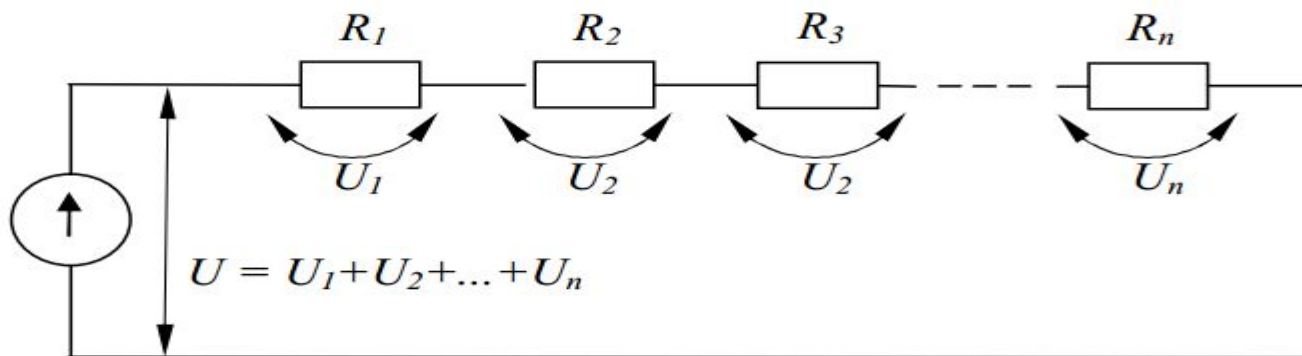


Электроника, схемотехника, электротехника

Лекция 2

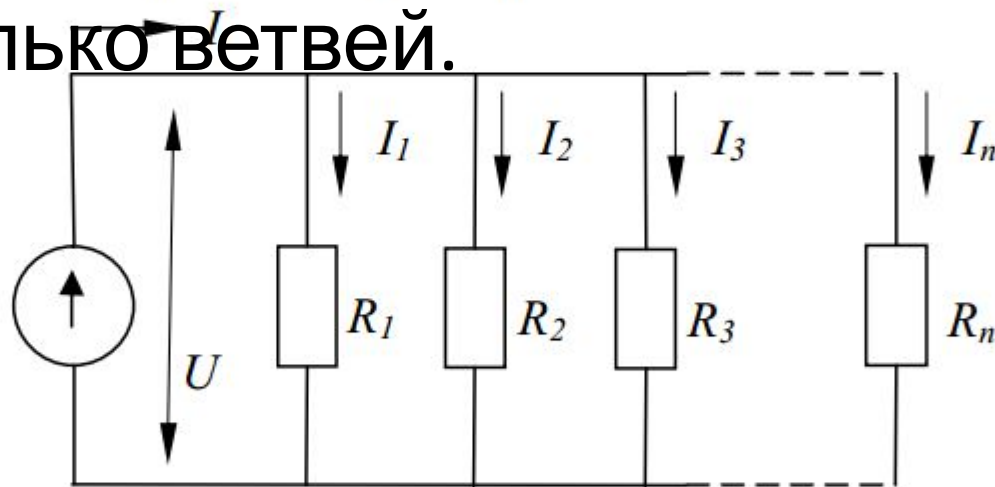
Последовательное и параллельное соединение элементов электрической цепи



$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{k=1}^n U_k, \quad R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k, \quad I = \frac{U}{R} \text{ или } I = \frac{U_k}{R_k}$$

Если несколько резисторов соединены один за другим без разветвлений и по ним протекает один и тот же ток, такое соединение называется последовательным.

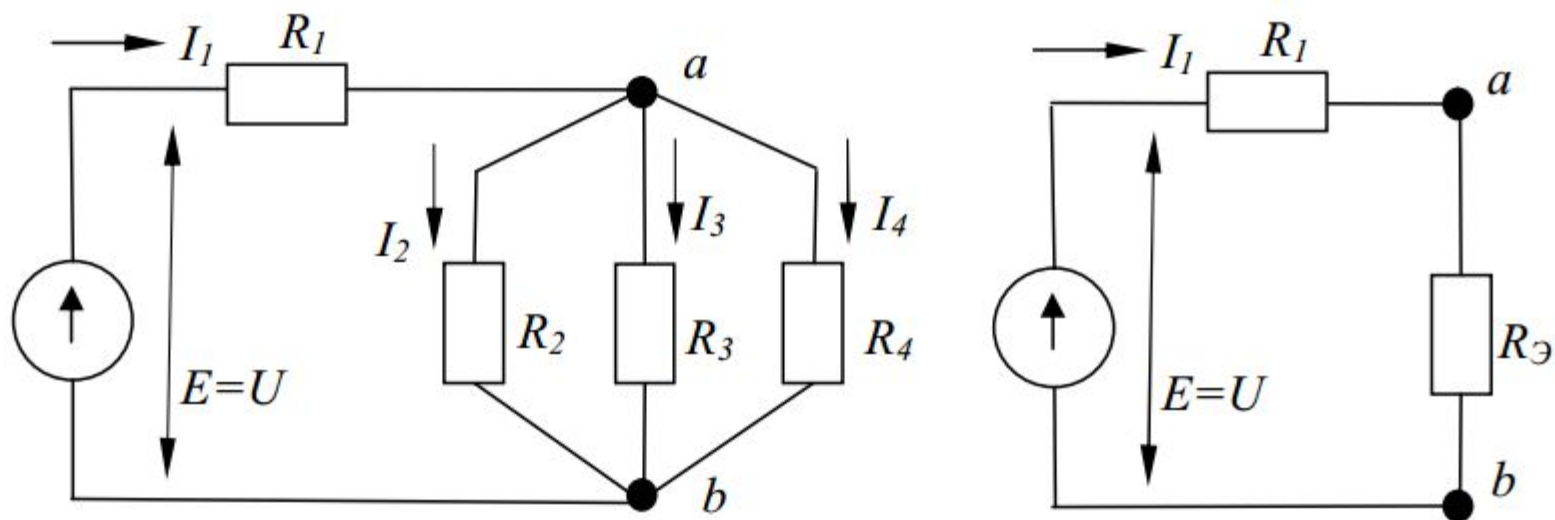
Параллельным соединением приемников называется такое соединение, при котором к одним и тем же двум узлам электрической цепи присоединяется несколько ветвей.



