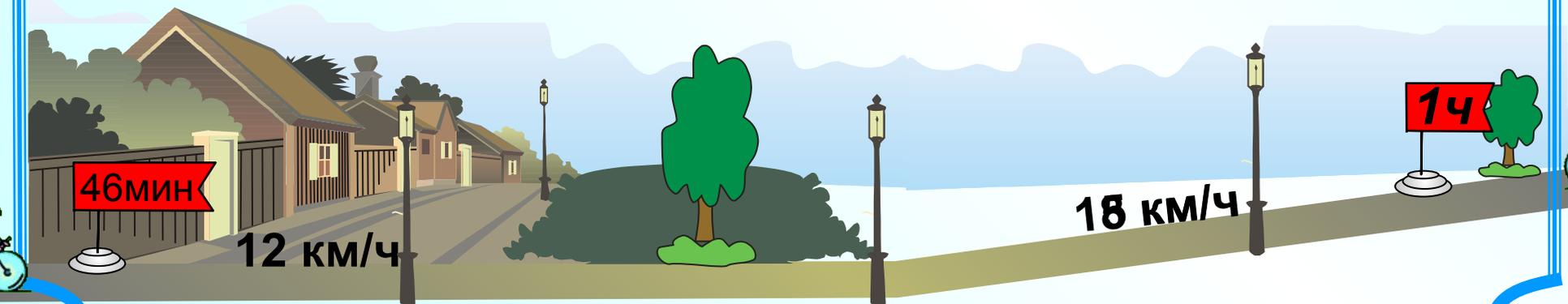


Задачи на движение. Математические модели

«Текстовые задачи по математике», 9 класс.

1. Путь от поселка до озера идет сначала горизонтально, а затем в гору. Велосипедист, добираясь до озера и обратно, на горизонтальном участке пути ехал со скоростью 12 км/ч, на подъеме – со скоростью 8 км/ч, а на спуске со скоростью 15 км/ч. Путь от поселка до озера у него занял 1 час, а обратный путь – 46 минут. Найдите расстояние от поселка до озера.



1. Путь от поселка до озера идет сначала горизонтально, а затем в гору. Велосипедист, добираясь до озера и обратно, на горизонтальном участке пути ехал со скоростью 12 км/ч, на подъеме – со скоростью 8 км/ч, а на спуске со скоростью 15 км/ч. Путь от поселка до озера у него занял 1 час, а обратный путь – 46 минут. Найдите расстояние от поселка до озера.

Путь от поселка до озера

	$S, \text{км}$	$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$
1 участок	x	12	$\frac{x}{12}$
2 участок	y	8	$\frac{y}{8}$

Путь от озера до поселка

	$S, \text{км}$	$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$
2 участок	y	15	$\frac{y}{15}$
1 участок	x	12	$\frac{x}{12}$

Составьте и решите систему уравнений самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.



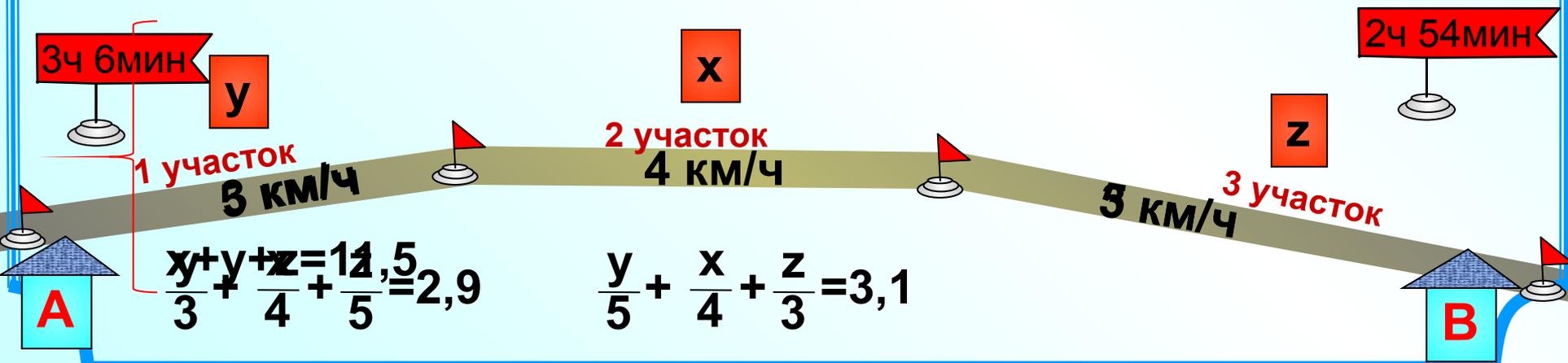
2. Дорога из А в В длиной 11,5 км идет сначала в гору, затем по равнине и, наконец, под гору. Пешеход на путь от А до В затратил 2 ч 54 мин, а на обратную дорогу – 3 ч 6 мин. Скорость его ходьбы в гору была 3 км/ч, на равнине – 4 км/ч, а под гору – 5 км/ч. Сколько километров составляет та часть пути, которая идет по равнине?

