

## Рухливість іонів

$$S = \frac{a \cdot t^2}{2} + V_0 \cdot t = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{eEt^2}{2M}$$

де  $e$  – заряд електрона (мається на увазі однозарядний іон),  $M$  – маса іона,  $a$  - прискорення, яке надається іону електричним полем ( $F=eE$  - сила, з якою діє електричне поле напруженістю  $E$  на заряд  $e$ ). Час між двома зіткненнями  $t = \frac{\lambda}{v_{тепл}}$ ,  $\lambda$  - довжина вільного пробігу іона в даному газі, яка дорівнює довжині вільного пробігу нейтральної молекули,  $v_{тепл}$  - швидкість, яка відповідає тепловому руху. В результаті швидкість дрейфу:

$$u = \frac{S}{t} = \frac{eE\lambda}{2Mv_{тепл}} = kE$$

Враховуючи, що  $\lambda = \lambda_0 \frac{p_0}{p}$ , де  $p_0$  - референтний тиск при якому  $\lambda = \lambda_0$

можна записати  $k = k_0 \frac{p_0}{p}$ , загально прийнято вважати  $p_0 = 1$

(одна атмосфера) і кінцева формула трансформується у вигляд:

$$u = k_0 \frac{E}{p}$$

Таким чином в першому наближенні швидкість дрейфу прямо пропорційна напруженості поля і обернено пропорційна тиску газу. Це співвідношення підтверджується експериментальними даними в широкому діапазоні значень  $\frac{E}{p}$

## Рухливість електронів

Поведінка електронів в газі **суттєво** відрізняється від іонів. Оскільки маса електрона дуже мала, електрон передає дуже малу частину енергії  $f$  (вона пропорційна відношенню маси електрона до маси молекули газу) при зіткненні з молекулою газу. Тому **він швидко набирає швидкість**, поки **втрати енергії за рахунок розсіювання (вони ростуть із збільшенням енергії) при зіткненні не зрівняються з добавкою від електричного поля – рівноважний стан**. В цьому випадку швидкість електрона може суттєво перевищувати швидкість теплового руху молекул газу і нею вже не можна нехтувати.

В рівноважному стані (коли енергія  $E_n = S \cdot F$ , що надається полем між двома

зіткненнями, віддається молекулам газу при зіткненні  $E_{\text{втрата}} = f \frac{mV_p^2}{2}$ ):

$$S \cdot F = f \frac{mV_p^2}{2} \longrightarrow \frac{u}{v} eE = f \frac{mV_p^2}{2}$$

## Рухливість електронів

В рівноважному стані (коли енергія  $E_{\text{п}} = S \cdot F$ , що надається полем між двома зіткненнями, віддається молекулам газу при зіткненні  $E_{\text{втрата}} = f \frac{mV_p^2}{2}$ ):

$$S \cdot F = f \frac{mV_p^2}{2} \longrightarrow \frac{u}{v} eE = f \frac{mV_p^2}{2}$$

Час між двома зіткненнями  $t_3 = \frac{1}{v}$

Тут  $v$  - кількість зіткнень за одиницю часу  $S = u \cdot t_3 = \frac{u}{v}$

$f$  - середня доля енергії, яка втрачається при зіткненні

$V_p$  - повна швидкість електрона (сума швидкості теплового руху і швидкості дрейфу)

$m$  - маса електрона

## Рухливість електронів

Оскільки кількість зіткнень за одиницю часу  $\nu = \frac{V_p}{\lambda} = \frac{V_p p}{\lambda_0 p_0}$ , тому

$$\frac{u}{v} eE = f \frac{m V_p^2}{2} \longrightarrow u e E = f \frac{m V_p^3 p}{2 \lambda_0 p_0}$$

З іншої сторони в стані динамічної рівноваги середня зміна (втрата) дрейфової складової імпульсу електрона  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}$  повинна дорівнювати добутку сили, з якою діє електричне поле на заряд електрона на середній час між зіткненнями  $\mathbf{e} \cdot \mathbf{E} \cdot t_3$

Цей час  $t_3 = \frac{\lambda}{V_p} = \lambda_0 \frac{p_0}{V_p p}$

Максимальна втрата імпульсу (зміна напрямку швидкості на протилежний при лобовому зіткненні легкого електрона з важким іоном)  $2\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}$ . Мінімальна втрата прямує до нуля при дотичному зіткненні. Середня втрата імпульсу дорівнюватиме  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}$  (більш точно це треба рахувати, усереднюючи по всіх необхідним параметрам).