При таком соединении складываются токи

$$U = \text{const}, I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{k=1}^n I_k, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}.$$

При комбинированном соединении элементов можно воспользоваться методом эквивалентного преобразования схем. Суть метода заключается в том, что группу резистивных элементов можно заменить одним или группой резистивных элементов, включенных другим способом.

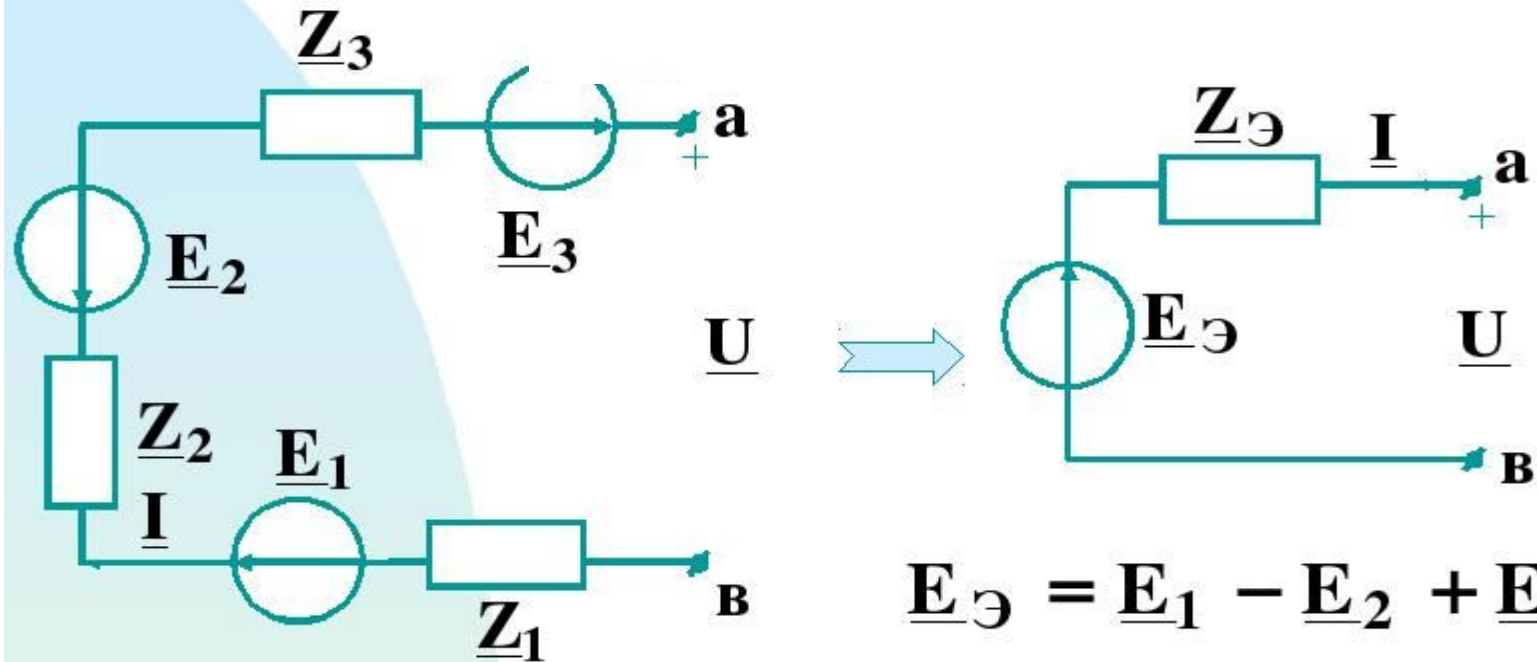


Группа резисторов R2, R3, R4 заменяется резистором с эквивалентным

сопротивлением $\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$ или $R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$,

что не изменяет общего тока в цепи. Общее сопротивление $R = R_1 + R_3 = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$ - быть найдено как