Путь из А в В

	$S, \text{км}$	$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$
1 участок	y	3	$\frac{y}{3}$
Искомый 2 участок	x	4	$\frac{x}{4}$
3 участок	z	5	$\frac{z}{5}$

Путь из В в А

	$S, \text{км}$	$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$
3 участок	z	3	$\frac{z}{3}$
Искомый 2 участок	x	4	$\frac{x}{4}$
1 участок	y	5	$\frac{y}{5}$



$$\begin{cases} \frac{y}{3} + \frac{x}{4} + \frac{z}{5} = 2,9 \\ \frac{y}{5} + \frac{x}{4} + \frac{z}{3} = 3,1 \\ x + y + z = 11,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8y}{15} + \frac{x}{2} + \frac{8z}{15} = 6 \quad / \cdot 30 \\ \frac{y}{5} + \frac{x}{4} + \frac{z}{3} = 3,1 \\ x + y + z = 11,5 \end{cases}$$

$$16y + 15x + 16z = 180$$

$$\begin{cases} 16(y+z) + 15x = 180 \\ \frac{y}{5} + \frac{x}{4} + \frac{z}{3} = 3,1 \\ y + z = 11,5 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16(11,5 - x) + 15x = 180 \\ \frac{y}{5} + \frac{x}{4} + \frac{z}{3} = 3,1 \\ y + z = 11,5 - x \end{cases}$$

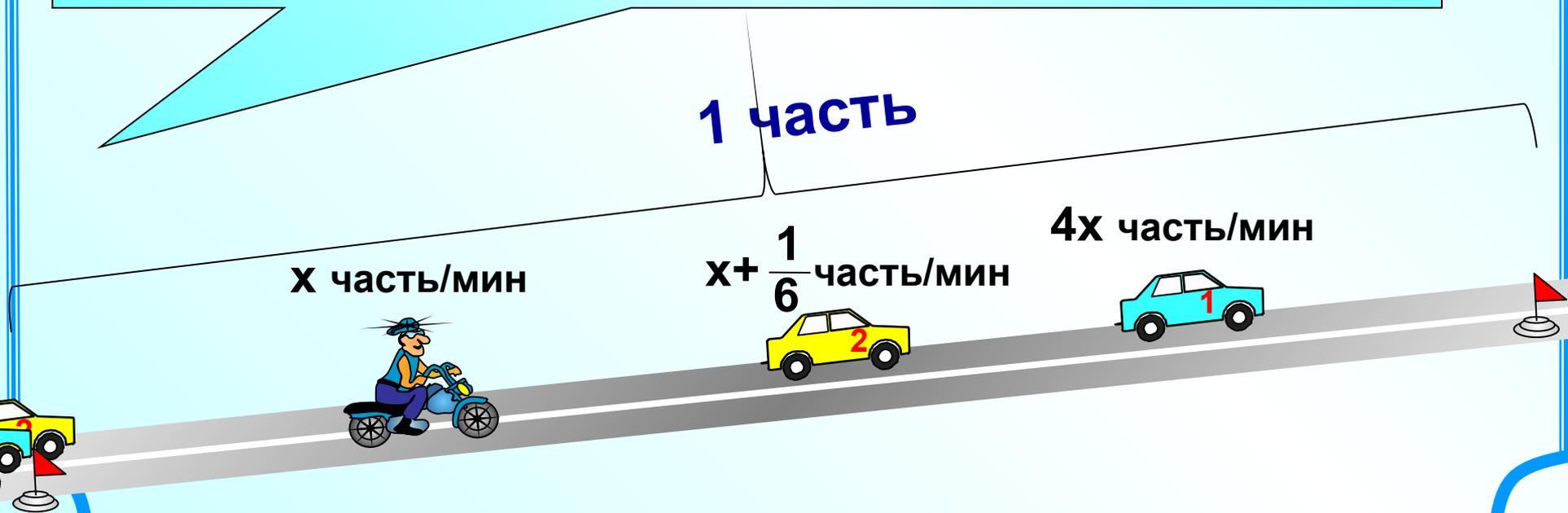
$$\begin{aligned} 184 - 16x + 15x &= 180 \\ -x &= -4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Значения y и z можно не вычислять, т.к. в задаче требуется найти только длину горизонтального участка.