## Рухливість електронів

Остаточно можна записати:

$$mu = eEt_3 \longrightarrow mu = eE\lambda_0 \frac{p_0}{V_p p} \longleftarrow t_3 = \frac{\lambda}{V_p} = \lambda_0 \frac{p_0}{V_p p}$$

Маємо систему рівнянь з двома невідомими:

$$\left| \begin{array}{l} mu = eE\lambda_0 \frac{p_0}{V_p p} \\ ueE = f \frac{mV_p^3 p}{2\lambda_0 p_0} \end{array} \right.$$

З якої знаходимо  $u$ :

$$u = \sqrt{\frac{e\lambda_0 p_0}{m}} \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \sqrt{\frac{E}{p}}$$

## Рухливість електронів

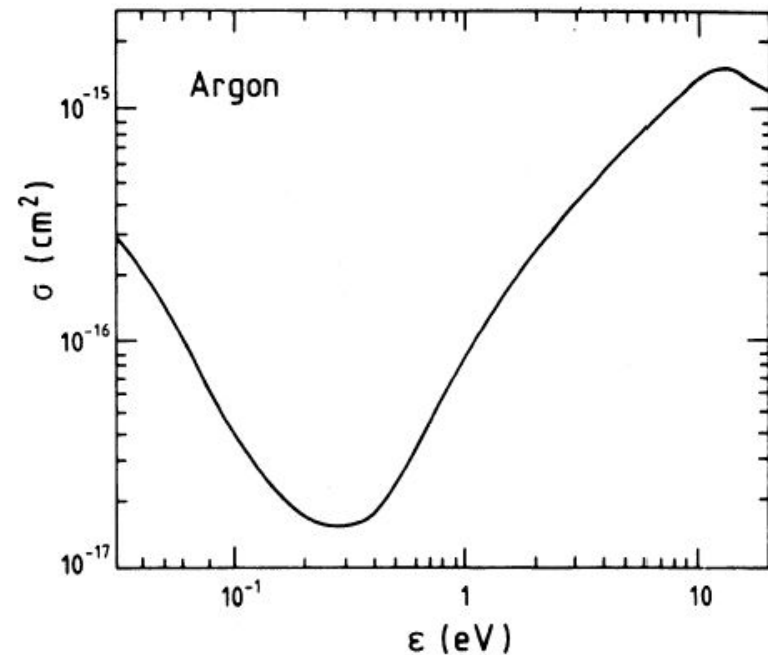
$$u = \sqrt{\frac{e\lambda_0 p_0}{m}} \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \sqrt{\frac{E}{p}}$$

Видно, що для електронів в граничному випадку, коли швидкість дрейфу суттєво перевищує швидкість теплового руху, маємо кореневу залежність від  $\frac{E}{p}$

В реальних газах залежність від  $\frac{E}{p}$  може бути більш складною, оскільки довжина вільного пробігу електронів  $\lambda$  (яка безпосередньо пов'язана з перерізом взаємодії) може залежати від енергії.

