

Экономические задачи №17

Профильный уровень.

Подготовила учитель математики
высшей категории МБОУ « СШ
№25» Тахтамукайского района
Ведерникова И.А.

4 вида экономических задач:

- 1. Простые проценты, налоги;
- 2. Сложные проценты, вклады;
- 3. Кредиты;
- 4. Задачи на оптимизацию;

1 занятие

50 задач

на понятие процента от
числа и числа по
заданному проценту

Номинальная и реальная зарплата

- **Номинальное** значение заработной платы обозначает ее численное выражение. Это - то количество денег, которое предназначено к выплате за труд наемного сотрудника в тот или иной период.
- Величина заработной платы должна отражать тот объем ценностей, которые можно за нее приобрести на данном временном этапе. Покупательная способность полученной на руки суммы – это и есть **реальная заработная плата**.

Индекс реальной зарплаты

$$ИРЗ = ИНЗ / ИПЦ * 100\%$$

Например

- Примем номинальную зарплату 2015 года за 100%. Допустим, в среднем в 2016 году она выросла на 15%. Тогда индекс номинальной заработной платы в 2016 году будет равен 115%. В то же время стоимость потребительской корзины выросла на 20%, то есть индекс потребительских цен равняется 120%. Тогда индекс РЗП для текущего года по сравнению с прошлым, взятым как базовый, составит примерно 96% ($115 : 120 \times 100$). Это значит, что покупательная способность граждан несколько упала.

Созависимость номинальной и реальной зарплат

- Прямая

$$\text{ИРЗ} = 115/105 * 100\% = 109,52\%$$

- Обратная

$$\text{ИРЗ} = 120/125 * 100\% = 96\%$$

Задача №1

- В то время как цены увеличились на 12%, зарплата месяце X увеличилась на 22%. На сколько процентов увеличилась его покупательная способность?

- Решение:

$$\frac{122}{112} = 1,09 \text{ раза}$$

- Ответ: примерно на 9%

Задача №2

- Директор предприятия, на котором работают 8 человек, планирует с нового года увеличить фонд зарплаты с 500 000 до 800 000 рублей в месяц, при этом необходимо принять на работу двух новых сотрудников. Как изменится номинальная зарплата старых сотрудников? Каков будет индекс реальной заработной платы, если дополнительно известно, что индекс потребительских цен по отношению к предыдущему году составил 115%

Решение:

- Зарплата была повышена с
- $500\,000:8=62\,500$ рублей до
- $800\,000:10=80\,000$ рублей, что составило 28% ($17500 \times 100:62\,500$). Найдем индекс реальной зарплаты:
- $\text{ИПЗ} = 128:115 \times 100 = 111,3\%$
- Ответ: зарплата возрастет на 11,3%

Понятие налога

- 13% налога на доходы физических лиц (НДФЛ)- прямой федеральный налог РФ, который платят лица, являющиеся налоговыми резидентами РФ (фактически находящиеся на территории российской федерации не менее 183 календарных дней в течение 12 следующих подряд месяцев), а так же лица не являющиеся налоговыми резидентами РФ, в случае получения дохода на территории России. Существуют ставки-9%, 13%, 15%, 30%, 34% и условия их применения размещены на сайте:

<https://www.https://w>

Задача №3

- Граждане России с полученных доходов платят НДФЛ 13%. Если гражданин трудоустроен, НДФЛ удерживается работодателем. При этом сами работодатели уплачивают за работника отчисления от его дохода: в Пенсионный фонд 22%, в Фонд социального страхования 2,9%, в Федеральный фонд обязательного медицинского страхования 5,1%
- ООО решило разработать компьютерную программу и хочет нанять программиста и выделить на это 100 тыс. рублей. Сколько денежных средств в месяц будет получать программист после уплаты отчислений и НДФЛ?

Решение:

- Пусть зарплата работника составляет x рублей, в фонды за работника необходимо уплатить 30% зарплаты или $0,3x$ рублей. Тогда $1,3x = 100\,000$, откуда $x = 76\,923$ рубля. После уплаты НДФЛ работник получит $0,87x$ или 66 923 рублей.
- Тем самым, работник получит 66,9% бюджета, общий процент отчислений и налога равен 33,1%.