Ответ: длина горизонтального участка 4 км.

3. В заезде на одну и ту же дистанцию участвовали два автомобиля и мотоцикл. Второму автомобилю на всю дистанцию потребовалось на 1 мин больше, чем первому. Первый автомобиль двигался в 4 раза быстрее мотоцикла. Какую часть дистанции в минуту проходил второй автомобиль, если он проходил в минуту на $\frac{1}{6}$ дистанции больше, чем мотоцикл, а мотоцикл прошел дистанцию меньше, чем за 10 мин?

Мы привыкли, что скорость в задачах измеряется в км/ч, м/с или м/мин. Но часто в задаче путь неизвестен, но известно за какое время он пройден. Весь путь можно рассмотреть как 1 часть, тогда единицы скорости: часть/ч или часть/мин... Рассмотрим примеры таких задач. ❌



3. В заезде на одну и ту же дистанцию участвовали два автомобиля и мотоцикл. Второму автомобилю на всю дистанцию потребовалось на 1 мин больше, чем первому. Первый автомобиль двигался в 4 раза быстрее мотоцикла. Какую часть дистанции в минуту проходил второй автомобиль, если он проходил в минуту на $\frac{1}{6}$ дистанции больше, чем мотоцикл, а мотоцикл прошел дистанцию меньше, чем за 10 мин?

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

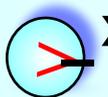
$$t = \frac{S}{v}$$



	v , часть/мин	S , часть	t , мин
1 автомобиль	$4x$	1	$\frac{1}{4x}$
2 автомобиль	$x + \frac{1}{6}$	1	$\frac{1}{x + \frac{1}{6}}$
МОТОЦИКЛИСТ	x	1	$\frac{1}{x}$

На 1 мин

$$\frac{1}{x + \frac{1}{6}}$$



x часть/мин
на 1 мин
 $\frac{1}{4x}$



$x + \frac{1}{6}$ часть/мин



$4x$ часть/мин



$$\frac{1}{x + \frac{1}{6}} - \frac{1}{4x} = 1 \quad / \cdot 4x(x + \frac{1}{6})$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq 0, \quad x \neq -\frac{1}{6}$$

$$4x - (x + \frac{1}{6}) = 4x(x + \frac{1}{6})$$

$$4x - x - \frac{1}{6} = 4x^2 + \frac{2}{3}x$$

Используем формулу для вычисления корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом



$$D/4 = k^2 - ac$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D/4}}{a}$$

	V , часть/мин	S , часть	t , мин
1 автомобиль	4x	1	$\frac{1}{4x}$
2 автомобиль	$x + \frac{1}{6}$	1	$\frac{1}{x + \frac{1}{6}}$
МОТОЦИКЛИСТ	x	1	$\frac{1}{x}$



