



Розділ 8 ХВИЛЬОВІ ЯВИЩА НА ГРАНИЦІ РОЗПОДІЛУ ДВОХ СЕРЕДОВИЩ

LOGO

Зміст



8.1

Основні поняття та закони

8.2

Похиле падіння електромагнітної хвилі на границю розподілу двох середовищ

8.3

Явище повного відбивання електромагнітної хвилі

8.4

Явище повного проходження електромагнітної хвилі. Кут Брюстера

8.5

Утворення середовища без відбитих електромагнітних хвиль

8.6

Висновки

8.7

Контрольні питання та завдання



8.1. Основні поняття та закони

8.1.1. Процеси на межі двох середовищ

Припустимо, що на границю розподілу двох середовищ під кутом φ падає плоска ЕМХ (пряма хвиля) – рис. 8.1.

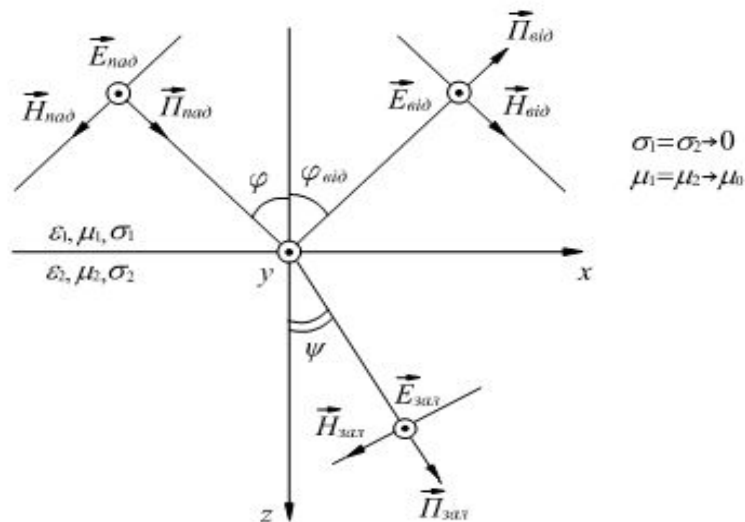
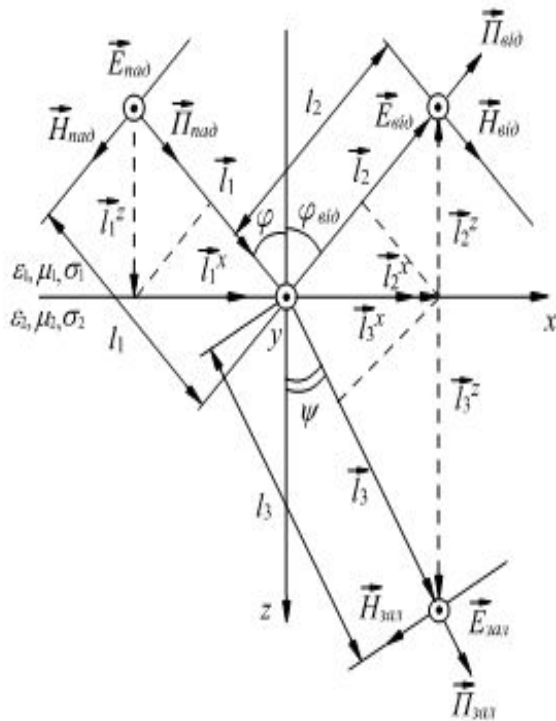


Рисунок 8.1 Процес падіння плоскої хвилі

Вона частково відбивається та проходить в інше середовище. Всі кути - падіння (φ), відбиття (φ_{sid}) та заломлення (ψ) - відраховують від нормалі до границі розподілу.

Площина падіння хвилі - це площина, в якій розмішені нормаль до границі поділу та вектор Пойнтинга.