Эквивалентность понятий

- Эквивалентность утверждений « больше на 10%» и «больше в 1,1 раза», « меньше на 75%» и « меньше в 4 раза». Взаимосвязь этих утверждений можно записать в виде формул:
- Если величина А больше В на $p\%$, то
$$A = B + p/100 \times B = (1 + 0,01p)B;$$
- Если величина А меньше В на $p\%$, то
$$A = B - p/100 \times B = (1 - 0,01p)B;$$

Задачи (база)

- №1 (база)
- Половина всех отдыхающих в пансионате — дети. Какой процент от всех отдыхающих составляют дети?
- №2 (база)
- ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамена по физике?
- №3 (база)
- Число посетителей сайта увеличилось за месяц в пять раз. На сколько процентов увеличилось число посетителей сайта за этот месяц?
- №4 (база)
- Число больных гриппом в школе уменьшилось за месяц в пять раз. На сколько процентов уменьшилось число больных гриппом?
- №5 (база)
- Число больных гриппом в школе уменьшилось за месяц в два раза. На сколько процентов уменьшилось число больных гриппом?
- №6 (база)
- Пятая часть всех отдыхающих в пансионате — дети. Какой процент от всех отдыхающих составляют дети?

ОТВЕТЫ:

- №1=50%
- №2=50%
- №3=400%
- №4=80%
- №5=50%
- №6=20%

Задачи (профиль)

- № 7 (профиль)
- Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 112%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 3%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
-
- №8 (профиль)
- Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 58%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вчетверо, общий доход семьи сократился бы на 6%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

- №9. Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

№9 Решения:

- 1.1. При удорожании коммунальных услуг на 100%, общая сумма увеличилась бы на 70%. А если бы электричество подорожало на 100%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 20%. Значит, в общем платеже на коммунальные услуги приходится 70%, а на электричество — 20%. Поэтому на телефон приходятся оставшиеся 10%.
- 2.2. Обозначим за x - долю общей оплаты, приходящейся на коммунальные услуги, за y - на электричество и за z - на телефон. Составим систему уравнений. Сумма всех оплат $x+y+z=1$ – первое уравнение. Увеличиваем в 1,5 раза коммунальные услуги: $1,5x+y+z=1,35$ – второе уравнение. Увеличиваем электричество в 1,5 раза: $x+1,5y+z=1,1$ – третье уравнение. Затем вычитаем из третьего уравнения первое, затем вычитаем из второго уравнения первое, подставляем в первое уравнение: $z=0,1$.

Задача № 4

- Четыре рубашки дешевле куртки на 8%.
На сколько процентов пять таких рубашек дороже куртки?

Решение:

- Цена четырех рубашек составляет 92% цены куртки. Значит цена одной рубашки составляет 23% цены куртки. Поэтому цена пяти рубашек составляет 115% цены куртки. Это превышает цену на 15%.

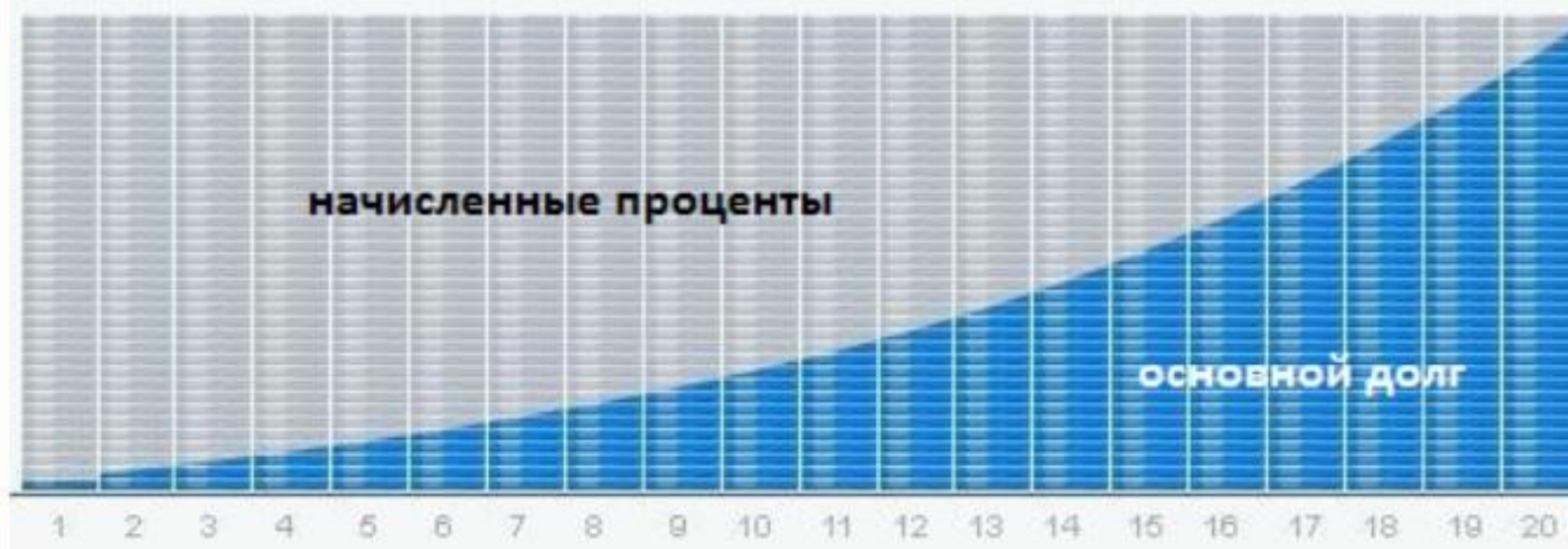
Кредиты

- На сумму выплачиваемых процентов влияет не только ставка, но и метод погашения кредита.
- Таких методов существует два: дифференцированные платежи и аннуитетные платежи.