Проверим, оба ли корня удовлетворяют условию задачи, может среди них есть посторонний корень? Найдем время мотоциклиста...

$$x = \frac{7 \pm 5}{24} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{12}, & t_{\text{мот}} = 1 : \frac{1}{12} = 12 \text{ (мин), не уд. усл.} \\ x_2 = \frac{1}{2}, & t_{\text{мот}} = 1 : \frac{1}{2} = 2 \text{ (мин)} \end{cases}$$

«мотоцикл прошел дистанцию меньше, чем за 10 мин»

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \text{ (часть/мин)}$$

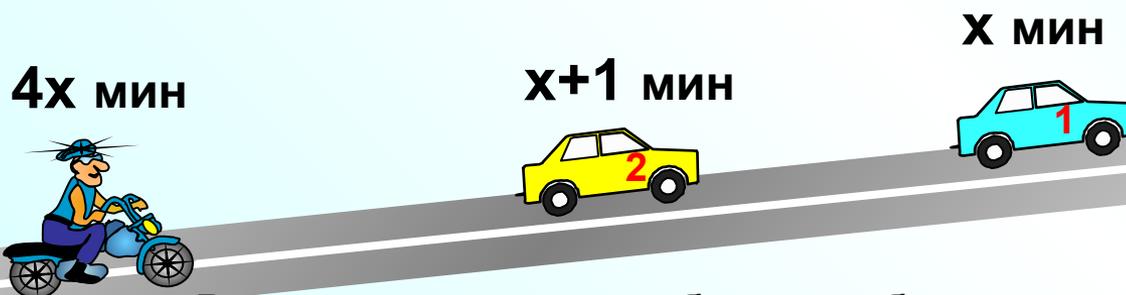
Ответ. $\frac{2}{3}$ части дистанции в минуту проходил 2 автомобиль.

3. В заезде на одну и ту же дистанцию участвовали два автомобиля и мотоцикл. Второму автомобилю на всю дистанцию потребовалось на 1 мин больше, чем первому. Первый автомобиль двигался в 4 раза быстрее мотоцикла. Какую часть дистанции в минуту проходил второй автомобиль, если он проходил в минуту на $\frac{1}{6}$ дистанции больше, чем мотоцикл, а мотоцикл прошел дистанцию меньше, чем за 10 мин?

	t , мин	S , часть	v , часть/мин
1 автомобиль	x	1	$\frac{1}{x}$
2 автомобиль	$x+1$	1	$\frac{1}{x+1}$
МОТОЦИКЛИСТ	$4x$	1	$\frac{1}{4x}$

