Тема: Критерии и показатели качества проектируемого изделия, математические модели оптимизации параметров проектирования изделий и систем

1. КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИЗДЕЛИЙ
2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИЗДЕЛИЯ ИЛИ СИСТЕМЫ ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ИХ ПАРАМЕТРОВ
3. ОБЩИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИЗДЕЛИЙ

Основная задача проектировщика-конструктора – это создание технической системы или изделия, наиболее полно отвечающего своему предназначению (потребностям общества), дающего наибольший экономический эффект и обладающего наиболее высокими технико-экономическими и эксплуатационными показателями.

Показатель качества технического изделия (или системы) – это число, величина которого определяет то или иное свойство (характеристику) изделия (или системы).

Основными показателями качества изделия (или ТС) являются:

потребляемая мощность;	энергоемкость;
производительность;	экономичность;
прочность конструкции;	надежность функционирования;
вес, металлоемкость, и габариты;	объем и стоимость ремонтных работ;
ресурс долговечности;	моральный ресурс,
межремонтные сроки;	степень автоматизации;
простота и безопасность обслуживания;	удобство разборки и сборки;
удобство управления;	расходы на рабочую силу ; и др.

Выбор рациональных показателей качества системы или изделия

Набор показателей качества зависит от назначения системы или технического изделия, то есть от целей и задач, которые выполняют та или иная система или изделие.

Определение рациональных показателей качества проектируемого изделия или системы и является одной из ключевых задач проектировщика-конструктора. Всякий определенный выбор тех или иных, зависящих от проектировщика, параметров качества изделия (или системы) называется решением задачи обоснования этих показателей. Решения могут быть удачными и неудачными, разумными и неразумными. Рациональными решениями называются такие решения, которые по тем или иным соображениям являются предпочтительнее других.

Понятие эффективности системы, изделия

Под <u>эффективностью</u> системы или изделия понимают степень пригодности для использования их по назначению.

Величину эффективности определяют как показатели качества изделия или системы, так и условия их эксплуатации.

К условиям эксплуатации изделия (или системы) прежде всего, относятся режим работы, а также условия взаимодействия его с другими изделиями (или техническими системами) и степени достоверности сведений об их характеристиках. К условиям эксплуатации изделия необходимо отнести также климатические и метеорологические условия, в которых работает данное изделие, а также возможности противодействия нормальному его функционированию со стороны других систем или изделий (например, систем, созданных противником).

Таким образом, **эффективность применения изделия (или системы) является обобщенным показателем качества изделия (или системы), определяющим степень его (ее) пригодности к использованию по назначению.**

Определение критерия эффективности

Для оценки эффективности изделия (или системы) при его проектировании применяются **критерии эффективности**.

Это обычно числовые характеристики, отражающие степень соответствия изделия своему назначению при определенных условиях применения. **Критерий эффективности** должен отражать назначение системы или изделия. Как числовая характеристика он должен являться функцией параметров, характеризующих свойства (качество) изделия и условий его применения. Поэтому критерий эффективности чаще всего еще называются целевой функцией оптимизации изделия (или целевым функционалом системы).

В принципе любая технико-экономическая характеристика (показатель качества) изделия или системы может быть принята в качестве целевой функции. Критерий отличается от показателя изделия тем, что в нем фигурирует не число, а функция от параметров изделия и указано правило по которому определяют оптимальные значения этих параметров.

Критерий (целевая функция) технической системы или изделия – это правило, по которому определяются оптимальные конструктивно-технические и эксплутационные характеристики системы или изделия.

Выбор критерия (целевой функции)

Выбор критерия оптимизации изделия или системы является не простой задачей.
Чем больше параметров изделия входит в критерий, тем он полнее. Однако при выборе функциональной связи критерия эффективности с параметрами качества и условиями применения системы или изделия необходимо учитывать не одинаковую значимость отдельных свойств и условий применения. В качестве критериев целесообразно выбирать величины, имеющие определенный физический смысл.
В связи с разнообразием задач, которые решаются различными системами или изделиями, установить единый, универсальный критерий эффективности нельзя. При выборе критерия для изделия (или системы) следует учитывать его специфические особенности.
В принципе любая технико-экономическая характеристика (показатель качества) изделия или системы может быть принята в качестве целевой функции. Так, например, в качестве критерия для оптимизации параметров изделий машиностроительного производства могут быть выбраны следующие:
коэффициент полезного действия; производительность;
экономичность; прочность;
надежность; вес;
металлоемкость; габариты;
энергоемкость; объем и стоимость ремонтных работ;
расходы на рабочую силу; ресурс долговечности;
межремонтные сроки; моральный ресурс; и др.