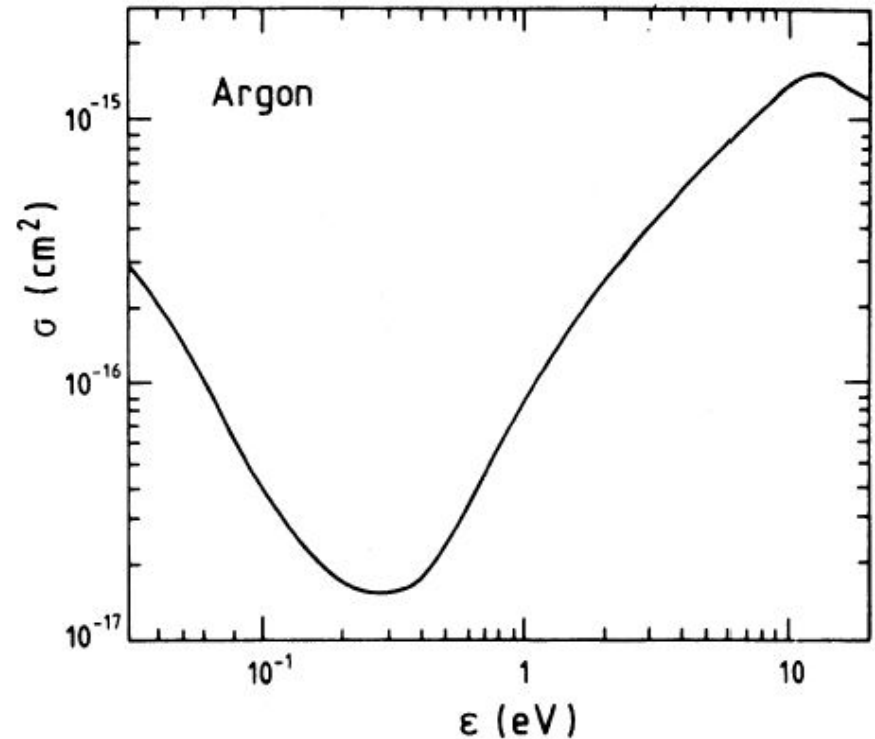
В реальних газах залежність від  $\frac{E}{p}$  може бути більш складною, оскільки довжина вільного пробігу електронів  $\lambda$  (яка безпосередньо пов'язана з перерізом взаємодії) може залежати від енергії. Також викладки змінюються, коли **можливі непружні зіткнення**, тобто електрон передає не маленьку долю  $f$  своєї енергії молекулі газу, а одразу збуджує цю молекулу, **втрачаючи більшу частину** своєї енергії

З рисунку видно, що переріз взаємодії електронів з аргоном має максимум в районі 13 еВ. Тому електрони в аргоні «розганяються» до високих енергій (близько 10 еВ – біля енергії збудження аргону 11,5 еВ).



**Переріз взаємодії електронів з молекулами аргону**

Якщо додати домішки вуглекислого газу  $\text{CO}_2$  (порядку кількох відсотків), то середня енергія електронів падає до 1 еВ. Це пов'язано з тим, що в молекули  $\text{CO}_2$  велика кількість рівнів збудження при низьких енергіях. Хоча відсоток домішок  $\text{CO}_2$  незначний, після багатьох зіткнень з молекулами інертного газу (основного наповнювача) у електрона є шанс непружно зіткнутися із молекулою вуглекислого газу та передати знічну частину своєї енергії. Але в розрахунках швидкості дрейфу електрона будуть враховуватися в основному зіткнення з молекулами інертного газу (наприклад, аргону), бо їх набагато більше. Отже енергія електронів нижча, переріз менший в кілька раз, а отже і середня довжина пробігу  $\lambda_0$  збільшується, і відповідно збільшується швидкість дрейфу.



Переріз взаємодії електронів з молекулами аргону

## *Теорема Рамо-Шоклі*

Якщо в просторі між довільно розташованими заземленими провідниками рухається заряд  $Ne$  зі швидкістю  $v_d$ , то в колі кожного провідника він визиває струм, величина якого дорівнює  $i = E_v Nev_d$ , де  $E_v$  означає складову по напрямку вектора швидкості напруженості електричного поля, яке б існувало в точці, де в даний момент знаходиться заряд  $Ne$ , при умові, що цей заряд видалено із системи провідників, а потенціал провідника, для якого визначається струм, дорівнює одиниці і всі інші провідники заземлені

Доведено, що можна не враховувати поле просторового заряду, оскільки воно компенсується зміною електростатичного поля між заземленими обкладинками-провідниками