2 способ

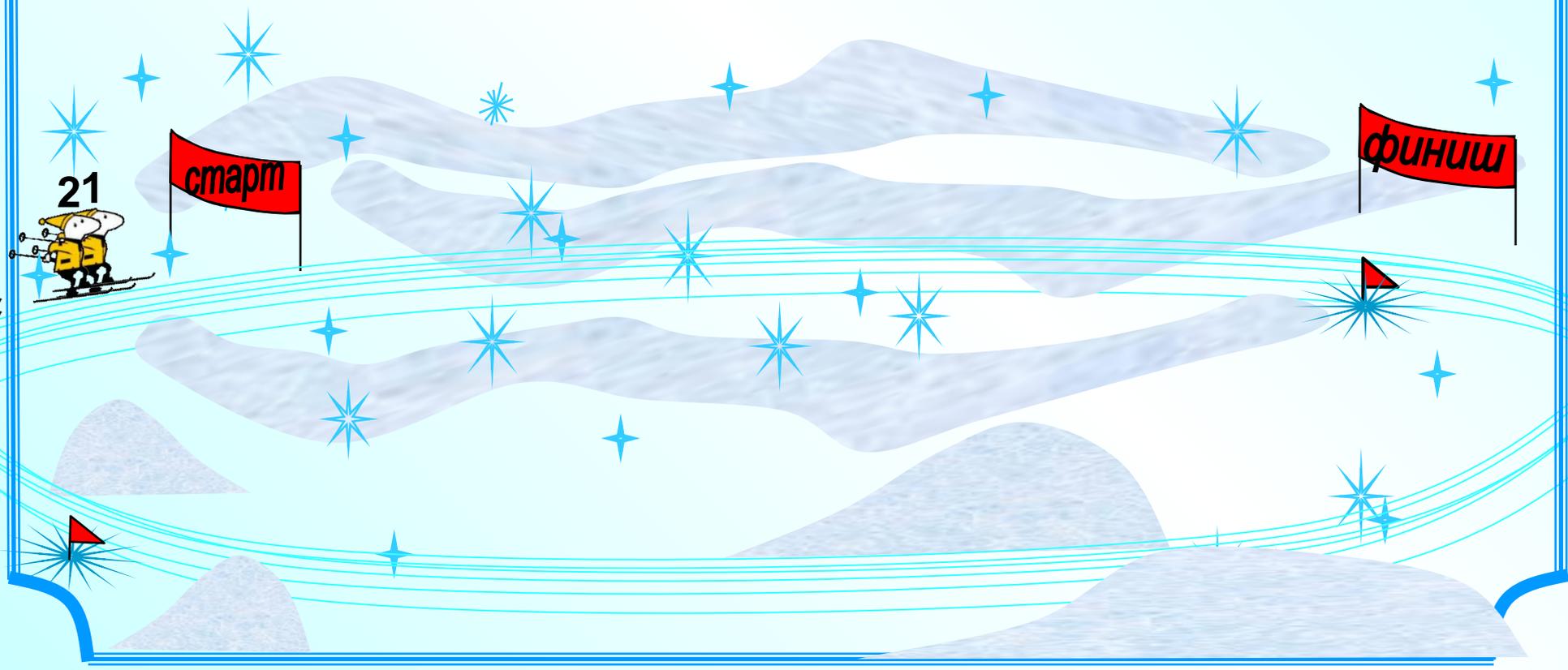
Первый автомобиль двигался в 4 раза быстрее мотоцикла. Поэтому времени на всю дистанцию потратит в 4 раза больше, т. е. $4x$



В конце решения необходимо будет проверить корни. Время мотоциклиста $4x$ должно быть меньше 10.

4. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 3 мин быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

Пусть полный круг – 1 часть.



4. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 3 мин быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

	t , мин	S , часть	v , часть/мин
1 лыжник	x	1	$\frac{1}{x}$
2 лыжник	$x+3$	1	$\frac{1}{x+3}$

Пусть полный круг – 1 часть.

$$S_1 = 60 \cdot \frac{60}{x}$$

На 1 круг
(1 часть)