Выбор критерия (целевой функции)

Удельный вес каждого из перечисленных критериев зависит от назначения машины:

в машинах-генераторах и преобразователях энергии на первом плане стоит величина к.п.д., определяющего совершенство преобразования затрачиваемой энергии в полезную;

в машинах-орудиях — производительность, четкость и безотказность действия;

в металлорежущих станках — производительность, точность обработки, диапазон выполняемых операций;

в приборостроении — чувствительность, точность; стабильность показаний;

в транспортной технике, особенно в авиационной и ракетной, - малый вес конструкции, высокий к.п.д. двигателя, обуславливающий малый вес бортового запаса топлива.

Будем в дальнейшем обозначать показатель эффективности буквой W.

Конкретный вид показателя эффективности W,. которым следует пользоваться при численной оценке эффективности, зависит от специфики основного назначения рассматриваемого изделия, его целевой направленности, а так же от задачи проектирования (исследования), которая может быть поставлена в той или другой форме.

Выбор критерия (целевой функции)

Применение изделий сопровождается большим числом случайных факторов, которые определяются случайными ошибками работы системы или изделия, разбросом конструктивных параметров изделия и условий его применения. Поэтому в этом случае результаты функционирования изделия должны рассматриваться как функции случайных величин, а критерии эффективности обычно представляют собой вероятностные характеристики. В этом случае в качестве критерия чаще всего используются вероятности различных событий и математические ожидания — случайных величин. То есть, многие функции изделия или системы выполняются в условиях, содержащих элемент случайности, например, изделие, предназначенное для применения в военных операциях. В этих случаях результат функционирования изделия в военной операции, даже организованной строго определенным образом, не может быть точно предсказан, остается случайным. Если это так, то в качестве показателя эффективности W выбирается не просто характеристика исхода операции, а ее среднее значение (математическое ожидание).

Правильный выбор показателей эффективности — необходимое условие полезности исследований, применяемых при обосновании параметров (показателей качества) изделия или систем при проектировании. Рассмотрим ряд примеров, в каждом из которых показатель эффективности W выбран в соответствии с целевой направленностью проектируемого изделия или технической системы.

Примеры определения целевой функции (критерия) оптимизации конструктивных параметров изделия.

Пример 1. Разрабатывается машиностроительный сборочный цех, причем производство в этом цеху должно приносить прибыль заводу, т.е. быть рентабельным. Критерий эффективности — максимальная прибыль (или средняя прибыль), приносимая цехом за хозяйственный год.

Пример 2 Создается истребитель. Целью будущей операции — сбить самолет заданной группой создаваемых истребителей. Критерием эффективности (целевой функции) является максимум вероятности поражения самолета.

Пример 3. Ремонтная мастерская занимается обслуживанием машин; ее рентабельность определяется количеством машин, обслуженных в течение дня. Для нее разрабатывается новый станок или машина для увеличения числа обслуженных машин. Критерий эффективности — среднее число машин, обслуженных за день («среднее» потому, что фактическое число случайно).

Пример 4. Разрабатывается мобильная группа радиолокационных станций. Эта группа радиолокационных станций в определенном районе будет вести наблюдение за воздушным пространством в своей зоне ответственности. Задача группы — обнаружить любой самолет, если он появится в их зоне ответственности. Критерий эффективности — максимум вероятности обнаружения любого самолета, появившегося в районе.

Пример 5. Предпринимается ряд мер по повышению надежности электронной цифровой вычислительной машины. Цель модернизации ЭВМ — уменьшить частоту появления ее неисправностей («сбоев»), или; что равносильно, увеличить средний промежуток времени между сбоями («наработку на отказ»). Проще говоря, требуется повысить надежность работы ЭВМ. Критерий эффективности — максимум среднего времени безотказной работы ЭВМ (или среднее относительное время исправной работы).

Примеры определения целевой функции (критерия) оптимизации конструктивных параметров изделия.

Во всех рассмотренных примерах показатель эффективности, каков бы он ни был, требовалось обратить в максимум («чем больше, тем лучше»). Вообще, это не обязательно: при проектировании часто пользуются показателями, которые требуется обратить не в максимум, а в минимум («чем меньше, тем лучше»).

Например, в примере 4 можно было бы в качестве критерия эффективности взять «минимум вероятность того, что появившийся самолет не будет обнаружен» — этот показатель желательно сделать как можно меньше. В примере 5 за критерий эффективности можно было бы принять «минимум среднего числа сбоев за сутки».

Пример 6. Если оценивается какая-то проектируемая система, обеспечивающая наведение снаряда на цель, то в качестве критерия эффективности можно выбрать среднее значение «промаха» снаряда (расстояния от траектории до центра цели), которое желательно сделать как можно меньше.

Пример 7. Создается машина для уборки улиц от снега. Желательно сделать продуктивность такой машины такой, чтобы количество машин (наряд машин), выделяемых на уборку снега с улиц города было минимальным. Стоимость такой системы машин желательно, чтобы тоже была минимальной.

Таким образом, во многих задачах проектных исследований разумное решение должно обеспечивать не максимум, а минимум некоторого показателя.