Отже, якщо не приймати до уваги об'ємний заряд, то згідно закону збереження енергії можна стверджувати, що робота електричного поля для електронів дорівнює роботі, яка виконується джерелом струму:

$$NeE_x dx = Ui_e dt$$

Отже, якщо не приймати до уваги об'ємний заряд, то **згідно закону збереження енергії** можна стверджувати, що робота електричного поля для електронів дорівнює роботі, яка виконується джерелом струму:

$$NeE_x dx = Ui_e dt$$

де  $N$  – кількість пар носіїв заряду, яка утворилась в результаті процесу іонізації,  $E_x$  – напруженість електричного поля,  $U$  – зовнішня різниця потенціалів джерела напруги,  $i_e$  - струм в колі детектора, який пов'язаний з рухом електронів,  $e$  – заряд електрона. Аналогічний вираз можна записати і **для позитивних іонів**:

$$NeE_x dx = Ui_+ dt$$

**Струм, який пов'язаний з рухом електронів дорівнює:**

$$i_e = \frac{NeE_x}{U} \frac{dx}{dt} = \frac{NeE_x}{U} u_e$$

**Струм, який пов'язаний з рухом позитивних іонів дорівнює:**

$$i_+ = \frac{NeE_x}{U} \frac{dx}{dt} = \frac{NeE_x}{U} u_+$$

**Струм, який пов'язаний з рухом електронів дорівнює:**

$$i_e = \frac{NeE_x}{U} \frac{dx}{dt} = \frac{NeE_x}{U} u_e$$

$$NeE_x dx = Ui_+ dt$$

**Струм, який пов'язаний з рухом позитивних іонів дорівнює:**

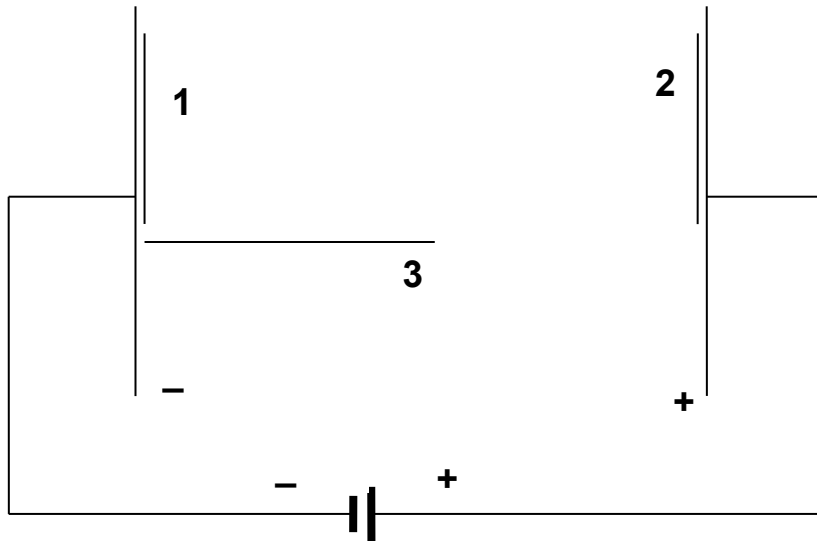
$$i_+ = \frac{NeE_x}{U} \frac{dx}{dt} = \frac{NeE_x}{U} u_+$$

**Сумарний струм дорівнює:**

$$i = i_+ + i_e = \frac{eE_x}{U} (N_e u_e + N_+ u_+)$$

$u_e$   $u_+$  - швидкість дрейфу електронів та іонів відповідно.