8.1.2. Закони Снелліуса



Нехай на границю розподілу двох діелектриків падає плоска лінійно поляризована хвиля, всі складові якої змінюються за гармонічними законами:

$$\vec{E}_{nad} = \vec{E}_{my1} e^{-j\beta_1 l_1}, \quad (8.1-1)$$

$$\vec{E}_{sid} = \vec{E}_{my2} e^{-j\beta_2 l_2}, \quad (8.1-2)$$

$$\vec{E}_{zai} = \vec{E}_{my3} e^{-j\beta_2 l_3}, \quad (8.1-3)$$

де l відображає напрямок поширення хвилі.

Згадаємо розв'язок хвильового рівняння, зробивши заміну r на l :

$$E(t, l) = E_m e^{-\alpha l} \cos(\omega t - \beta l + \theta).$$

При поширенні хвилі в середовищі без втрат (тобто $\sigma = 0$ та $\alpha = 0$) маємо:

$$E(t, l) = E_m \cos(\omega t - \beta l + \theta),$$

звідки:

$$\vec{E} = \vec{E}_m e^{j\omega t} e^{-j\beta l}.$$

Рисунок 8.2 До визначення законів Снелліуса



З креслення (рис. 8.2) можна записати:

$$l_1 = l_1^x + l_1^z = x \sin \varphi + z \cos \varphi$$

$$l_2 = l_2^x + l_2^z = x \sin \varphi_{\text{від}} - z \cos \varphi_{\text{від}}$$

$$l_3 = l_3^x + l_3^z = x \sin \psi + z \cos \psi$$

Звідки

$$\vec{E}_{\text{над}} = \vec{E}_{m \text{ над}} - j\beta_1(x \sin \varphi + z \cos \varphi)$$

$$\vec{E}_{\text{від}} = \vec{E}_{m \text{ від}} - j\beta_1(x \sin \varphi_{\text{від}} - z \cos \varphi_{\text{від}})$$

$$\vec{E}_{\text{зал}} = \vec{E}_{m \text{ зал}} - j\beta_2(x \sin \psi + z \cos \psi)$$

$$\vec{E}_{\text{над}} - j\beta_1 x \sin \varphi + j\beta_1 z \cos \varphi = \vec{E}_{\text{від}} - j\beta_1 x \sin \varphi_{\text{від}} + j\beta_1 z \cos \varphi_{\text{від}} = \vec{E}_{\text{зал}} - j\beta_2 x \sin \psi$$

Це співвідношення є справедливим для будь-яких значень x , якщо показники степенів рівні між собою, тобто:

$$\beta_1 \sin \varphi = \beta_1 \sin \varphi_{\text{від}} = \beta_2 \sin \psi$$

$$\sin \varphi = \sin \varphi_{\text{від}} \quad \text{звідки} \quad \varphi = \varphi_{\text{від}}$$

тобто кут падіння дорівнює куту відбивання - *перший закон Снелліуса*.

За *другим законом Снелліуса* - відношення синусів кутів падіння і заломлення обернено пропорційне до відношення коефіцієнтів β відповідних середовищ (це впливає з рівності двох останніх компонентів

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_{\text{зал}}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$$



З урахуванням того, що $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ та кутова частота процесу в обох середовищах однакова (тобто $\omega_1 = \omega_2 = \omega$), з останнього виразу отримуємо:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{\omega \varepsilon_2} \right)^2} + 1 \right]}{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\omega \varepsilon_1} \right)^2} + 1 \right]} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}.$$

За умов немагнітного середовища (тобто при $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$), маємо:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}.$$

Зв'язок між амплітудами падаючої, заломленої та відбитої хвилі встановлюють коефіцієнтами відбиття та заломлення, які мають назву коефіцієнтів Френеля.