Найдем расстояние, которое пройдут лыжники за 60 мин по формуле $S = vt$ ❌

$$S_2 = 60 \cdot \frac{60}{x+3}$$

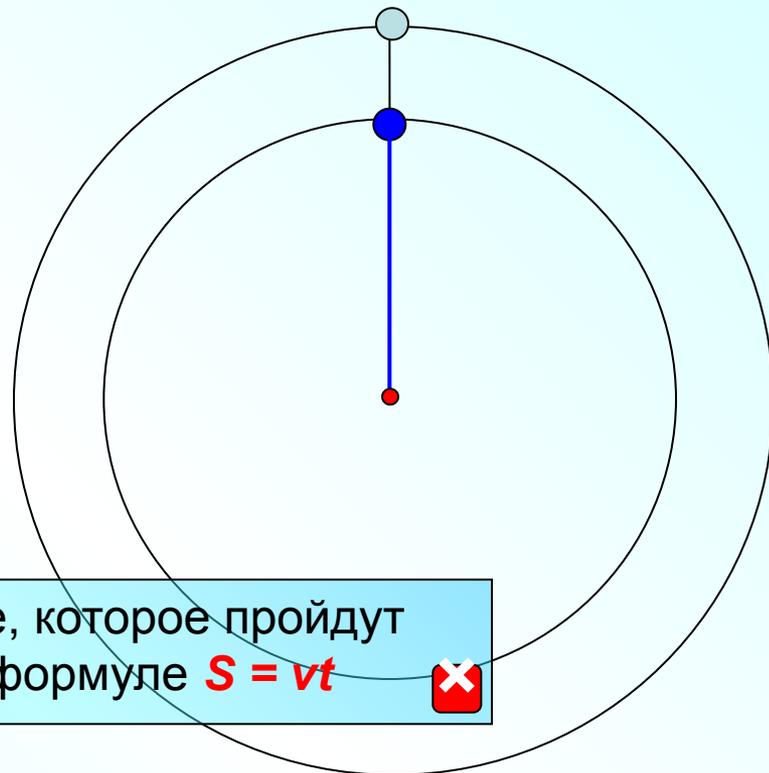
$$- = 1$$

Реши уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.

5. По двум concentric circles rotate uniformly two points. One of them completes a full revolution in 5 s faster than the other, and therefore manages to make two revolutions in a minute more. Let at the start of the movement rays, directed from the center of the circles to these points, coincide. Calculate the magnitude of the angle between the rays after 1 s.

Let a full revolution – 1 part.

	$t, \text{ c}$	$S, \text{ часть}$	$v, \text{ часть/с}$
1 точка	x	1	$\frac{1}{x}$
2 точка	$x+5$	1	$\frac{1}{x+5}$



$$S_1 = 60 \cdot \frac{60}{x}$$

На 2 оборота (2 части)

Найдем расстояние, которое пройдут

1 точка за 1 мин по формуле $S = vt$



$$S_2 = 60 \cdot \frac{60}{x+5}$$

$$- = 1$$

Решите уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.

5. По двум concentрическим окружностям равномерно вращаются две точки. Одна из них совершает полный оборот на 5 с быстрее, чем другая, и поэтому успевает сделать на два оборота в минуту больше. Пусть в начале движения лучи, направленные из центра окружности к этим точкам, сливались. Вычислить величину угла между лучами через 1 с.

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1$$

Подсказки.

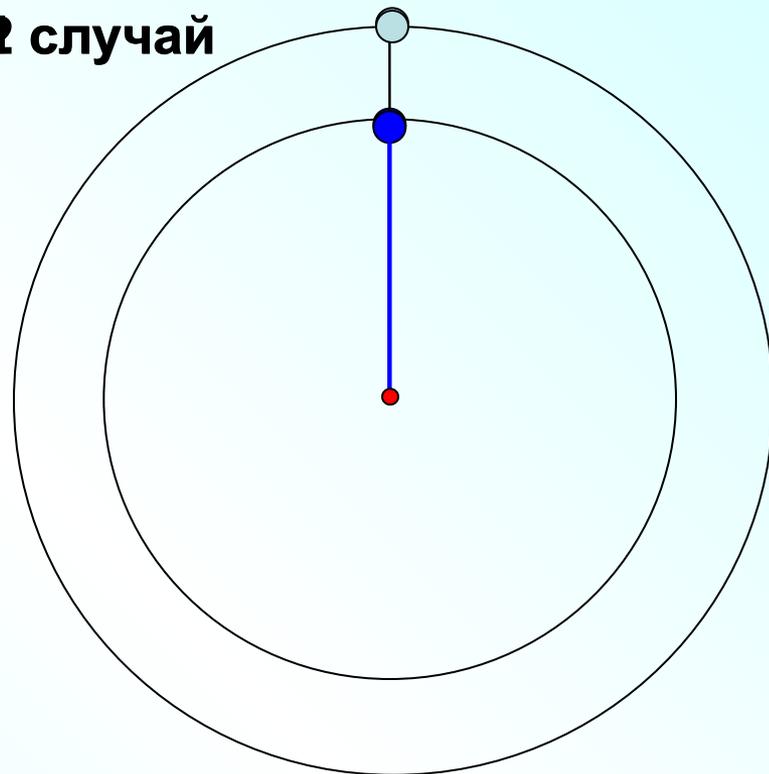
Решив уравнение вы еще не получите ответ на вопрос задачи. За x мы обозначили время, за которое пройдет 1-я точка полный круг.