## Характеристики сигналу

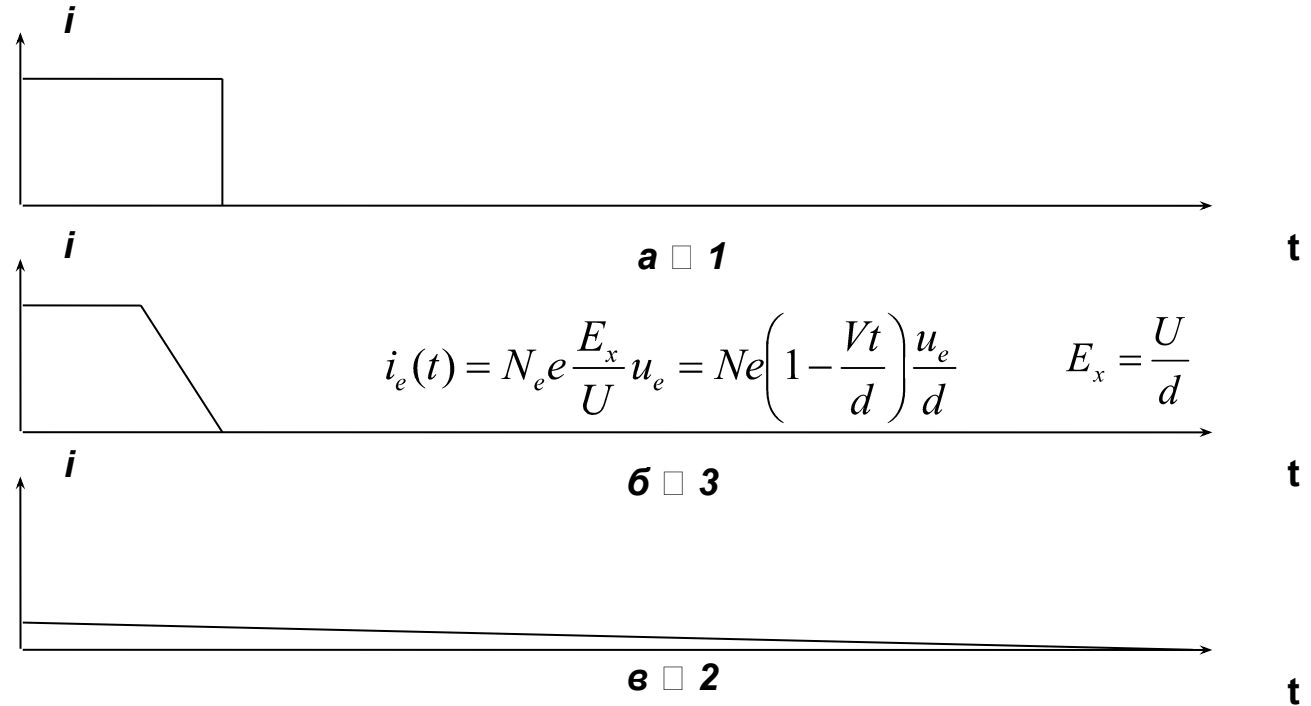
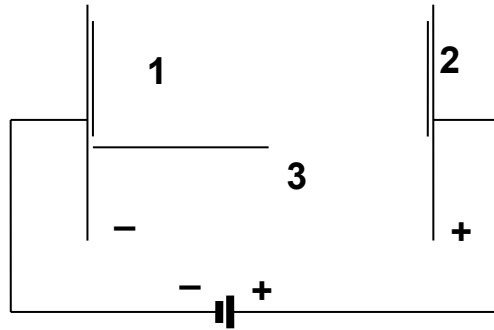


Двохелектродна плоскопаралельна іонізаційна камера

Розглянемо форму імпульсу струму в двохелектродній іонізаційній плоскопаралельній камері в залежності від того де утворилися первинні заряди.

### Три крайніх випадки:

- 1) коли іонізуюча частинка проходить паралельно електродам біля негативного електроду (шлях 1);
- 2) коли іонізуюча частинка проходить паралельно електродам біля позитивного електроду (шлях 2);
- 3) коли іонізуюча частинка проходить перпендикулярно електродам (шлях 3).