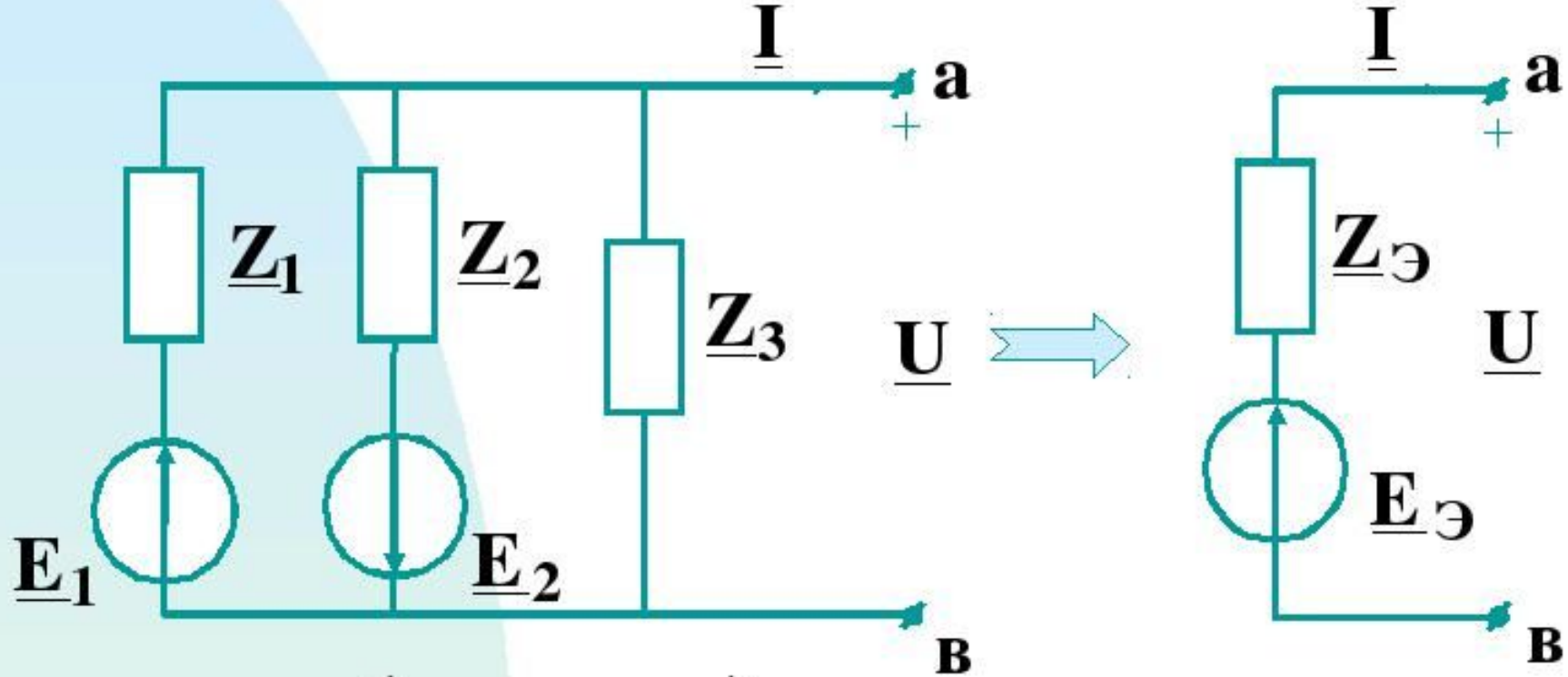
Общий ток в цепи определится как $I_1 = E/R$, напряжение $U_{ab} = I_1 R_3$, а токи $I_2 = U_{ab}/R_2$, $I_3 = U_{ab}/R_3$, $I_4 = U_{ab}/R_4$



$$\underline{E}_\Sigma = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 + \underline{E}_3$$

$$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$$

Последовательно включенные источники можно рассматривать как один эквивалентный источник с ЭДС, равной сумме ЭДС отдельных источников и внутренним сопротивлением, равным сумме внутренних сопротивлений отдельных источников. При этом, если источники включены согласованно, то напряжение складывается, если встречно – то вычитается.

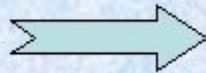


$$\underline{E}_\text{Э} = \left(\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} \right) \cdot \underline{Z}_\text{Э}$$

Параллельное включение источников ЭДС на практике встречается редко и применяется, как правило, для уменьшения внутреннего сопротивления, и как следствие – увеличения максимального тока в нагрузке.

Работа электрического тока

$$\left. \begin{aligned} A &= U * q \\ q &= I * t \end{aligned} \right\}$$



$$A = I * U * t$$

Работа электрического тока на участке цепи равна произведению напряжения на концах этого участка на силу тока и на время, в течение которого совершалась работа

Единицы работы:

$$\text{СИ: } 1 \text{ Дж} = 1 \text{ В} * 1 \text{ А} * 1 \text{ с}$$

$$1 \text{ Втч} = 3600 \text{ Дж}$$

$$1 \text{ кВтч} = 360\,000 \text{ Дж}$$

$$1 \text{ кВтч} = 1000 \text{ Втч} = 3\,600\,000 \text{ Дж}$$

Мощность электрического тока

- величина, показывающая какая работа совершается в единицу времени.

$$P = \frac{A}{t}$$

$$A = I * U * t$$



$$P = I * U$$

Единицы мощности:

СИ: [P] = 1 Вт (ватт)