Очевидно, что случай, когда критерий эффективности W надо обратить в максимум, легко сводится к задаче минимизации (для этого достаточно, например, изменить знак величины W). Поэтому в дальнейшем, рассматривая в общем виде задачу исследования операций, мы будем для простоты говорить только о случае, когда W требуется обратить в минимум. Что касается практических конкретных задач, то мы будем пользоваться как показателями эффективности, которые требуется максимизировать, так и теми, которые требуется минимизировать.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИЗДЕЛИЯ ИЛИ СИСТЕМЫ ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ИХ ПАРАМЕТРОВ

Для применения количественных методов исследования при проектировании всегда требуется построить ту или другую математическую модель функционирования изделия или системы. При построении математической модели функционирования изделия каким-то образом реальные процессы функционирования упрощаются, схематизируются; из бесчисленного множества факторов, влияющих на функционирование изделия, выделяется сравнительно небольшое количество важнейших, и полученная схема описывается с помощью того или другого математического аппарата. В результате устанавливаются количественные связи между условиями функционирования, параметрами изделия (системы) и критерием эффективности (или критериями, если их несколько).

Чем удачнее подобрана математическая модель, тем лучше она отражает характерные черты функционирования проектируемого изделия или системы, тем успешнее и полезнее будет проведено исследование и вытекающие из него рекомендации по требуемым параметрам будущего изделия (показателям качества)

Общих способов построения математических моделей не существует. В каждом конкретном случае модель строится, исходя из целевой направленности изделия и задач научного исследования, с учетом требуемой точности решения, а также точности, с какой могут быть известны исходные данные.

ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

Требования к модели противоречивы. С одной стороны, она должна быть достаточно полной, т. е. в ней должны быть учтены все важные факторы, от которых существенно зависят проектные параметры нового изделия. С другой стороны, модель должна быть достаточно простой для того, чтобы можно было установить обозримые (желательно — аналитические) зависимости между входящими в нее параметрами. Модель не должна быть «засорена» множеством мелких, второстепенных факторов — их учет усложняет математический анализ и делает результаты исследования трудно обозримыми.

Одним словом, искусство составлять математические модели есть именно искусство, и опыт в этом деле приобретается постепенно. Две опасности всегда подстерегают составителя модели: первая — утонуть в подробностях («из-за деревьев не увидеть леса»); вторая— слишком огрубить явление («выплеснуть из ванны вместе с водой и ребенка». В сложных случаях, когда построение модели вызывает наибольшее сомнение, полезным оказывается своеобразный «спор моделей», когда одно и то же явление исследуется на нескольких моделях. Если научные выводы и рекомендации от модели к модели меняются мало, то — серьезный аргумент в пользу объективности проектного исследования. Характерным для сложных задач исследования функционирования изделий и систем является также повторное обращение к модели после того, как первый цикл исследований выполнен, возвращаются снова к модели и вносят в нее необходимые коррективы.

Построение математической модели — наиболее важная и ответственная часть проектного исследования, требующая глубоких знаний не только и не столько в математике, сколько в существе моделируемых явлений. Однако раз созданная удачная модель может найти применение и далеко за пределами того круга явлений, для которого она первоначально создавалась. Так, например, математические модели массового обслуживания нашли широкое применение в целом ряде областей, далеких, с первого взгляда, от массового обслуживания (надежность технических устройств, организация автоматизированного производства, задачи ПВО и др.). Математические модели, первоначально предназначенные для описания динамики развития биологических популяций, находят широкое применение при описании боевых действий и наоборот — боевые модели с успехом применяются в биологии.

ТИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Математические модели, применяемые в настоящее время при проектировании изделий, можно грубо подразделить на два класса: аналитические и статистические.

Для первых характерно установление формульных, аналитических зависимостей между параметрами задачи, записанных в любом виде: алгебраические уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными и т. д. Чтобы такое аналитическое описание операции было возможно, как правило, нужно принять те или иные допущения или упрощения. С помощью аналитических моделей удается с удовлетворительной точностью описать только сравнительно простое функционирование изделий и систем, где число взаимодействующих элементов не слишком велико. В операциях же большого масштаба, сложных, в которых переплетается действие огромного количества факторов в том числе и случайных, на первый план выходит метод статистического моделирования. Он состоит в том, что процесс функционирования изделия как бы «копируется» на вычислительной машине, со всеми сопровождающими его случайностями. Всякий раз, когда в ход операции вмешивается какой-либо случайный фактор, его влияние учитывается посредством «розыгрыша», напоминающего бросание жребия. В результате многократного повторения такой процедуры удается получить интересующие нас характеристики исхода с любой степенью точности.

ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ ДВУХ ТИПОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Статистические модели имеют перед аналитическими то преимущество, что они позволяют учесть большее число факторов и не требуют грубых упрощений и допущений. Зато результаты статистического моделирования труднее поддаются анализу и осмыслению. Более грубые аналитические модели описывают явление лишь приближенно, зато результаты более наглядны и отчетливее отражают присущие функционированию изделия основные закономерности. Наилучшие результаты получаются при совместном применении аналитических и статистических моделей: простая аналитическая модель позволяет вчерне разобраться в основных закономерностях явления, наметить главные его контуры, а любое дальнейшее уточнение может быть получено статистическим моделированием.