де  $V$  - швидкість збирання електронів на аноді, для нашого випадку дорівнює  $u_e$

Також враховано, що напруженість поля для плоскопаралельних пластин

$$E_x = \frac{U}{d}$$

### Струм детектора - двохелектродної плоскопаралельної іонізаційної камери

Із розглянутого видно, що у випадку, коли збирати тільки електрони чи тільки іони - **амплітуда струму, час його протікання і загальний зібраний заряд залежать від місця утворення треку**. Це сильно ускладнює як амплітудний, так і часовий аналіз. Навіть якщо іонізуючі частинки мають однакову енергію, яку вони витратили в детекторі на іонізацію робочого газу, в залежності від місця їх реєстрації буде зібрано різний заряд (для електронів чи іонів), і це не дасть точно визначити енергію частинки. Такий ефект називається **індукційним**, коли підкреслюється різна амплітуда сигналу в залежності від часу збирання заряду на конденсаторі (неповне збирання), тоді ще такий ефект називається **балістичним**.

**Можна показати, що загальний зібраний заряд електронів і іонів не залежить від місця утворення треку.**

**Розглянемо залежність напруги на конденсаторі  $C$  від часу, вважаючи, що  $R=\infty$  (рис. 2 слайди назад, б).**

Величина імпульсу напруги від збирання електронів (іонів):

$$V_{e(+)}(t) = \frac{Q_{e(+)}(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i_{e(+)}(t) dt$$

Для спрощення розрахунку вважатимемо, що початковий електричний заряд  $q=Ne$  локалізовано, тобто розміри області, в якій сконцентровано іонізаційний ефект (трек), малі в порівнянні з розмірами іонізаційної камери і відсутня дифузія.

**Якщо збирати заряд час  $T_{e(+)}$ , тоді маємо:**

$$V_{e(+)}(t) = \frac{Q_{e(+)}(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^{T_{e(+)}} i_{e(+)}(t) dt$$

Якщо збирати заряд час  $T_{e(+)}$ , тоді маємо:

$$V_{e(+)}(t) = \frac{Q_{e(+)}(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^{T_{e(+)}} i_{e(+)}(t) dt$$

$$V_{e(+)}(T_{e(+)})) = \frac{1}{C} \int_0^{T_{e(+)}} i_{e(+)}(t) dt = \frac{Ne}{CU} \int_0^{T_{e(+)}} u_{e(+)} E_x(x) dt = \frac{q}{CU} \int_0^{T_{e(+)}} \frac{dx}{dt} E_x(x) dt = \frac{q}{CU} \int_{X_0}^{X_{e(+)}} E_x(x) dx$$

Тут нульовому моменту часу відповідає координата початкової локалізації утвореного заряду  $X_0$ , а часу збирання  $T_{e(+)}$  - координата відповідного електрода ( $X_{e(+)}$  - аноду(катоду))

Оскільки робота електричних сил визначається тільки величиною різниці потенціалів, амплітуду імпульсу можна записати у вигляді:

$$V_{e(+)}(T_{e(+)} ) = \frac{q}{CU} (U_{A(K)} - U_0)$$

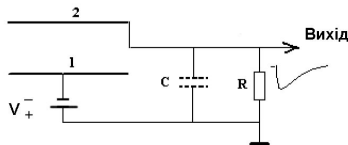
$U_{A(K)}$  - потенціал відповідного електроду (А - анод, К - катод)

Повна амплітуда імпульсу на конденсаторі визначається як алгебраїчна сума іонної та електронної складових:  $V = V_e(T_e) + V_+(T_+)$

$$V = V_e(T_e) + V_+(T_+) = \frac{q}{CU} (U_A - U_0) - \frac{q}{CU} (U_K - U_0) = \frac{q}{CU} (U_A - U_K) = \frac{q}{CU} U = \frac{q}{C}$$

Знак мінус перед доданком  $V_+(T_+)$

з'являється тому, що напруга вимірюється на верхній обкладинці конденсатора відносно нижньої, а струм іонів збільшує позитивний заряд на нижній обкладинці, що можна розглядати як рівний за величиною, але протилежний заряд на верхній обкладинці конденсатора.



Отже отримали важливий результат, що **амплітуда сумарного імпульсу напруги (суми електронного та іонного вкладів) не залежить від місця утворення початкового заряду** і дорівнює відношенню повного заряду, що утворився на ємність конденсатора, на який він зібрався – тобто, **індукційний (балістичний) ефект відсутній**.