1 гВт = 100 Вт

1кВт = 1000 Вт

$$1Вт = \frac{1Дж}{с} = В \cdot А$$

1 МВт = 1000 000 Вт

Баланс мощностей

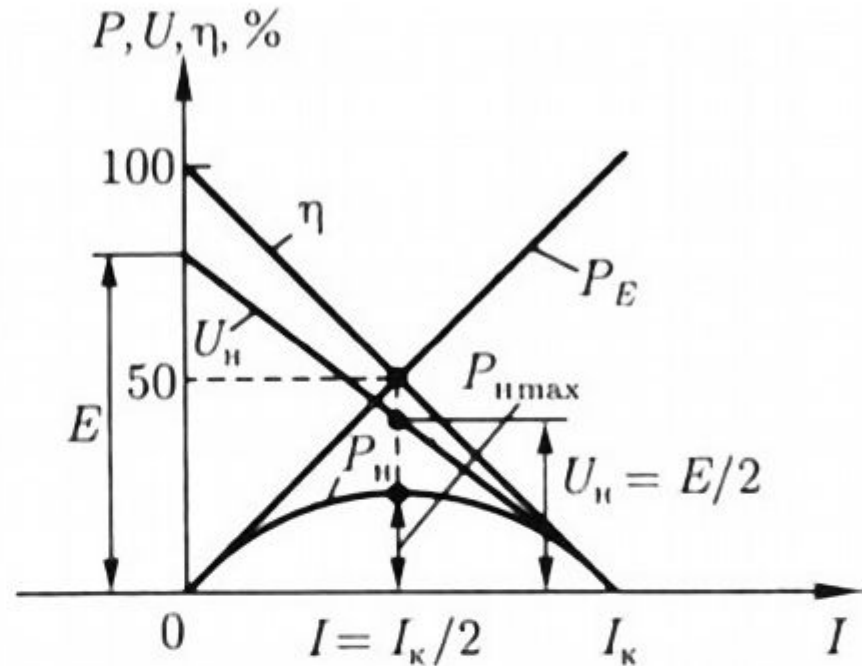
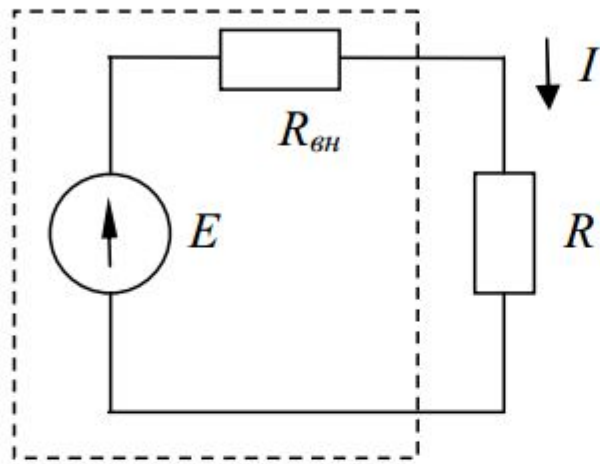
Баланс мощностей - равенство генерируемых и потребляемых в электрической цепи мощностей (закон сохранения энергии в электрической цепи).

$$\sum_{k=1}^n E_k I_k + \sum_{k=1}^n U_k J_k = \sum_{k=1}^m I_k^2 R_k$$

J_k -ток источника тока

U_k - напряжение на источнике
тока

Условие передачи приёмнику максимальной энергии



Отношение мощности приемника (полезной мощности) к мощности источника энергии ист P называется его коэффициентом полезного действия (КПД). Для цепи, приведенной на рисунке, можно записать:

$$\eta = \frac{P}{P_{\Gamma}} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{IR}{IR + IR_{\text{вн}}} = \frac{R}{R + R_{\text{вн}}}.$$

Мощность, выделяемая на нагрузке, будет равна:

$$P_H = UI = I^2 R = \frac{E^2}{(R + R_{\text{вн}})^2} R$$

При двух предельных значениях сопротивления $R = 0$ и R стремящемся к бесконечности, мощность приемника равна нулю, так как в первом случае равно нулю напряжение между выводами приемника, а во втором случае — ток в цепи.

Следовательно, некоторому определенному значению соответствует наибольшее возможное (при данных E и $R_{вн}$) значение мощности приемника. Чтобы определить это значение сопротивления, достаточно приравнять нулю первую производную от мощности P по R . При этом получается, что максимум мощности передается в нагрузку при $R=R_{вн}$. Таким образом, источник ЭДС развивает максимальную полезную мощность, когда внешнее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника, при этом мощность будет r

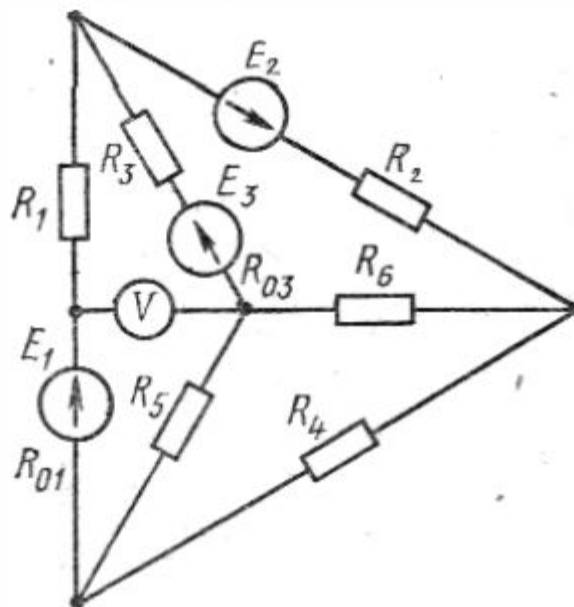
$$P_{\max} = \frac{E^2}{4R_{вн}}$$

Такой режим является невыгодным, так как 50 % энергии теряется во внутреннем сопротивлении источника

$$\eta = \frac{R}{R + R_{\text{вн}}} = \frac{R}{2R} = 0,5.$$

Режим цепи, при котором внешнее сопротивление цепи равно внутреннему сопротивлению источника энергии, называется режимом согласованной нагрузки.