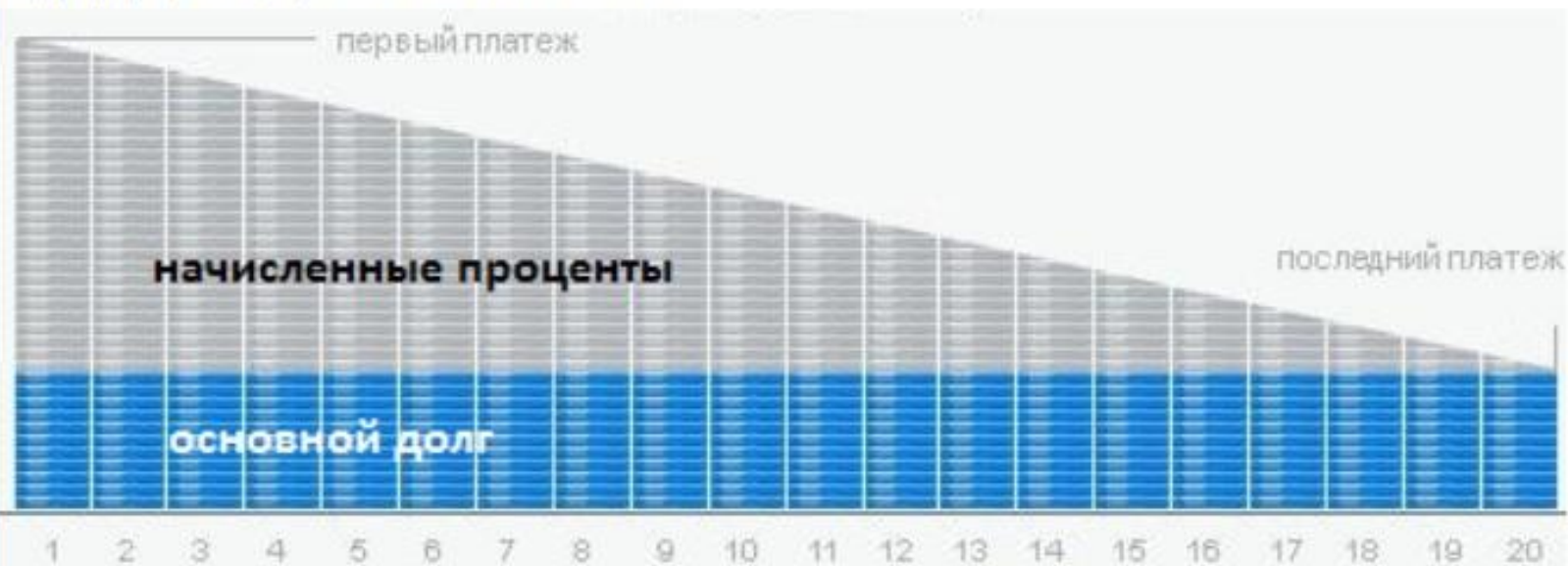
Схемы погашения кредита

- **Аннуитет** — начисление равных платежей на весь срок погашения кредита. При этом в первой половине срока погашения задолженность по кредиту практически не гасится — выплачиваются в большей части проценты. Эта особенность делает платежи относительно небольшими, но увеличивает общую сумму начисляемых процентов.
- **Дифференцированные** платежи характерны тем, что задолженность по кредиту погашается равномерно, начиная с самых первых выплат, а проценты начисляются на фактический остаток. Таким образом, каждый последующий платеж меньше предыдущего.

Аннуитентные платежи:



Дифференцированные платежи:



Задача: Анатолий решил взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10 %.

Существуют 2 схемы выплаты кредита.