Даний висновок про рівність  $V = \frac{q}{C}$  вірний тільки для випадку, коли  $R = \infty$ . Для скінченного значення  $R$  частина заряду, який збирається на ємності розряджається через цей опір. Тому амплітуда сигналу нижча за максимально можливу  $\frac{q}{C}$

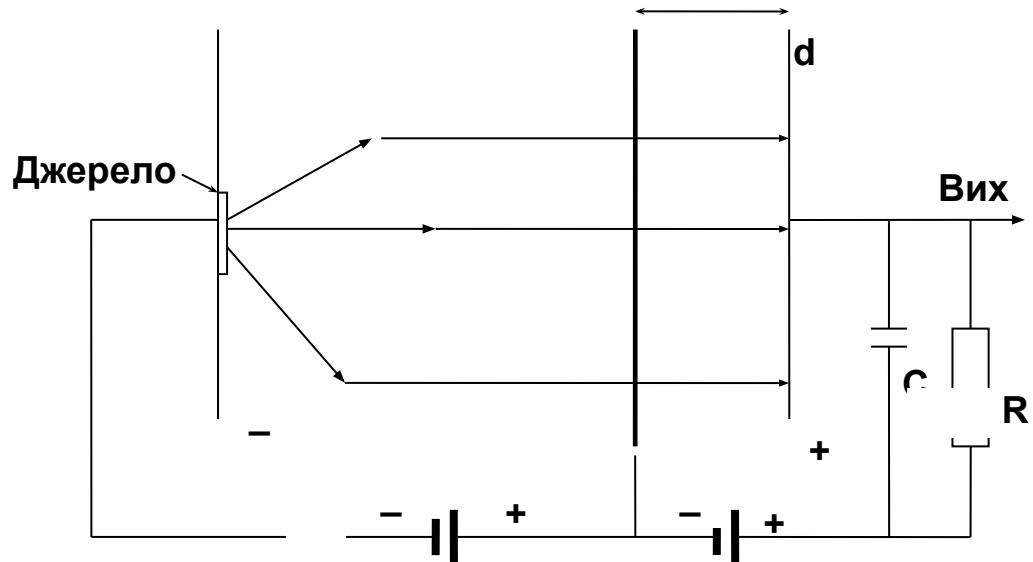
Для того, щоб уникнути балістичного (індукційного) ефекту необхідно **повністю зібрати як всі електрони, так і всі іони**, які утворилися в результаті первинної іонізації. Але іони рухаються повільно. Для їх повного збирання в іонізаційній камері **необхідний час порядку мілісекунд**. Такі камери називають **камери в режимі повного збирання (з іонним збиранням)**.

Для того, щоб уникнути балістичного (індукційного) ефекту необхідно повністю зібрати як всі електрони, так і всі іони, які утворилися в результаті первинної іонізації. Але іони рухаються повільно. Для їх повного збирання в іонізаційній камері **необхідний час порядку мілісекунд**. Такі камери називають *камери в режимі повного збирання (з іонним збиранням)*.

**Для збору електронів достатньо мікросекунд і менше.** Тому для отримання прийнятних часових характеристик **бажано використовувати тільки збір електронів**. Але при цьому проявляється негативний вплив балістичного ефекту. Для його усунення використовують ускладнену конструкцію іонізаційної камери – **камеру з сіткою**.

## Камера з сіткою

Всі електрони проходять однакову відстань  $d$  між сіткою і анодом. Тому амплітуда імпульсу на аноді не залежить від місця утворення треку – забезпечується висока роздільна здатність по енергії, **від 2% для неколімованого джерела до 0.5% для альфа-частинок з енергіями 4 - 5 Мев у випадку використання тонких джерел з дюзами**. Дюзи виконують роль коліматорів, які пропускають тільки частинки, які вилітають із джерела під одним кутом (близьким до перпендикулярного до поверхні джерела).



При цьому відсутній розкид по енергії в джерелі, пов'язаний з різними пробігами в ньому (а отже і енергетичними втратами), в залежності від кута. Роздільний час іонізаційної камери в режимі збирання електронів може досягати величин **кращих за  $10^{-6}$  с**