Пример решения задачи, с цепями постоянного тока



Даны следующие числовые значения параметров:

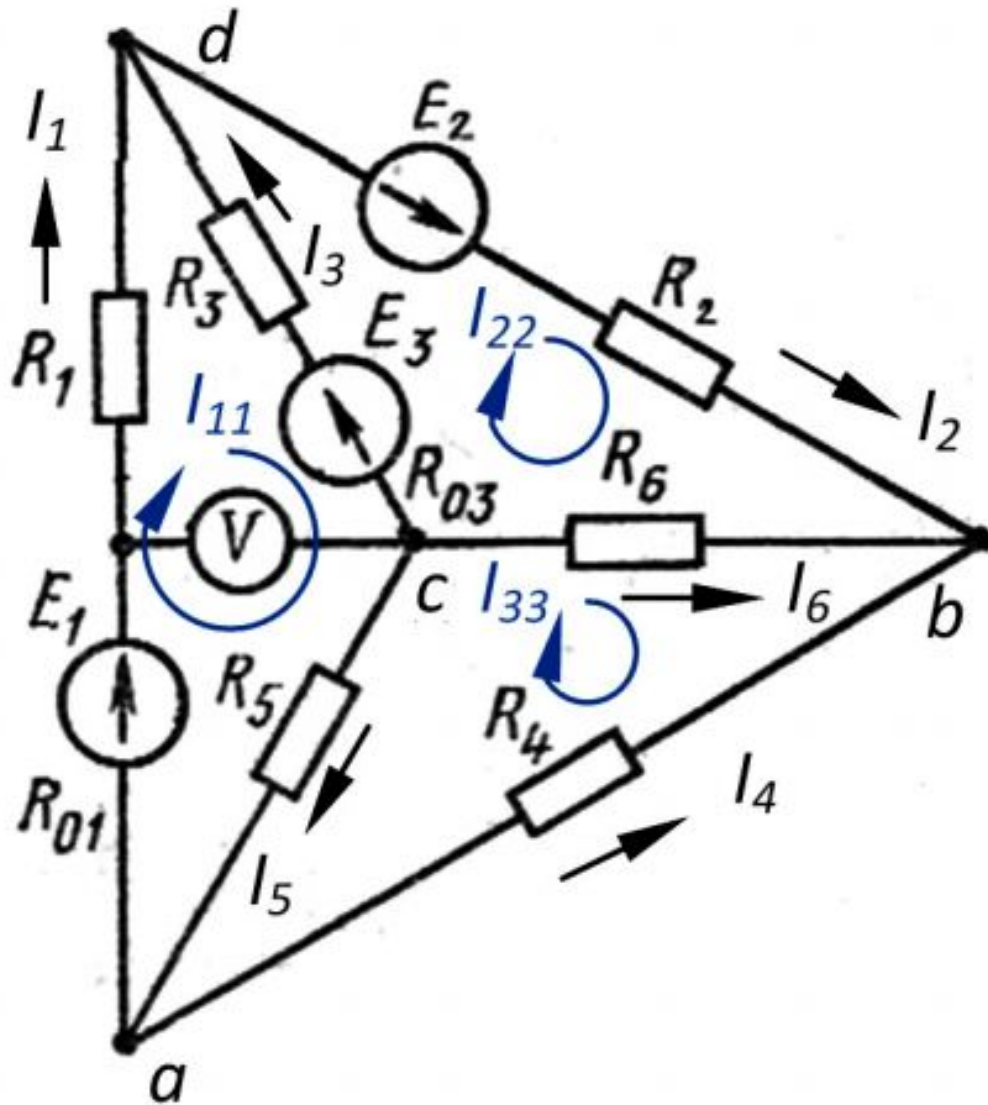
E_1	E_2	E_3	R_{01}	R_{02}	R_{03}	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
20	22	9	0,1		1,1	1	2	6	3	8	4

Отсутствующие значения в таблице принимаем за нуль.

Для приведенной выше схемы необходимо найти:

1. токи во всех ветвях с помощью законов Кирхгофа;
2. составить баланс мощностей;
3. определить показания вольтметра

Для составления уравнений по законам Кирхгофа необходимо выбрать направления токов и отметить узлы схемы. Направления токов выбираются произвольным образом.



Далее необходимо написать три уравнения по первому закону и три уравнения по второму закону Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа:

$$\text{Узел } a: I_4 + I_1 - I_5 = 0$$

$$\text{Узел } b: -I_4 - I_2 - I_6 = 0$$

$$\text{Узел } c: I_3 + I_5 + I_6 = 0$$

Второй закон Кирхгофа:

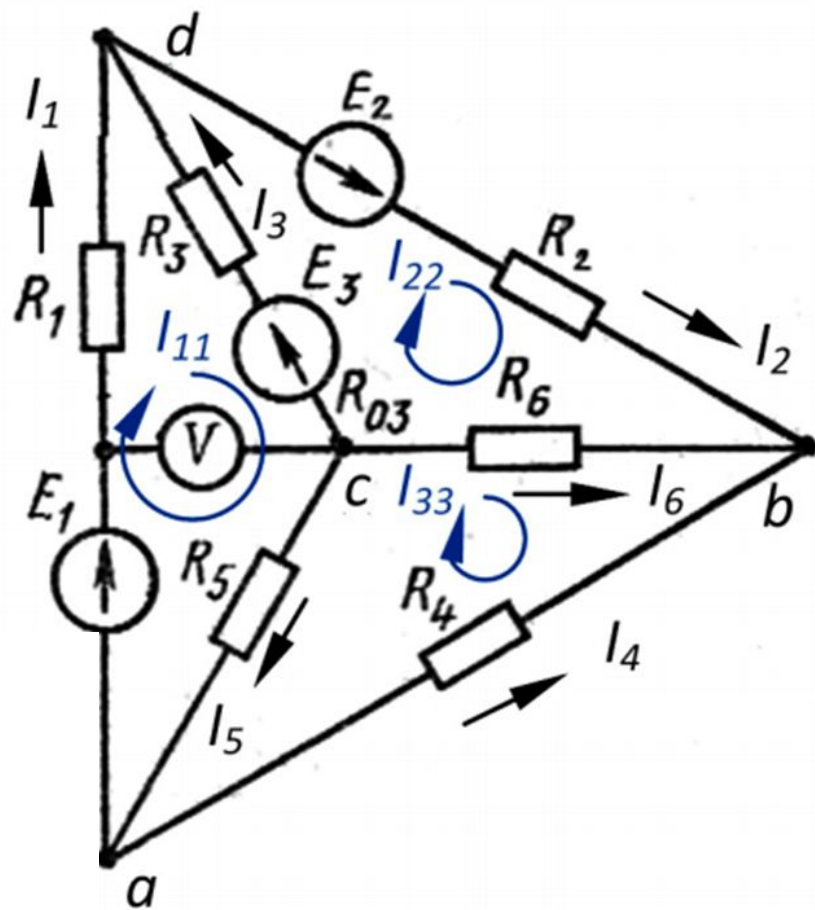
$$abc: R_4 I_4 - R_6 I_6 + R_5 I_5 = 0$$

$$abd: R_4 I_4 - R_2 I_2 - R_1 I_1 - R_{01} I_1 = -E_2 - E_1$$

$$cdb: R_3 I_3 + R_{03} I_3 + R_2 I_2 - R_6 I_6 = E_2 + E_3$$

В матричном виде система уравнений примет вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & R_5 & -R_6 \\ -R_1 - R_{01} & -R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & R_3 + R_{03} & 0 & 0 & -R_6 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -E_2 - E_1 \\ E_2 + E_3 \end{vmatrix}$$



Первый закон Кирхгофа:

Узел a : $I_4 + I_1 - I_5 = 0$

Узел b : $-I_4 - I_2 - I_6 = 0$

Узел c : $I_3 + I_5 + I_6 = 0$

Второй закон Кирхгофа:

abc : $R_4 I_4 - R_6 I_6 + R_5 I_5 = 0$

abd : $R_4 I_4 - R_2 I_2 - R_1 I_1 - R_{01} I_1 = -E_2 - E_1$

cdb : $R_3 I_3 + R_{03} I_3 + R_2 I_2 - R_6 I_6 = E_2 + E_3$

Решение данного матричного уравнения целесообразно проводить с помощью персонального компьютера. Подставив числа, получим:

$$I_1=7.175 \text{ A}; I_2=8.081 \text{ A}; I_3=0.907 \text{ A}; I_4=-5.982 \text{ A}; I_5=1.193 \text{ A}; I_6=-2.100 \text{ A}$$

Знак «минус» у токов I_4 и I_6 означают, что они протекают в направлении, противоположном выбранному.

Для баланса мощностей рассчитаем мощность, вырабатываемую источниками ЭДС:

$$I_1 E_1 + I_2 E_2 + I_3 E_3 = 329.448 \text{ Вт}$$

Мощности на пассивных элементах составляет:

$$(R_1 + R_{01}) I_1^2 + R_2 I_2^2 + (R_3 + R_{03}) I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = 329.448 \text{ Вт}$$

Напряжение на вольтметре вычисляем по второму закону Кирхгофа, для чего можно представить вольтметр как источник ЭДС с напряжением V . Тогда:

$$V + E_1 = I_1 R_{01} + I_5 R_5, \text{ откуда } V = I_1 R_{01} + I_5 R_5 - E_1 = -9.737 \text{ В.}$$

Знак «минус» означает, что напряжение противоположно выбранному обходу контура, т.е. плюс вольтметра будет слева по схеме.

Решение матричного уравнения в Excel

пи X ✓ fx =МО

МОБР
МОДА.НСК
МОДА.ОДН
МОПРЕД
МОДА

Возвращает обратную матрицу (матрица хранится в массиве)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
1											
2											
3											
4			1	0	0	1	-1	0			0
5			0	-1	0	-1	0	-1			0
6			0	0	1	0	1	1			0
7			0	0	0	3	8	-4			0
8			-1,1	-2	0	3	0	0			-42
9			0	2	7,1	0	0	-4			31
10											
11											
12			=МО								
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											

В поле функции вводим =МОБР(

ПИ X ✓ fx =мобр(С4:Н9

	A	B	C	D	МОБР(массив)	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4			1	0	0	1	-1	0				0
5			0	-1	0	-1	0	-1				0
6			0	0	1	0	1	1				0
7			0	0	0	3	8	-4				0
8			-1,1	-2	0	3	0	0				-42
9			0	2	7,1	0	0	-4				31
10												
11												
12			МОБР(С4:Н9	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
13			#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
14			#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
15			#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
16			#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
17			#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?	#ИМЯ?				
18												
19												
20												