Отчетный месяц	Долг к концу мес. с процентами	Переводит в банк	Долг Анатолия на начало след. мес
Первый	$331000 \cdot 0,1 = 364100$	X	$364100 - x$
Второй	$(364100 - x) \cdot 1,1 = 400510 - 1,1x$	X	$400510 - 2,1x$
Третий	$(400510 - 2,1x) \cdot 1,1 = 440561 - 2,31x$	X	$440561 - 3,31x = 0$
Итого:			$3x = 331000$

Отчетный месяц	Анатолий должен перевести в банк		
	Часть кредита по основному долгу	Процентные ставки банка	Всего (руб.)
Первый	$331000/3$	$331000 \cdot 0,1 = 33100$	$331000/3 + 33100$
Второй	$331000/3$	$331000 \cdot 0,1 \cdot 2/3 = 66200/3$	$331000/3 + 66200/3$
Третий	$331000/3$	$331000 \cdot 0,1 = 33100/3$	$331000/3 + 33100/3$
Итого:			397200

Формулы для аннуитетных расчетов

- n - платежные периоды

- S_0 - сумма кредита

- $m = 1 + 0,01q$

- $q\%$ - процентная ставка

- X - постоянные выплаты

- S_n -величина текущего долга

$$S_0 = \frac{m^n - 1}{m^{n+1} - m^n} X$$

$$X = \frac{m^n(m - 1)}{m^n - 1} S_0$$

$$S_n = m^n S_0 - \frac{m^n - 1}{m - 1} X$$

Формулы для дифференцированных платежей

- n - платежные периоды
- S_0 - сумма кредита
- $q\%$ - процентная ставка, причем, каждый платежный период, долг сначала возрастает, по сравнению с концом предыдущего платежного периода, а затем вносится оплата так, что долг становится на одну и ту же сумму меньше долга на конец предыдущего платежного периода
- X - постоянные выплаты
- Π -величина переплаты

• величина Π в

$$\Pi = \frac{q}{100} * \frac{n+1}{2} S_0$$

$$B = S_0 + \Pi = S_0 \left(1 + \frac{q * (n+1)}{200} \right)$$

Задача №5

- 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг **четырьмя равными платежами** (то есть за четыре года)?

Решение: $x = \frac{m^n(m-1)}{m^n-1} s_0$

- Аннуитетный вид платежа.

$$x = \frac{1,125^4 x (1,125 - 1)}{1,125^4 - 1} \times 6902000$$

$$x = \frac{1,601806640625 \times 0,125}{0,601806640625} \times 6902000 = 2\,296\,350 \text{ рублей}$$

Задача №6

- Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате **сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно**, то есть на одну и ту же величину.
- Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Сергеем банку (сверх кредита)?

Решение :

$$\Pi = \frac{q}{100} * \frac{n+1}{2} S_0$$

- Предложение «Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину» означает: Сергей взятую сумму, без учета процентов, возвращал равными долями. Это значит дифференцированный

п/

$$\Pi = \frac{12}{100} \times \frac{9+1}{2} S_0$$

$$\Pi = \frac{12}{100} \times 5 \times S_0 = 0,12 \times 5 \times S_0 = 0,6 S_0$$

Задача №7

- Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы **долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц** (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r .

Решение : $\Pi = \frac{q}{100} * \frac{n+1}{2} s_0$

- Дифференцированный платеж.

$$0,13S_0 = \frac{r}{100} \times \frac{12+1}{2} S_0$$

$$0,13S_0 = \frac{r}{100} \times \frac{13}{2} S_0 \rightarrow r = 2$$

Задача №8

- В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- — каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;
- — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69690821 рубль.
- Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

- Если искомая сумма составляет S рублей, то при коэффициенте ежегодной процентной ставки q , равной 1,31, фиксированная сумма X , которую клиент ежегодно должен возвращать в течение 3 лет, составляет
$$X = \frac{m^n(m-1)}{m^n-1} S_0$$

• с

$$69690821 = \frac{1,31^3}{1,31^2 + 1,31 + 1} \times S_0 \rightarrow S_0 = 124\,809\,100 \text{ руб}$$

- Ответ: 124 809 100 рублей.

Задача №9

- Василий кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая сумма будет на счете у Василия через 4 года?

Решение:

- 1. После первого года хранения вклада:
- Сумма вклада возрастает до $1\,000\,000 \cdot 1,1 = 1\,100\,000$ (p);
- Дополнительное пополнение счета $1\,100\,000 + 133\,000 = 1\,233\,000$ (p);
- 2. После второго года хранения вклада:
- Сумма вклада возрастает до $1\,233\,000 \cdot 1,1 = 1\,356\,300$ (p);
- Дополнительное пополнение счета $1\,356\,300 + 133\,000 = 1\,489\,300$ (p);
- 3. После третьего года хранения вклада:
- Сумма вклада возрастает до $1\,489\,300 \cdot 1,1 = 1\,638\,230$ (p);
- Дополнительное пополнение счета $1\,638\,230 + 133\,000 = 1\,771\,230$ (p);
- 4. После четвертого года хранения вклада:
- Сумма вклада возрастает до $1\,771\,230 \cdot 1,1 = 1\,948\,353$ (p).
-
- Ответ: 1 948 353 рубля.

**Спасибо за
внимание!**