



Представление чисел в ЭВМ

Лекция № 2


LOGO

*

Общие сведения

- ❖ Любые данные (числа, символы, графические и звуковые образы) в компьютере представляются в виде последовательностей из нулей и единиц.

Общие сведения

- ❖ Эти последовательности можно считать словами в алфавите $\{0,1\}$, так что обработку данных внутри компьютера можно воспринимать как преобразование слов из нулей и единиц по правилам, зафиксированным в микросхемах процессора.

- ❖ Элемент последовательности из нулей и единиц (член такой последовательности) называют **битом**.
- ❖ Отображение внешней информации во внутреннее представление называется **кодированием**.
- ❖

- ❖ **Кодом** (франц. code, от лат. codex — свод законов) называют как сам способ отображения, так и множество слов (кодовых комбинаций), используемых при кодировании.

- ❖ Память ЭВМ построена из запоминающих элементов, обладающих двумя устойчивыми состояниями, одно из которых соответствует нулю, а другое - единице.
- ❖ Совокупность определенного количества этих элементов служит для представления многоразрядных двоичных чисел и составляет разрядную сетку ЭВМ.

- ❖ Каждая группа из 8-ми запоминающих элементов (байт) пронумерована. Номер байта называется его адресом.
- ❖ Определенное число последовательно расположенных байт называется словом.

Для разных ЭВМ длина слова различна - два, четыре или восемь байт.

Числа с фиксированной точкой

- ❖ При представлении в ЭВМ чисел в естественной форме устанавливается фиксированная длина разрядной сетки. При этом распределение разрядов между целой и дробной частями остается неизменным для любых чисел.

Числа с фиксированной точкой

В связи с этим в информатике существует другое название естественной формы представления чисел - с фиксированной точкой (запятой).

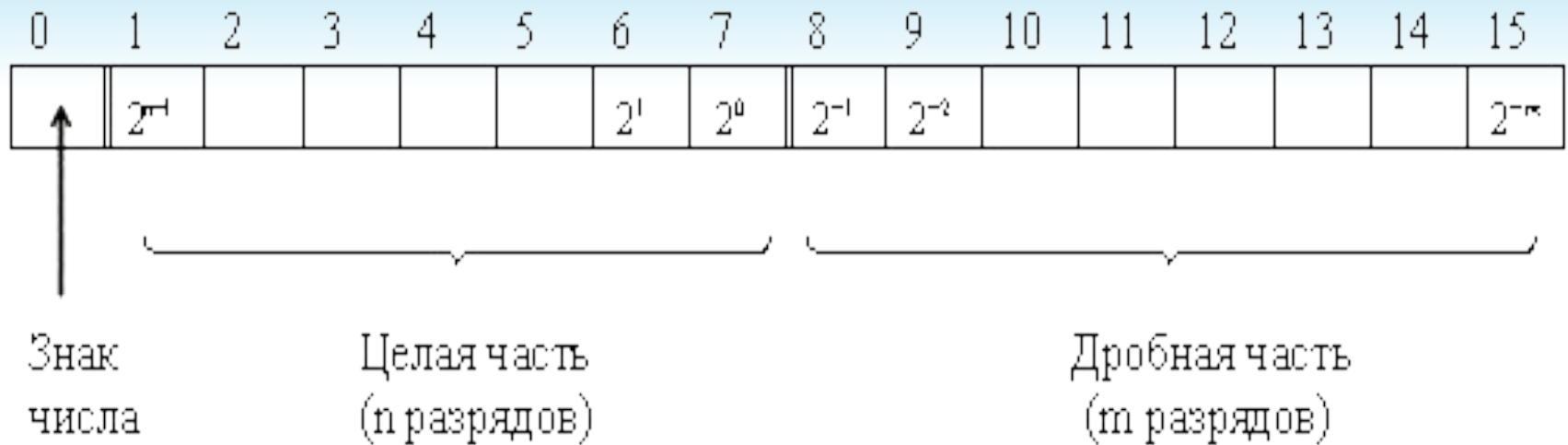
- ❖ Работая на компьютере, мы можем вводить числа с фиксированной запятой в любом виде.
- ❖ Так же они будут высвечиваться на экране компьютера, но перед занесением в память компьютера они преобразуются в соответствии с разрядной сеткой и хранятся либо с запятой, фиксированной после последнего разряда (целые числа), либо с запятой перед старшим разрядом дроби.

- ❖ Обычно целые числа в ЭВМ занимают один, два или четыре байта.
- ❖ Один, как правило, старший бит отводится под **знак числа**. Знак положительного числа "+" кодируется нулем, а знак отрицательного числа "-" - единицей.
- ❖ Целые числа без знака в двух байтовом формате могут принимать значения от 0 до $2^{16}-1$ (до 65535), а со знаком "-" от -2^{15} до $2^{15}-1$, то есть от -32768 до 32767.