- Выделяем значения матрицы и нажимаем ctrl+sheeft+enter

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4			1	0	0	1	-1	0					0
5			0	-1	0	-1	0	-1					0
6			0	0	1	0	1	1					0
7			0	0	0	3	8	-4					0
8			-1,1	-2	0	3	0	0					-42
9			0	2	7,1	0	0	-4					31
10													
11													
12			0,773125	0,316517	0,340742	0,054048	-0,20625	-0,04799					
13			-0,17408	-0,59093	-0,32857	0,019311	-0,15826	0,046278					
14			0,052791	0,092556	0,330686	-0,03474	0,047992	0,09427					
15			0,167423	-0,2779	-0,09411	0,032692	0,152202	0,013255					
16			-0,05945	0,038622	0,246632	0,086739	-0,05405	-0,03474					
17			0,006662	-0,13118	0,422682	-0,052	0,006056	-0,05953					
18													
19													
20													
21													
22													
23													

- Значения в рамке соответствуют обратной матрице набранной выше

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4			1	0	0	1	-1	0				0	
5			0	-1	0	-1	0	-1				0	
6			0	0	1	0	1	1				0	
7			0	0	0	3	8	-4				0	
8			-1,1	-2	0	3	0	0				-42	
9			0	2	7,1	0	0	-4				31	
10													
11													
12			0,773125	0,316517	0,340742	0,054048	-0,20625	-0,04799					
13			-0,17408										
14			0,052791	0,092556	0,330686	-0,03474	0,047992	0,09427					
15			0,167423	-0,2779	-0,09411	0,032692	0,152202	0,013255					
16			-0,05945	0,038622	0,246632	0,086739	-0,05405	-0,03474					
17			0,006662	-0,13118	0,422682	-0,052	0,006056	-0,05953					
18													
19													
20													
21													
22													
23													

Возвращает отношение факториала суммы значений к произведению факториалов значений

=МУ

- МУЛЬТИНОМ
- МУМНОЖ

- Выбираем функцию МУМНОЖ

ПИ \times \checkmark f_x =МУМНОЖ(C12:H17;L4:L9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3														
4			1	0	0	1	-1	0				0		
5			0	-1	0	-1	0	-1				0		
6			0	0	1	0	1	1				0		
7			0	0	0	3	8	-4				0		
8			-1,1	-2	0	3	0	0				-42		
9			0	2	7,1	0	0	-4				31		
10														
11														
12			0,773125	0,316517	0,340742	0,054048	-0,20625	-0,04799				=МУМНОЖ(C12:H17;L4:L9)		
13			-0,17408	-0,59093	-0,32857	0,019311	-0,15826	0,046278						
14			0,052791	0,092556	0,330686	-0,03474	0,047992	0,09427						
15			0,167423	-0,2779	-0,09411	0,032692	0,152202	0,013255						
16			-0,05945	0,038622	0,246632	0,086739	-0,05405	-0,03474						
17			0,006662	-0,13118	0,422682	-0,052	0,006056	-0,05953						
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														

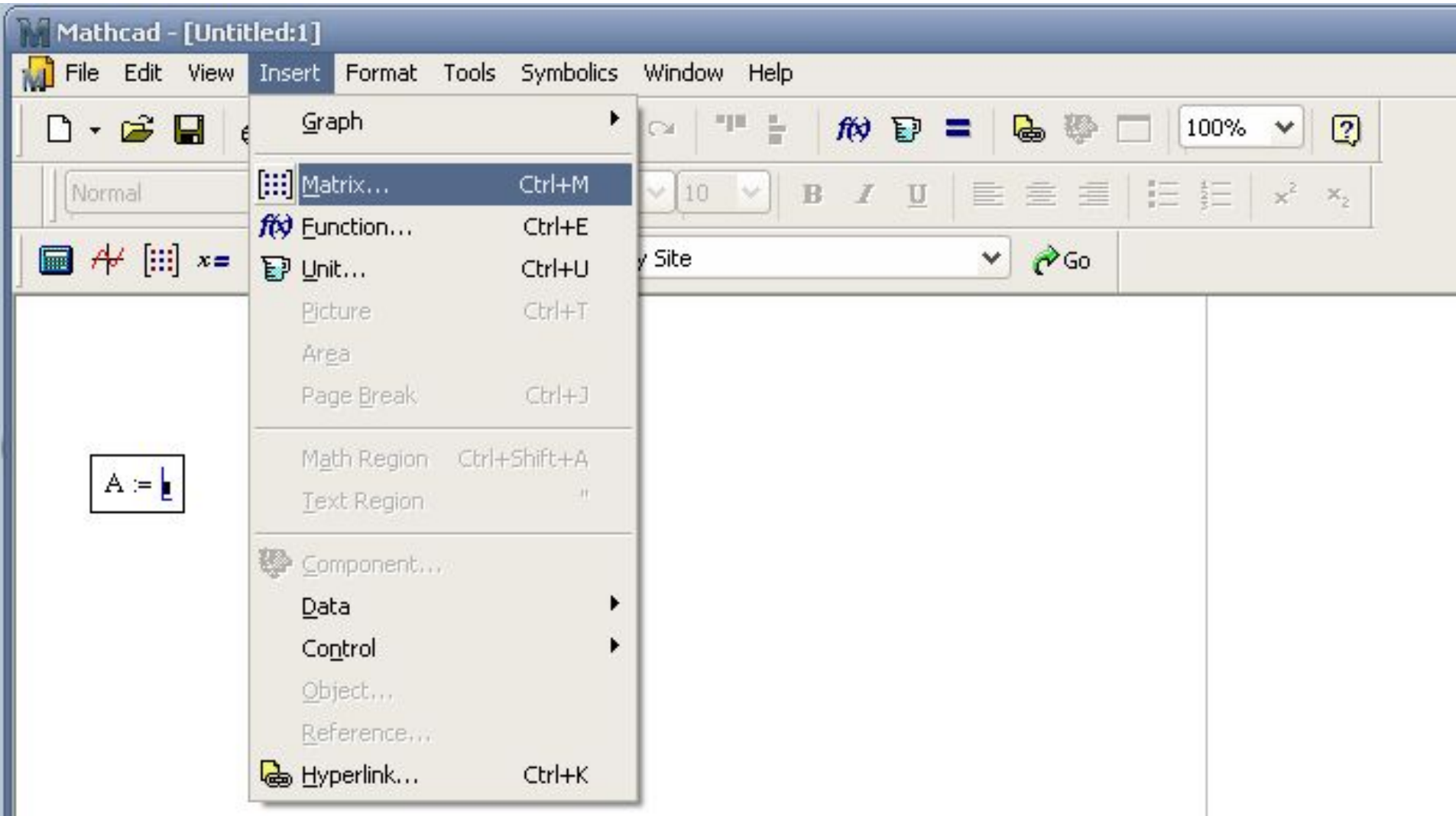
- После ввода =МУМНОЖ(C12:H17;L4:L9) и нажатия **ctrl+sheeft+enter** получим:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4			1	0	0	1	-1	0				0
5			0	-1	0	-1	0	-1				0
6			0	0	1	0	1	1				0
7			0	0	0	3	8	-4				0
8			-1,1	-2	0	3	0	0				-42
9			0	2	7,1	0	0	-4				31
10												
11												
12			0,773125	0,316517	0,340742	0,054048	-0,20625	-0,04799				7,17477
13			-0,17408	-0,59093	-0,32857	0,019311	-0,15826	0,046278				8,081472
14			0,052791	0,092556	0,330686	-0,03474	0,047992	0,09427				0,906702
15			0,167423	-0,2779	-0,09411	0,032692	0,152202	0,013255				-5,9816
16			-0,05945	0,038622	0,246632	0,086739	-0,05405	-0,03474				1,193167
17			0,006662	-0,13118	0,422682	-0,052	0,006056	-0,05953				-2,09987
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												