Коефіцієнт відбиття хвилі \dot{R} (від англ. reflection – “відбиття”):

$$\dot{R} = \frac{\dot{E}_{\text{від}}}{\dot{E}_{\text{пад}}}.$$

Коефіцієнт проходження хвилі \dot{T} (від англ. transition – “проходження”):

$$\dot{T} = \frac{\dot{E}_{\text{зал}}}{\dot{E}_{\text{пад}}}.$$



8.2. Похиле падіння електромагнітної хвилі на границю розподілу двох середовищ

8.2.1. Вектор \vec{E} розташований в площині, яка перпендикулярна до площини падіння

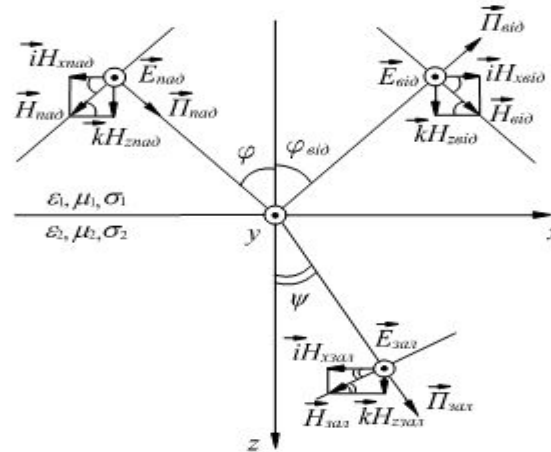


Рисунок 8.4 Процес падіння ЕМХ з вектором \vec{E} , розташований перпендикулярно до площини падіння

Як відомо, на границі розподілу двох середовищ значення тангенціальних складових \vec{E} в цих середовищах однакове:

$$\dot{E}_{t1} = \dot{E}_{t2},$$

тобто на границі розподілу ($z = 0$), маємо:

$$\dot{E}_{\text{пад}} + \dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{\text{зал}}. \quad (8.2-1)$$



За умови відсутності поверхневого струму на границі розподілу, спроектувавши на вісь x , також маємо:

$$\dot{H}_{r1} = \dot{H}_{r2},$$

тобто

$$(\dot{H}_{\text{пад}} + \dot{H}_{\text{від}}) \cos \varphi = -\dot{H}_{\text{зал}} \cos \psi, \quad (8.2-2)$$

або

$$(-\dot{H}_{\text{пад}} + \dot{H}_{\text{від}}) = \dot{H}_{\text{зал}} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi}. \quad (8.2-2a)$$

$$\left. \begin{aligned} 1 + \dot{R}_{\perp} &= \dot{T}_{\perp} \\ 1 - \dot{R}_{\perp} &= \dot{T}_{\perp} \frac{\dot{Z}_{w1} \cos \psi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (8.2-4)$$

Після розв'язку системи (8.2-4) для вектора \vec{E} , перпендикулярного до площини падіння, отримуємо коефіцієнти Френеля (проходження та відбиття відповідно):

$$\dot{T}_{\perp} = \frac{2\dot{Z}_{w2} \cos \varphi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi + \dot{Z}_{w1} \cos \psi}, \quad (8.2-5)$$

$$\dot{R}_{\perp} = \frac{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi - \dot{Z}_{w1} \cos \psi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi + \dot{Z}_{w1} \cos \psi}. \quad (8.2-6)$$



8.2.2. Вектор розташований у площині падіння (у площині, паралельній до площини падіння)

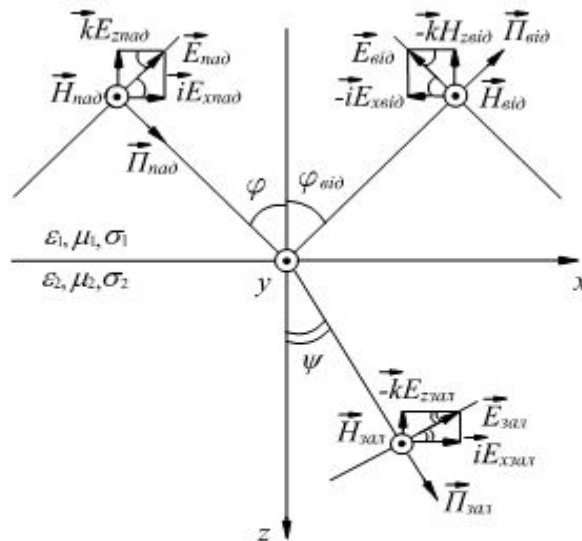


Рисунок 8.5 Процес падіння ЕМХ з вектором \vec{E} , розташованим паралельно до площини падіння