При создании математических моделей функционирования изделий и систем используются методы следующих наук: физики, теоретической механики, математики, теории вероятностей, исследования операций, логики, теории игр, теории принятия решений, сопротивления материалов, теории машин и механизмов и др.

ОБЩИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим задачу исследования функционирования изделия в общей постановке, безотносительно к виду его основного назначения.

Пусть имеется некоторый процесс или операция, которую выполняет наше проектируемое изделие или система, на исход которого мы можем в какой-то мере влиять, выбирая тем или другим способом зависящие от нас параметры (показатели качества) проектируемого изделия. Эффективность функционирования изделия или системы характеризуется каким-то численным показателем W, который мы бы хотели обратить в минимум. То есть критерием эффективности является минимум показателя W. Предположим, что тем или иным способом математическая модель функционирования изделия или системы построена; она позволяет вычислить показатель эффективности W при любых выбранных параметрах (показателях качества) нашего изделия или системы, для любой совокупности условий, в которых оно (она) функционирует.

Рассмотрим сначала наиболее простой случай: все факторы, от которых зависит успех функционирования изделия, делятся на две группы:

— заданные, заранее известные факторы (условия функционирования) $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\ldots\}$, на которые мы влиять не можем;

— зависящие от нас факторы (параметры изделия – показатели качества, элементы решения) $X=\{x_1, x_2\ldots\}$ которые мы, в известных пределах, можем выбирать по своему усмотрению.

ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ

Этот случай, в котором факторы, влияющие на исход функционирования изделия, либо заранее известны, либо зависят от нас, мы будем называть детерминированным.

Заметим, что под «заданными условиями» $\alpha=\{\alpha1,\alpha2,\ldots\}$, могут пониматься не только обычные числа, но и функции, в частности ограничения, наложенные на элементы решения. Равным образом, элементы решения $X=\{x1, x2...\}$ также могут быть не только числами, но и функциями.

Показатель эффективности W зависит от обеих групп факторов: как от заданных условий, так и от элементов решения. Запишем эту зависимость в виде общей символической формулы:

$$Xo = \arg\min_{X} W(\alpha1,\alpha2,\ldots;\ x1,\ x2...).$$

Так как математическая модель построена, будем считать, что зависимость $W(\alpha1, \alpha2,\ldots;\ x1,\ x2...)$ нам известна, и для любых $\alpha=\{\alpha1,\alpha2,\ldots\}$; $X=\{x1, x2...\}$ мы можем найти W.

Тогда задачу оптимизации параметров проектируемого изделия или системы можно математически сформулировать так:

При заданных условиях $\alpha=\{\alpha1,\alpha2,\ldots\}$найти такие элементы решения $X=\{x1, x2...\}$ (показатели качества изделия или системы), которые обращают показатель W в минимум.

ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ

Перед нами — типично математическая задача, относящаяся к классу так называемых вариационных задач. Методы решения таких задач подробно разработаны в математике. Простейшие из этих методов («задачи на максимум и минимум») хорошо известны каждому инженеру. Для нахождения максимума или минимума (короче, экстремума) функции нужно продифференцировать ее по аргументу (или аргументам, если их несколько), приравнять производные нулю и решить полученную систему уравнений.

Однако этот простой метод в задачах исследования операций имеет ограниченное применение. Причин этому несколько.

1. Когда аргументов X={x1, x2...} много (а это типично при проектировании систем), совместное решение системы уравнений полученных дифференцированием основной зависимости зачастую оказывается не проще а сложнее чем непосредственный поиск экстремума.

2. В случае, когда на элементы решения X={x1, x2...} наложены ограничения (т. е., область их изменения ограничена), часто экстремум наблюдается не в точке, где производные обращаются в нуль, а на границе области возможных решений. Возникает специфическая математическая задача «поиска экстремума при наличии ограничений», не укладывающаяся в схему классических вариационных методов.

3. Наконец, производных, о которых идет речь, может вовсе не существовать, например, если аргументы X={x1, x2...} изменяются не непрерывно, а дискретно, или же сама функция W имеет особенности.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ

Общих математических методов нахождения экстремумов функций любого вида при наличии произвольных ограничений не существует. Однако для случаев, когда функция и ограничения обладают определенными свойствами, современная математика предлагает ряд специальных методов.

Например, если показатель эффективности W зависит от элементов решения X={x1, x2...} линейно и ограничения, наложенные на x1, x2... также имеют вид линейных равенств (или неравенств), максимум функции W находится с помощью специального аппарата, так называемого ***линейного программирования*** (например, используется симплекс метод).