Еще придется найти скорость, причем скорость будет в необычных единицах – часть/с.

Часть от полного круга, а полный круг 360° .

Еще подсказка: в условии задачи не указано как именно двигались точки. Значит, они могли двигаться в одном направлении, а может и в противоположных, т.е. задача будет иметь два решения.

2 случай



6. Два спортсмена бегут по одной замкнутой дорожке стадиона. Скорость каждого постоянна, но на пробег всей дорожки первый тратит на 10 с меньше, чем второй. Если они начнут пробег с общего старта в одном направлении, то еще раз сойдутся через 720 с. Какую часть длины всей дорожки пробегают в секунду каждый спортсмен?

Нетрудно заметить, чтобы сойтись еще раз первому спортсмену надо пробежать на 1 круг больше!
Чтобы сойтись во второй раз первому спортсмену надо пробежать на 2 круга больше. Третий раз 1 спортсмен догонит соперника, если пробежит на 3 круга больше. И т.д.



Пусть полный круг – 1 часть.

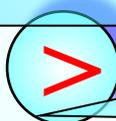
6. Два спортсмена бегут по одной замкнутой дорожке стадиона. Скорость каждого постоянна, но на пробег всей дорожки первый тратит на 10 с меньше, чем второй. Если они начнут пробег с общего старта в одном направлении, то еще раз сойдутся через 720 с. Какую часть длины всей дорожки пробегают в секунду каждый спортсмен? Пусть полный круг – 1 часть.

	$t, \text{с}$	$S, \text{часть}$	$v, \text{часть/с}$
1 спортсмен	x	1	$\frac{1}{x}$
2 спортсмен	$x+10$	1	$\frac{1}{x+10}$

Найдем расстояние, которое пробегут спортсмены за 720с по формуле $S = vt$ ❌

$$S_1 = 720 \cdot \frac{720}{x}$$

На 1 круг
(1 часть)



Чтобы сойтись еще раз ❌
первому спортсмену надо пробежать на 1 круг больше!

$$S_2 = 720 \cdot \frac{720}{x+10}$$

$$- = 1$$

Решите уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.

Задачи для самостоятельной работы.

1.

От почты А до поселка В надо пройти 9 км. Почтальон проходит путь туда и обратно, не задерживаясь в поселке, за 3 ч 41 мин. Дорога из А в В идет сначала в гору, потом по ровному месту и затем под гору. На каком протяжении дорога тянется по ровному месту, если в гору почтальон идет со скоростью 4 км/ч, по ровному месту 5 км/ч, а под гору 6 км/ч?

2.

Дорога от поселка до станции идет сначала в гору, а потом под гору, при этом ее длина равна 9 км. Пешеход на подъеме идет со скоростью, на 2 км/ч меньшей, чем на спуске. Путь от поселка до станции занимает у него 1 ч 50 мин, а обратный путь занимает 1 ч 55 мин. Определите длину подъема на пути к станции и скорости пешехода на подъеме и спуске.

3.

На тренировке по картингу один карт проходил круг на 10 сек медленнее другого и через минуту отстал от него ровно на круг. За сколько секунд каждый карт проходил круг?

Уравнения

Форма для проверки ответов.

Задача 1. км

Задача 4. 1 лыжник км/ч, 2 лыжник км/ч

Задача 5. Если точки движутся в одном направлении $(^0)$

Если точки движутся в противоположных направлениях $(^0)$

Задача 6. 1 спортсмен — часть/с, 2 спортсмен — часть/с

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. км

Задача 2. Длина подъема км,
скорость на подъеме км/ч, скорость на спуске км/ч

Задача 3. 1 спортсмен с, 2 спортсмен с

max 15