Вважаємо, що обидва середовища – діелектрики, та на границі розподілу струму немає. За аналогічною методикою розрахунку, що і в попередньому підрозділі отримуємо наступну систему:



$$\left. \begin{aligned} 1 + \dot{R}_{\parallel} &= \dot{T}_{\parallel} \frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \\ 1 - \dot{R}_{\parallel} &= \dot{T}_{\parallel} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (8.2-11)$$

Після розв'язання системи рівнянь (8.2-11) для вектора, паралельного до площини падіння, отримаємо коефіцієнти Френеля (проходження та відбиття відповідно)

$$\dot{T}_{\parallel} = \frac{2\dot{Z}_{w2}\cos\varphi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}, \quad (8.2-12)$$

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{\dot{Z}_{w1}\cos\varphi - \dot{Z}_{w2}\cos\psi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}. \quad (8.2-13)$$



8.3 Явище повного внутрішнього відбиття

Визначимо кут падіння ЕМХ на границю розподілу двох діелектриків, при якому заломлена хвиля відсутня - рис. 8.6. Будемо вважати, що: $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ та $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

Ситуації різні для різних співвідношень між ε_1 та ε_2 .

За другим законом Снелліуса:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} \quad (8.3-1)$$

За умови $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ має місце нерівність $\varphi < \psi$.

Оскільки кути φ та ψ (рис. 8.6) однозначно зв'язані другим законом Снелліуса, то із збільшенням кута падіння збільшуватиметься кут заломлення. За умов деякого кута $\varphi = \varphi_0$ кут заломлення досягне 90 градусів.

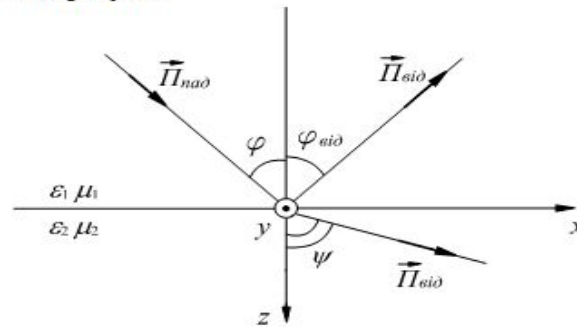


Рисунок 8.6 До визначення кута повного внутрішнього відбиття

Кут, за якого заломлення немає: $\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}$



8.4 Явище повного проходження електромагнітної хвилі. Кут Брюстера

З'ясуємо, за яких умов хвиля, що падає на границю двох середовищ, повністю проходить в інше середовище без відбиття від границі, тобто

$R = 0$, $T = 1$ для двох ситуацій розміщення векторів \vec{E} відносно площини падіння.

Кут падіння хвилі, за якого відсутнє відбиття від границі розподілу, має назву *кут Брюстера*.



8.4.1 Вектор \vec{E} розташований у площині падіння (паралельна поляризація)

Коефіцієнт відбиття у цьому випадку після ділення чисельника та знаменника (8.2-13)

на \dot{Z}_{w1} має вигляд:

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \cos \varphi - \cos \psi}{\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \cos \varphi + \cos \psi}. \quad (8.4-1)$$

За умови $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ та $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ маємо:

$$\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} = \frac{\sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{j\omega\varepsilon_1 + \sigma}}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{j\omega\varepsilon_2 + \sigma}}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \quad (8.4-2)$$

Підставимо у (8.4-1) формулу (8.4-2):

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \varphi - \cos \psi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \varphi + \cos \psi}. \quad (8.4-3)$$

На основі другого закону Снелліуса отримуємо:

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \sin \varphi_{Бр}. \quad (8.4-7)$$

$$\sin^2 \psi = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-8)$$

Скориставшись перетворенням $1 - \sin^2 \psi = 1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_{Бр}$ з (8.4-8) та (8.4-6), отримуємо:

$$1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_{Бр} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} (1 - \sin^2 \varphi_{Бр}) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sin^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-9)$$

або

$$1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) \sin^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-9a)$$

далі

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \left(\frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_2} \right) \sin^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-9б)$$

звідки

$$\sin^2 \varphi_{Бр} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{1}{1 + \varepsilon_1 / \varepsilon_2}. \quad (8.4-9в)$$

Після перетворень маємо:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{\sin^2 \varphi_{Бр}} - 1 = \frac{1 - \sin^2 \varphi_{Бр}}{\sin^2 \varphi_{Бр}} = \frac{\cos^2 \varphi_{Бр}}{\sin^2 \varphi_{Бр}}. \quad (8.4-9г)$$

тобто

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \operatorname{ctg}^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-10)$$

Таким чином кут Брюстера визначають за наступною формулою:

$$\varphi_{Бр} = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad (8.4-11)$$



8.4.2 Вектор \vec{E} розташований у площині, що є перпендикулярною до площини падіння (перпендикулярна поляризація)

$$R_{\perp} = \frac{\cos \varphi_{Бр} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi}{\cos \varphi_{Бр} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi}. \quad (8.4-11)$$

За умови $R_{\perp} = 0$ маємо:

$$\cos \varphi_{Бр} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi. \quad (8.4-12)$$

$$1 - \sin^2 \varphi_{Бр} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sin^2 \psi. \quad (8.4-13)$$

За другим законом Снелліуса:

$$\frac{\sin \varphi_{Бр}}{\sin \psi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}},$$

звідки маємо:

$$\sin^2 \psi = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_{Бр}. \quad (8.4-14)$$

$$1 - \sin^2 \varphi_{Бр} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_{Бр},$$

$$1 - \sin^2 \varphi_{Бр} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \varphi_{Бр}, \quad (8.4-15)$$

$$1 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \text{ або } \varepsilon_2 = \varepsilon_1. \quad (8.4-16)$$

З отриманого співвідношення випливає, що повне проходження електромагнітної хвилі за умови, коли вектор \vec{E} є нормальним до площини падіння, спостерігається тільки у випадку $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, тобто в однорідному середовищі, а це означає, що границі розподілу немає.



8.5 Утворення невідбивального середовища

Для виготовлення безтунелів приміщень, в яких, наприклад, випробовують антени пристрої, потрібні штучні матеріали, які не відбивають електромагнітні хвилі.

З формули $R = \frac{Z_{w2} - Z_{w1}}{Z_{w2} + Z_{w1}}$ (нормальне падіння ЕМХ на границю розподілу) випливає,

що коефіцієнт відбиття від границі розподілу буде дорівнювати нулю лише за умови $Z_{w2} = Z_{w1}$. Ця рівність еквівалентна наступній:

Практичний метод створення невідбиваючого покриття полягає у використанні ефекту багатократних відбивань. Для прикладу розглянемо середовище, поверхня якого виконана ребристою - рис. 8.7.

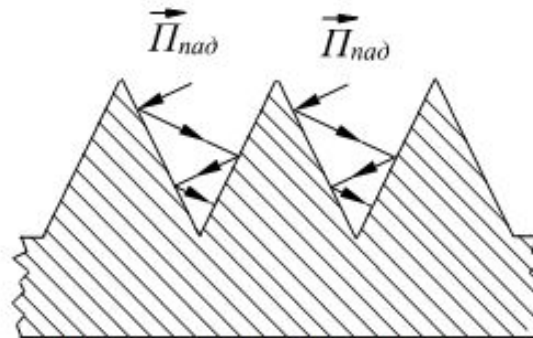


Рисунок 8.7 До утворення невідбиваючого середовища

При похилому падінні плоскої ЕМХ в пазах структури відбуватимуться багатократні відбивання, кожне з яких буде супроводжуватись розсіюванням частини енергії хвилі. Як результат - амплітуда відбитої хвилі є значно меншою за амплітуду хвилі, що падає.