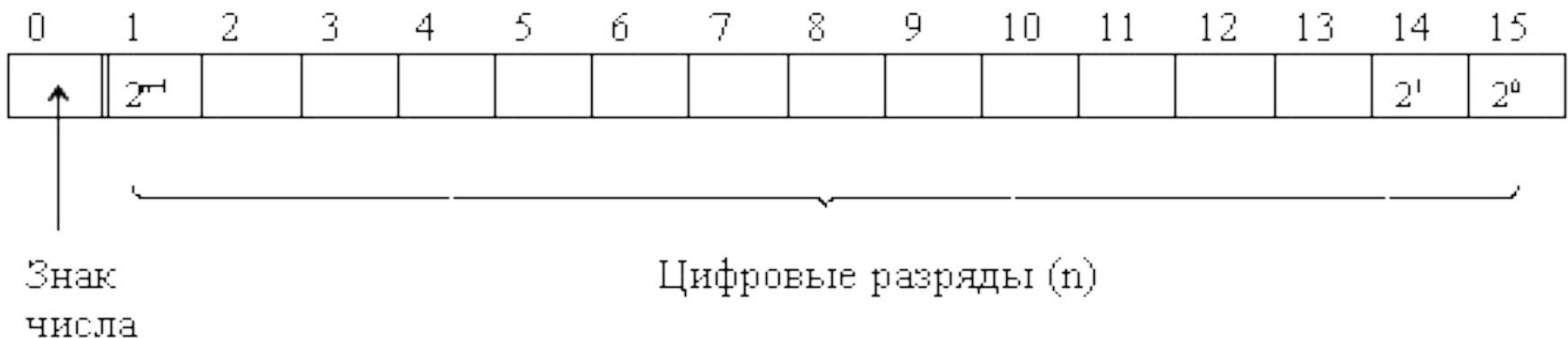
- ❖ Во всех разрядах всегда должно быть что-то записано, даже если это "незначащий" ноль. Число располагается так, что его самый младший двоичный разряд записывается в крайний правый бит разрядной сетки.
- ❖ Например, десятичное число 19 (10011_2) в 16-разрядной сетке записывается так:



Ячейка с целой и дробной частью.



Ячейка с записью целого числа.



Пример 1. Пусть разрядная сетка имеет 8 двоичных разрядов. Разместить в ней двоичное число -10111_2 .

<i>номера разрядов</i>	7	6	5	4	3	2	1	0
<i>содержимое разрядов</i>	1	0	0	1	0	1	1	1

Здесь разряд **7** – знаковый, имеет значение 1, поскольку исходное число отрицательно. В разрядах 0 – 4 размещено само исходное число, разряды 5 и 6 заполнены дополнительными нулями.

Числа с плавающей точкой (запятой)

- ❖ Для представления вещественных чисел используется логарифмическое представление, или форма с плавающей точкой, или экспоненциальная форма. Она была введена в обиход в 1937 году немецким ученым Конрадом Цузе.

Формальная запись такой формы имеет вид:

$$x = m \times b^e,$$

x – вещественное число,

m – мантисса числа,

b – основание системы счисления,

e – порядок (целое).

- ❖ При обозначении основания b и порядка e используется, как правило, десятичная система счисления. При обозначении мантиссы m применяется, как правило, та система счисления, в которой представлено само число x .

- ❖ Данная форма позволяет перемещать десятичную запятую в вещественном числе вправо и влево, не меняя истинного значения числа.
- ❖ Мантисса **нормализованного** числа может изменяться в диапазоне: $1/q \leq |m| < 1$. Таким образом, в нормализованных числах цифра после точки должна быть значащей.
- ❖ Пример.

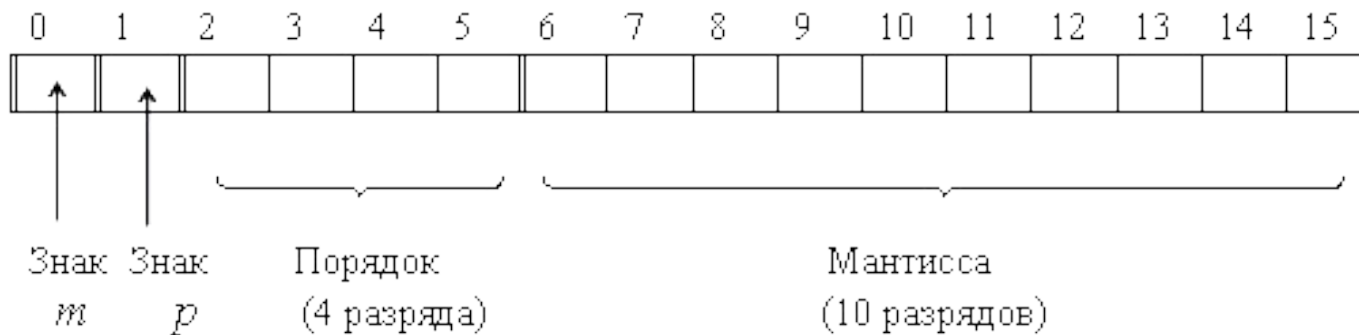
$$\underbrace{0.0832 \cdot 10^3}_{\text{ненормализованное}} = \underbrace{0832 \cdot 10^2}_{\text{нормализованное}}$$