Если эти функции обладают другими свойствами (например, выпуклы или являются квадратичными), применяется аппарат «выпуклого», или «квадратичного» программирования более сложный по сравнению с линейным программированием, но все же позволяющий в приемлемые сроки найти решение. Если функционирование системы естественным образом расчленяется на ряд шагов» или «этапов» (например, хозяйственных лет), а показатель эффективности W выражается в виде суммы показателей достигнутых за отдельные этапы, то для нахождения решения, обеспечивающего максимальную эффективность, может быть применен метод динамического программирования (см. теорию исследования операций).

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

К сожалению, этот простейший случай не так уж часто встречается на практике. Гораздо более типичен случай, когда не все условия функционирования известны заранее, а некоторые из них содержат элемент неопределенности. Например, успех операции может зависеть от метеорологических условий, которые заранее неизвестны, или от колебаний спроса и предложения, заранее трудно предвидимых, связанных с капризами моды, или же от поведения разумного противника, действия которого заранее неизвестны.

В подобных случаях эффективность применения изделия зависит уже не от двух, а от трех категорий факторов:

— условия выполнения операции α={α1,α2,…}, которые известны заранее и изменены быть не могут;

— неизвестные условия или факторы Y={Y1, Y2, ...};

— элементы решения X={x1, x2...}, которые нам предстоит выбрать.

Пусть эффективность изделия или системы характеризуется некоторым показателем W, зависящим от всех трех групп факторов. Это мы запишем в виде общей формулы:

$$W = W(\alpha 1, \alpha 2, \ldots; Y1, Y2, \ldots; x1, x2 \ldots).$$

Если бы условия α={α1,α2,…} были известны, мы могли бы заранее подсчитать критерий и выбрать такое решение X={x1, x2...}, при котором показатель W минимизируется.

$$Xo = \arg\min_{X} W(\alpha 1, \alpha 2, \ldots; Y1, Y2, \ldots; x1, x2 \ldots).$$

Беда в том, что параметры Y={Y1, Y2, ...} нам неизвестны, а значит, неизвестен и зависящий от них показатель эффективности W при любом решении. Тем не менее, задача выбора решения по-прежнему стоит перед нами. Ее можно сформулировать так:

При заданных условиях α={α1,α2,…} *с учетом неизвестных факторов* Y={Y1, Y2, ...} *найти такие элементы решения Xo={x1, x2...} , которые по возможности обращали бы в минимум показатель эффективности W.*

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЛИ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Это — уже другая, не чисто математическая задача (недаром в ее формулировке сделана оговорка «по возможности»). Наличие неизвестных факторов Y={Y1, Y2, ...} переводит нашу задачу в другую категорию: она превращается в задачу о выборе решения в условиях неопределенности.

Давайте будем честны: неопределенность есть неопределенность. Если условия функционирования изделия неизвестны, мы не имеем возможности так же успешно организовать математическую модель с учетом этих неопределенностей, как мы это сделали бы, если бы располагали большей информацией. Поэтому любое решение, принятое в условиях неопределенности, хуже решения, принятого во вполне определенной ситуации. Наше дело — сообщить своему решению в наибольшей возможной мере черты разумности. Решение, принятое в условиях неопределенности, но на основе математических расчетов, будет все же лучше решения, выбранного наобум.

Задачи о выборе решения в условиях неопределенности встречаются нам в жизни на каждом шагу. Пусть, например, мы собрались ехать в отпуск, взяв с собой чемодан ограниченного объема, причем вес чемодана не должен превышать того, при котором мы можем носить его без посторонней помощи (условия α={α1,α2,…}). Погода в районах путешествия заранее неизвестна (условия Y={Y1, Y2, ...}). Спрашивается, какие предметы одежды (X={x1, x2...}) следует взять с собой?

Эту задачу мы, разумеется, решаем без всякого математического аппарата, хотя, по-видимому, не без опоры на какие-то численные данные (хотя бы на вероятности прогноза морозной или дождливой погоды в районах путешествия в данное время года). Однако, если нужно принять более серьезное и ответственное решение (например, о характеристиках проектируемой плотины в районе возможных паводков, или о выборе типа посадочного устройства для посадки на планету с неизвестными свойствами поверхности, или о выборе образца вооружения для борьбы с противником, характеристики которого заранее неизвестны), то выбор решения в обязательном порядке должен быть подкреплен математическими расчетами, облегчающих этот выбор и придающие этому выбору, в доступной мере, черты разумности.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Применяемые при этом методы существенно зависят от того, какова природа неизвестных факторов Y={Y1, Y2, ...} и какими ориентировочными сведениями о них мы располагаем.

Наиболее простым и благоприятным для расчетов является случай, когда неизвестные факторы Y={Y1, Y2, ...} представляют собой *случайные величины* (или же случайные функции), о которых имеются статистические данные, характеризующие их распределение.

