переменную температуру поверхности приведены на следующем слайде.

Поправки на температуру стенки ε и начальный не обогреваемый участок

m	-0,25	0 $t_c = Const$	0,1	0,2	0,3
ε	0,655	1	1,09	1,17	1,25
m	0,4	0,5 $q_c = Const$	0,8	1,0	2,0
ε	1,30	1,36	1,52	1,60	1,98



Уравнения подобия для теплоотдачи при продольном обтекании пластины

Если в начале плоскости есть не обогреваемый участок длиной x_0, то уравнение подобия для этого случая имеет вид:

$$Nu_{ж,x} = 0{,}33\varepsilon\left(\frac{x_1}{x}\right)^{0,2} \mathrm{Re}_{ж,x}^{0,5} \mathrm{Pr}_{ж}^{0,33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0,25}. \quad (10)$$

При $x_0 = 0 \rightarrow \frac{x_1}{x} = 1,$ формула (10) превращается в (9), а при $t_c = Const$ - в (7).

Для турбулентного пограничного слоя применимо уравнение подобия Михеева – Петухова:

$$Nu_{ж,x} = 0{,}0296\mathrm{Re}_{ж,x}^{0,8} \mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0,25}. \quad (11)$$

На следующем слайде представлено изменение локального коэффициента теплоотдачи вдоль пластины.

Изменение локального коэффициента теплоотдачи вдоль пластины

Режимы течения жидкости в пограничном слое:
1 – ламинарный;
2 – переходный;
3 – турбулентный.