ненормализованное
число

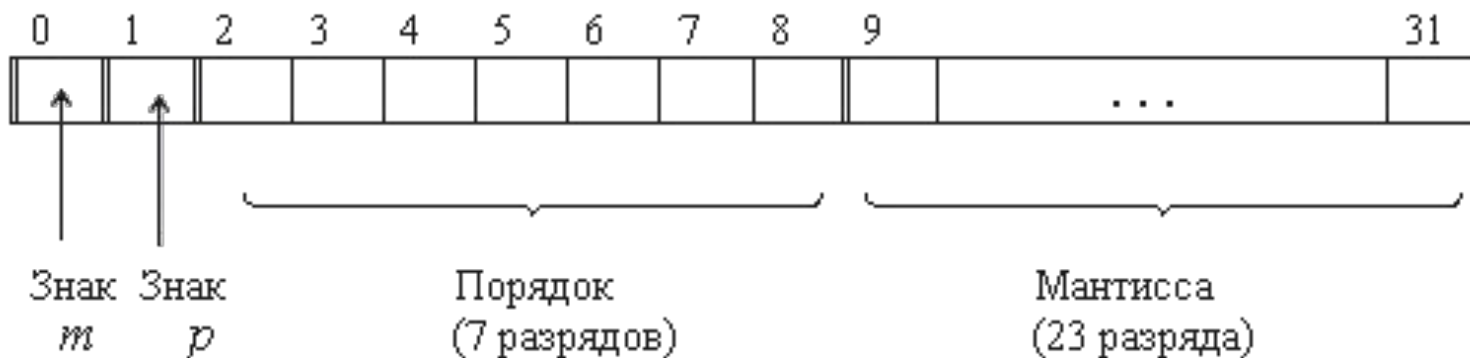
нормализованное
число

Для представления чисел в машинном слове выделяют группы разрядов для изображения мантиссы, порядка, знака числа и знака порядка:

а) представление чисел в формате полуслова



б) представление чисел в формате слова



Наиболее типично представление ЧПТ в формате слова (32 разряда).

Пример 2.

$$\text{Число } A = -3.5_{10} = -11.1_2 = -0.111 \times 10^{10}$$



- ❖ **Пример 3.** Выполнить представление в логарифмической форме десятичного числа 34,28, превратив его в правильную дробь.

Для решения этой задачи надо десятичную запятую в числе сместить как минимум на 2 разряда влево, т.е. в таком случае уменьшить число на 2 порядка. Для сохранения первоначального значения числа введем в его запись порядок, равный +2. Имеем: $34,28 = 0,3428 \times 10^{+2}$. Здесь 0,3428 – мантисса числа, 10 – основание системы счисления, +2 (можно просто 2) – порядок.

Пример 4. Выполнить представление в логарифми-ческой форме двоичного числа $0,101101_2$, превратив его в целое число.

❖ Для решения задачи необходимо сдвинуть десятичную запятую на 6 разрядов вправо, т.е. увеличить число на 6 порядков. Для сохранения первоначального значения числа в его запись введем порядок, равный -6. Имеем:
 $0,101101_2 = 101101_2 \times 2^{-6}$.

Для простоты обозначения числа в логарифмической форме используют специальный разделитель – букву E (от слова exponential, англ., - экспоненциальный). Тогда результаты из предыдущих примеров приобретут другой вид:

$$\text{❖ } 0,3428 \times 10^2 = 0,3428E2,$$

$$\text{❖ } 101101_2 \times 2^{-6} = 101101_2 E-6.$$

- ❖ Разновидностью экспоненциальной формы является ее **нормализованный вид**.

Нормализованное вещественное число в экспоненциальной форме имеет мантиссу в виде правильной дроби, у которой старший дробный разряд отличен от 0.

Например, 0,2345; 0,10112; 0,ADC2316.

- ❖ Разрядная сетка для вещественного числа состоит из двух частей: одна предназначена для размещения порядка, другая – для мантиссы. По одному разряду в обеих частях отводится для знака - порядка и мантиссы. Перед размещением в разрядной сетке вещественное число в обязательном порядке должно быть нормализовано.

- ❖ **Пример 5.** Пусть разрядная сетка имеет 14 двоичных разрядов, из них 5 разрядов отводятся под порядок, 9 – под мантиссу. Пусть под знак отводятся самые левые разряды в соответствующих частях разрядной сетки. Разместить в сетке двоичное отрицательное число $-0,1110110111_2 E4$.
- ❖ Результат показан на рисунке:

номера разрядов	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
содержимое разрядов	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1