Числа выделенные рамкой соответствуют значениям контурных токов

Решение системы уравнения в Mathcad

Присваиваем A матричное значение



Вставляем матрицу 6x6



$$A := \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

Insert Matrix ✕

Rows:

Columns:

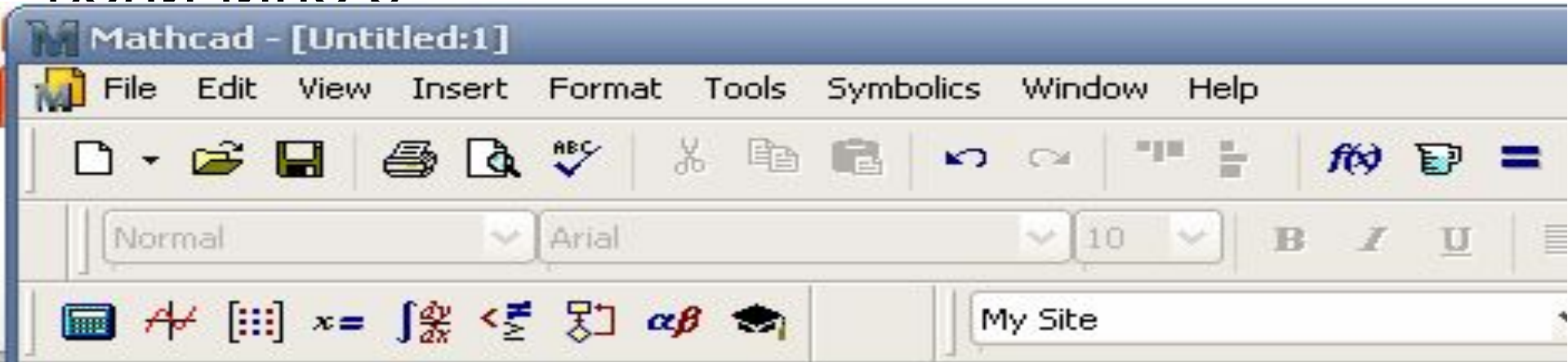
OK

Insert

Delete

Cancel

После заполнения матрицы 6x6, заполняем аналогично матрицу 6x1, присвоив её величине b



$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 & -4 \\ -1.1 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7.1 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{b}} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -42 \\ 31 \end{pmatrix}$$

Для определения токов в контуре, рассмотренного выше, вводим:

$$X := \text{lsolve}(A, b) =$$

После ввода = получим:

$$X := \text{lsolve}(A, b) =$$

$$\begin{pmatrix} 7.175 \\ 8.081 \\ 0.907 \\ -5.982 \\ 1.193 \\ -2.1 \end{pmatrix}$$

Normal Arial 10 **B** *I* U

My Site Go

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 & -4 \\ -1.1 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7.1 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -42 \\ 31 \end{pmatrix}$$

$$X := \text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 7.175 \\ 8.081 \\ 0.907 \\ -5.982 \\ 1.193 \\ -2.1 \end{pmatrix}$$