Пусть, например, мы проектируем железнодорожную сортировочную станцию, стремясь оптимизировать процесс обслуживания прибывающих на эту станцию грузовых поездов. Заранее неизвестны ни точные моменты прибытия поездов, ни количество вагонов в каждом поезде, ни адреса, по которым направляются вагоны. Все эти характеристики представляют собой *случайные величины*, закон распределения каждой из которых (и их совокупности) может быть определен по имеющимся данным обычными методами математической статистики.

Аналогично, в каждой военной операции присутствуют случайные факторы, связанные с рассеиванием снарядов, со случайностью моментов обнаружения целей и т. п. В принципе все эти факторы могут быть изучены методами теории вероятностей, и для них могут быть получены законы распределения (или, по крайней мере, числовые характеристики).

В случае, когда неизвестные факторы, фигурирующие в операции — Y={Y1, Y2, ...} — являются обычными случайными величинами (или случайными функциями), распределение которых, хотя бы ориентировочно, известно, для оптимизации решения может быть применен один из двух приемов:

— искусственное сведение к детерминированной схеме;

— «оптимизация в среднем».

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Первый прием сводится к тому, что неопределенная, вероятностная картина явления приближенно заменяется детерминированной. Для этого все участвующие в задаче случайные факторы $Y=\{Y_1, Y_2, ...\}$ приближенно заменяются не случайными (как правило, их математическими ожиданиями). Этот прием применяется по преимуществу в грубых, ориентировочных расчетах, когда диапазон случайных изменений величин $Y=\{Y_1, Y_2, ...\}$ сравнительно мал, т. е. они без большой натяжки могут рассматриваться как не случайные. Заметим, что тот же прием замены случайных величин их математическими ожиданиями может успешно применяться и в случаях, когда величины $Y=\{Y_1, Y_2, ...\}$обладают большим разбросом, но показатель эффективности W зависит от них линейно (или почти линейно).

Второй прием («оптимизация в среднем»), более сложный, применяется, когда случайность величин $Y=\{Y_1, Y_2, ...\}$ весьма существенна и замена каждой из них ее математическим ожиданием может привести к большим ошибкам.

Рассмотрим этот случай более подробно. Пусть показатель эффективности W существенно зависит от случайных факторов (будем для простоты считать их случайными величинами) $Y=\{Y_1, Y_2, ...\}$; допустим, что нам известно распределение этих факторов, скажем, плотность распределения $f(y_1, y_2...)$. Предположим, что проектируемая система или изделие применяется много раз, причем условия Y_1, Y_2 ..меняются от раза к разу случайным образом. Какое решение $X=\{x_1, x_2...\}$ следует выбрать? Очевидно, то, при котором операция в среднем будет наиболее эффективна, т. е. математическое ожидание критерия эффективности W будет минимально. Таким образом, нужно выбирать такое решение $X=\{x_1, x_2...\}$, при котором обращается в минимум математическое ожидание показателя эффективности M[W]:

$$X^o = \arg \min_X M\left[W(\alpha_1,\alpha_2...;Y_1,Y_2...;x_1,x_2...\right]$$

Такую оптимизацию мы будем называть «оптимизацией в среднем».

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Наиболее трудным для исследования является тот случай неопределенности, когда неизвестные факторы Y={Y1, Y2, ...} не могут быть изучены и описаны с помощью статистических методов: их законы распределения или не могут быть получены (соответствующие статистические данные отсутствуют), или, что еще хуже, таких законов распределения вовсе не существует. Это бывает, когда явление, о котором идет речь, не обладает свойством статистической устойчивости. Например, мы знаем, что на Марсе возможно наличие органической жизни, и некоторые ученые даже считают его весьма вероятным, но совершенно невозможно подсчитать эту вероятность на основе каких-либо статистических данных. Другой пример: предположим, что эффективность проектируемого вооружения сильно зависит от того, будет ли предполагаемый противник к моменту начала боевых действий располагать средствами защиты, и если да, то какими именно? Очевидно, нет никакой возможности подсчитать вероятности этих гипотез — самое большее, их можно назначить произвольно, что сильно повредит объективности исследования.

В подобных случаях, вместо произвольного и субъективного назначения вероятностей с дальнейшей «оптимизацией в среднем», рекомендуется рассмотреть весь диапазон возможных условий Y={Y1, Y2, ...} и составить представление о том, какова эффективность применения проектируемого изделия во всем этом диапазоне и как на нее влияют неизвестные условия. При этом задача исследования приобретает новые методологические особенности.

ИГРОВАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В последнюю очередь рассмотрим своеобразный случай, возникающий в так называемых конфликтных ситуациях, когда неизвестные параметры Y={Y1, Y2, ...} зависят не от объективных обстоятельств, а от активно противодействующего нам противника. Такие ситуации характерны для боевых действий, отчасти для спор-тивных соревнований, в конкуренции и т. д.