Такому способу компенсації відбивання притаманний ряд недоліків. Так коефіцієнт відбиття в тій чи іншій мірі залежить від кута падіння та від робочої частоти.



8.6 Висновки

1. За умов падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ відбувається *відбивання та заломлення хвилі*.

2. Перший закон Снелліуса – кут відбивання дорівнює куту падіння: $\varphi_{e_2} = \varphi_{i_2}$.

3. Другий закон Снелліуса – відношення синусів кутів падіння і заломлення обернено пропорційне відношенню коефіцієнтів заломлення відповідних середовищ:

$$\frac{\sin \varphi_{i_2}}{\sin \varphi_{e_2}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}.$$

4. Зв'язок між амплітудами хвилі, що падає, відбитої та заломленої хвиль визначають коефіцієнтами Френеля – R та T .

5. Коефіцієнти Френеля для ситуації, якщо вектор \vec{E} розташовано у площині, яка є перпендикулярною площині падіння:

$$T_{\perp} = \frac{2Z_{w2} \cos \varphi}{Z_{w2} \cos \varphi + Z_{w1} \cos \psi}, \quad R_{\perp} = \frac{Z_{w2} \cos \varphi - Z_{w1} \cos \psi}{Z_{w2} \cos \varphi + Z_{w1} \cos \psi}.$$

6. Коефіцієнти Френеля для ситуації, якщо вектор \vec{E} розташовано у площині, яка є паралельною площині падіння:

$$T_{\parallel} = \frac{2Z_w \cos \varphi}{Z_{w2} \cos \psi + Z_{w1} \cos \varphi}, \quad \dot{E}_{\parallel} = \frac{Z_w \cos \varphi - Z_{w2} \cos \psi}{Z_{w2} \cos \psi + Z_{w1} \cos \varphi}.$$

7. Явище повного внутрішнього відбивання має місце лише за умови: $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Кут, за

якого заломлення відсутнє: $\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$.



8. Кут падіння хвилі, за якого відсутнє відбивання від границі розподілу двох середовищ, має назву кут Брюстера.

9. Для ситуації, якщо вектор \vec{E} розташовано паралельно площині падіння:

$$\varphi_{AB} = \arctg \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} .$$

10. Для ситуації, якщо вектор \vec{E} розташовано перпендикулярно площині падіння, повне проходження може бути лише за $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, тобто в однорідному середовищі.

11. Практичний метод створення не відбивального покриття реалізовано внаслідок ефектів багатократного відбивання та поглинання із застосуванням пірамідальних структур.



8.7. Контрольні питання та завдання

1. Сформулюйте загальні положення процесу падіння електромагнітних хвиль на межу двох середовищ.
2. Наведіть визначення поняття «площина падіння хвилі».
3. Охарактеризуйте закони Снелліуса.
4. Поясніть, за яких умов відбувається відбивання та заломлення електромагнітної хвилі.
5. Сформулюйте сутність коефіцієнтів відбиття та проходження електромагнітної хвилі (коефіцієнти Френеля).
6. Визначте коефіцієнти Френеля за умов похилого падіння електромагнітної хвилі на границю розподілу двох середовищ, якщо вектор зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння.
7. Визначте коефіцієнти Френеля за умов похилого падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ, якщо вектор зорієнтовано паралельно площині падіння.
8. Наведіть сутність і умови явища повного внутрішнього відбивання.
9. Наведіть сутність явища повного проходження електромагнітних хвиль, визначте умови, за яких вони можуть відбуватися, та сформулюйте сутність поняття «Кут Брюстера».
10. Поясніть у чому полягає практичний метод створення не відбивального середовища.