При выборе решений в подобных случаях может оказаться полезным мате-матический аппарат так называемой теории игр - математической теории кон-фликтных ситуаций. Модели конфликтных ситуаций, изучаемые в теории игр, ос-нованы на предположении, что мы имеем дело с разумным и дальновидным про-тивником, всегда выбирающим свое поведение наихудшим для нас (и наилучшим для себя) способом. Такая идеализация конфликтной ситуации в некоторых слу-чаях может подсказать нам наименее рискованное, «перестраховочное» решение, которое необязательно принимать, но, во всяком случае, полезно иметь в виду.

Постановка таких игровых задач заключается в том, что цель проектируемой системы является, например, максимизировать выбранный критерий эффективно-сти, а задача противника минимизировать этот критерий. Тогда формализованная постановка задачи может быть записана следующим образом:

$$X^o = arg \min_{Y} \max_{X} W(\alpha_1,\alpha_2 \ldots; Y_1, Y_2 \ldots; x_1, x_2 \ldots)$$

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Как правило, эффективность больших по объему процессов функционирования больших сложных технических систем и сложных выполняемых ими операций не может быть исчерпывающим образом охарактеризована с помощью одного показателя; на помощь ему приходится привлекать и другие, дополнительные.

Например, при оценке деятельности промышленного предприятия приходится учитывать целый ряд показателей, как то:

— прибыль,

— полный объем продукции («вал»),

— себестоимость и т. д.

При анализе боевой операции, в которой участвует проектируемое изделие помимо основного показателя, характеризующего ее эффективность (например, математическое ожидание причиненного противнику ущерба), приходится учитывать и ряд дополнительных критериев, как то:

— собственные потери,

— время выполнения операции,

— расход боеприпасов и т. д.

Такая множественность показателей эффективности, из которых некоторые желательно максимизировать, а другие — минимизировать, характерна для любой сколько-нибудь сложной задачи исследования операций. Возникает вопрос: как же быть? :

ОТБРАКОВКА НЕРАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ

Прежде всего надо подчеркнуть, что выдвинутые требования, вообще говоря, несовместимы. Решение, обращающее в максимум один какой-то показатель W_1, как правило, не обращает ни в максимум, ни в минимум другие показатели W_2, W_3 , ... Поэтому широко распространенная формулировка «достижение максимального эффекта при минимальных затратах» для научного исследования не подходит. Корректной является любая из формулировок «достижение максимального эффекта при заданных затратах» или же «достижение заданного эффекта при минимальных затратах».

В общем случае не существует решения, которое обращало бы в максимум один показатель W_1 и одновременно в максимум (или минимум) другой показатель W2, тем более, такого решения не существует для нескольких показателей. Однако количественными анализ эффективности может оказаться весьма полезным и в случае нескольких показателей эффективности.

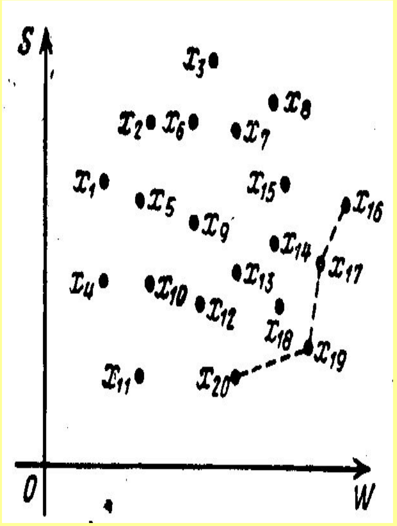
Прежде всего, он позволяет заранее отбросить явно нерациональные варианты решений, уступающие лучшим вариантам по всем показателям.

Проиллюстрируем сказанное на примере. Пусть анализируется боевая операция, оцениваемая по двум показателям:

W — вероятность выполнения боевой задачи («эффективность»);

S — стоимость израсходованных средств.

Очевидно, первый показатель желательно обратить в максимум, а второй — в минимум. Ряд решений можно отбраковать (см. Рис.)



СВЕДЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В ОДНОКРИТЕРИАЛЬНУЮ

Ввиду того, что комплексная оценка сразу по нескольким показателям затруднительна и требует размышлений, на практике часто пытаются искусственно объединить несколько показателей в один обобщенный критерий. Нередко в качестве такого обобщенного (составного) критерия берут дробь; в числителе ставят те показатели W1, …, Wm, которые желательно увеличить, а в знаменателе, — те, которые желательно уменьшить:

$$U = \frac{W_1, \ldots, W_m}{W_{m+1}, \ldots, W_k}$$

Часто «составные критерии» предлагаются не в виде дроби, а в виде «взве-шенной суммы» отдельных показателей эффективности:

$$U = a_1 W_1 + a_2 W_2 + \ldots + a_k W_k$$

где a1, a2,...,ak, — положительные или отрицательные коэффициенты. Поло-жительные ставятся при тех показателях, которые желательно максимизировать; отрицательные — при тех, которые желательно минимизировать. Абсолютные значения коэффициентов («веса») соответствуют степени важности показателей.

СВЕДЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В ОДНОКРИТЕРИАЛЬНУЮ И МЕТОД УСТУПОК

В некоторых случаях задачу с несколькими показателями удается свести к задаче с одним-единственным показателем, если выделить только один (главный) показатель эффективности W_1 и стремиться его обратить в максимум, а на остальные, вспомогательные показатели W_2, W_3 ... наложить только некоторые ограничения вида:

$$W_2 \geq \omega_2,\ W_3 \leq \omega_3,\ W_m \geq \omega_m,\ W_{m+1} \leq \omega_{m+1},\ \ldots,\ W_k \leq \omega_k\ .$$

Эти ограничения, разумеется, войдут в комплекс заданных условий $\alpha=\{\alpha_1, \alpha_2,\ \}$.

Метод уступок

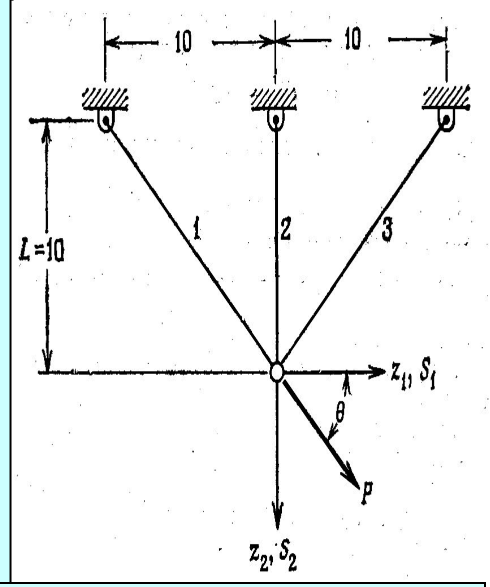
Наконец, возможен еще один путь построения компромиссного решения, который можно назвать «методом последовательных уступок». Предположим, что показатели эффективности расположены в порядке убывающей важности: сначала основной W_1 затем другие, вспомогательные: W_2, W_3, ... Для простоты будем считать, что каждый из них нужно обратить в максимум (если это не так, достаточно изменить знак показателя). Процедура построения компромиссного решения сводится к следующему. Сначала ищется решение, обращающее в максимум главный показатель эффективности W_1. Затем назначается, исходя из практических соображений и точности, с какой известны исходные данные (а часто она бывает небольшой), некоторая «уступка» ΔW_1 которую мы согласны допустить для того, чтобы обратить в максимум второй показатель W_2. Налагаем на показатель W_1 ограничение, чтобы он был не меньше, чем W_1^*-ΔW_1, где W_1^* —. максимально возможное значение W_1 и при этом ограничении ищем решение, обращающее в максимум W_2. Далее снова назначается «уступка» в показателе W2, ценой которой можно максимизировать W_3 и т. д.

Такой способ построения компромиссного решения хорош тем, что здесь сразу видно, ценой какой «уступки» в одном показателе приобретается выигрыш в другом.

Пример определения критерия эффективности изделия

В связи с разнообразием задач, которые решаются различными системами или изделиями, **установить единый, универсальный критерий эффективности, нельзя**. При выборе критерия для изделия (или системы) следует учитывать его специфические особенности.

Пример 8. Целью проектирования является выбор площадей поперечных сечений отдельных стержней **X**={b_1, b_2, b_3} фермы так, чтобы ферма была бы по возможности легкой и удовлетворялись ограничения на напряжение, устойчивость при продольном изгибе, смещение, и размеры стержней.



Исходя из поставленной задачи проектирования критерий этой задачи записывается следующим образом.

$$\mathbf{X^o=arg\ min\ G(X) = arg\ min\ [\rho g(10\cdot 2^{1/2}\cdot\ b_1+10\cdot b_2+10\cdot 2^{1/2}\cdot\ b^3)]\ .}$$

где ρg — удельный вес материала, из которого изготовлена ферма.

Для окончательной постановки этой задачи добавляются еще функции ограничений определяющих ограничения на напряжение, устойчивость при продольном изгибе, смещение, и размеры стержней.

Решение подобной задачи возможно одним из градиентных методов

Пример определения критерия эффективности технической системы

Пример 9. Определить количественный состав трех типов маскировочных приборов (i=3), размещаемых на космическом корабле (КК), если задано ограничение по суммарной массе этих приборов $G_{ПР}$, а вероятность маскировки на каждом из трех участков полета (j=3) КК определяется по формуле

$$P_j=1-1/(1+\Sigma к_{ij}\ x_{ij}),$$

где $к_{ij}$ – вероятности маскировки i-го средства на j-ом участке полета КК

Критерий (целевая функция) этой задачи имеет следующий вид:

$$X^o = \arg\max_{X} \prod_{j}[1-1/(1+\sum_{i} к_{ij}\ x_{ij})].$$

При функции ограничений $\Sigma G_i\ x_i <= G_{ПР}$.

Причем $X=\{x_1, x_2, x_3\}$.

Решение этой задачи возможно методом направленного перебора.